

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Физический факультет

**Б. А. Князев**

# **НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА И ГАЗОВЫЙ РАЗРЯД**

Учебное пособие

Рекомендовано УМС по физике УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 510400 – Физика

Новосибирск  
2003

**УДК 533.9**  
**ББК В333ю3 я 73-1**

**Князев Б.А.**

Низкотемпературная плазма и газовый разряд: Учебное пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2003. 290 с.

**ISBN 5-94356-137-4**

Учебное пособие соответствует базовому курсу физики низкотемпературной плазмы и газового разряда. Оно охватывает широкий круг вопросов, знание которых необходимо каждому специалисту, работающему в области физики плазмы и ее приложений. Описаны элементарные столкновительные и излучательные процессы, играющие существенную роль в низкотемпературной плазме, и обсуждена их относительная роль в различных ситуациях. Рассмотрены основные вопросы кинетики плазмы, перенос излучения, явления на поверхностях. Особое внимание уделено функциям распределения электронов в атомарной и молекулярной плазмах. Рассмотрены механизмы пробоя газовых промежутков, искровой и коронный разряды, темный и тлеющий разряды, описаны разновидности дугового разряда. Кратко описаны пробой и разряды в переменном электрическом поле, включая высокочастотный и лазерный. В заключение рассмотрены фоторезонансная и пылевая плазмы, а также плазма, создаваемая поверхностной электромагнитной волной. Книга содержит большое количество справочного материала в виде таблиц, рисунков и графиков, дающих представление о порядках величин сечений, коэффициентов и скоростей для всех описываемых процессов, а также ссылки на основную литературу и базы данных в сети Интернет.

Предназначено для студентов и аспирантов физических и технических специальностей университетов. Может использоваться специалистами, работающими с низкотемпературной плазмой, в качестве справочника.

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. Ю. И. Бельченко

Рекомендовано к изданию кафедрой физики плазмы НГУ

Печатается по решению методического совета физфака НГУ

**ISBN 5-94356-137-4**

© Новосибирский государственный  
университет, 2003  
© Б. А. Князев, 2003

# Оглавление

Список обозначений . . . . .	7
Предисловие . . . . .	11
<b>1 Что такое низкотемпературная плазма</b>	<b>15</b>
1.1 Определение низкотемпературной плазмы . . . . .	15
1.2 Некоторые определения и оценки . . . . .	18
1.3 Классификация плазм . . . . .	19
<b>2 Кинетика и механизм газофазных реакций</b>	<b>21</b>
2.1 Простые реакции, константа равновесия . . . . .	21
2.2 Сложные реакции . . . . .	23
2.3 Теория элементарных процессов . . . . .	24
2.4 Метод переходного состояния . . . . .	26
2.5 Неравновесные эффекты в реакциях . . . . .	28
2.6 Мономолекулярные реакции . . . . .	29
2.7 Бимолекулярные реакции . . . . .	29
2.8 Вращательная и колебательная релаксация . . . . .	31
<b>3 Столкновительные процессы в низкотемпературной плазме</b>	<b>37</b>
3.1 Упругие столкновения и перезарядка . . . . .	37
3.2 Ионизация электронным ударом и ударная рекомбинация . . . . .	39
3.3 Модель Томсона . . . . .	41
3.4 Ионизация тяжелыми частицами и тройная рекомбинация . . . . .	43
3.5 Пеннинговская ионизация . . . . .	45
3.6 Отрицательные ионы . . . . .	45
3.7 Принцип Франка—Кондона . . . . .	46
3.8 Ассоциативная ионизация. Механизмы образования молекулярных ионов	49
3.9 Механизм диссоциативной рекомбинации. Роль автоионизационных со- стояний . . . . .	51
3.10 Вычисление скорости диссоциативной рекомбинации . . . . .	54
3.11 Состояние продуктов диссоциативной рекомбинации . . . . .	57
3.12 Сравнение скоростей рекомбинации . . . . .	58
<b>4 Излучательные процессы в низкотемпературной плазме</b>	<b>59</b>
4.1 Роль излучения в низкотемпературной плазме, классификация переходов	59
4.2 Тормозное излучение и поглощение . . . . .	60
4.3 Линейчатое излучение. Вероятность перехода. Сила осциллятора . . . . .	64
4.4 Доплеровское уширение. Фойгтовский профиль . . . . .	68
4.5 Уширение давлением . . . . .	69

4.6	Возбуждение и тушение электронных состояний . . . . .	72
4.7	Диффузия связанного электрона в энергетическом пространстве; ударно-радиационная рекомбинация . . . . .	74
4.8	Модифицированное диффузионное приближение . . . . .	77
4.9	Ударно-диссоциативная рекомбинация и ударно-ассоциативная ионизация . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Радиационный перенос</b> . . . . .	<b>81</b>
5.1	Особенности распространения излучения . . . . .	81
5.2	Уравнение переноса возбуждения . . . . .	84
5.3	Перенос излучения в плоскопараллельном слое . . . . .	84
5.4	Перенос тормозного излучения . . . . .	86
5.5	Перенос линейчатого излучения . . . . .	88
<b>6</b>	<b>Явления на поверхностях</b> . . . . .	<b>91</b>
6.1	Поверхность как источник примесей . . . . .	91
6.2	Распыление поверхности . . . . .	95
6.3	Вторичная ионно-электронная эмиссия . . . . .	96
6.4	Поверхностная ионизация . . . . .	100
6.5	Вторичная электрон-электронная эмиссия . . . . .	101
6.6	Фотоэлектронная эмиссия . . . . .	101
6.7	Термоэлектронная, автоэлектронная и взрывная эмиссии . . . . .	102
<b>7</b>	<b>Функция распределения электронов (ФРЭ) и процессы переноса</b> . . . . .	<b>107</b>
7.1	Кинетическое уравнение для плазмы . . . . .	107
7.2	Столкновения электронов с атомами в электрическом поле . . . . .	108
7.3	Симметричная и асимметричная части ФР . . . . .	110
7.4	Уравнение для энергетического спектра электронов . . . . .	112
7.5	Уравнение для симметричной части функции распределения . . . . .	114
7.6	Влияние неупругих столкновений . . . . .	115
7.7	Стационарные ФРЭ в атомарном газе . . . . .	116
7.8	Стационарные ФРЭ в молекулярном газе . . . . .	118
7.9	ФРЭ при наличии источника быстрых электронов . . . . .	123
7.10	Диффузия и дрейф заряженных частиц . . . . .	124
<b>8</b>	<b>Основы теории пробоя газа</b> . . . . .	<b>131</b>
8.1	Первый коэффициент Таунсенда. Цена ионизации . . . . .	131
8.2	Электронные лавины . . . . .	135
8.3	Токи носителей в плоском разрядном промежутке . . . . .	136
8.4	Ток во внешней цепи . . . . .	139
8.5	Серии лавин . . . . .	142
8.6	Статистика лавинного усиления . . . . .	145
8.7	Статистика серии лавин . . . . .	149
<b>9</b>	<b>Механизмы пробоя газа</b> . . . . .	<b>151</b>
9.1	Таунсендовский пробой . . . . .	151
9.2	Закон Пашена . . . . .	154
9.3	Стриммерный пробой . . . . .	157
9.4	Роль фотоионизация в развитии разряда . . . . .	158

9.5	Переход пробоя от одного типа к другому . . . . .	161
9.6	Искра . . . . .	162
9.7	Пробой длинных промежутков; молния. . . . .	163
9.8	Коронный разряд . . . . .	164
<b>10</b>	<b>Установившийся ток в газе. Темный и тлеющий разряды</b>	<b>167</b>
10.1	Классификация разрядов . . . . .	167
10.2	Разряд в постоянном поле . . . . .	168
10.3	Темный разряд . . . . .	169
10.4	Тлеющий разряд: феноменологическое описание . . . . .	171
10.5	Формирование катодного слоя . . . . .	173
10.6	Аномальный тлеющий разряд . . . . .	178
10.7	Характерные параметры тлеющего разряда . . . . .	179
10.8	Положительный столб тлеющего разряда . . . . .	180
10.9	Устройства с тлеющим разрядом . . . . .	183
<b>11</b>	<b>Неустойчивости тлеющего разряда</b>	<b>187</b>
11.1	Неустойчивости однородного разряда . . . . .	187
11.2	Ионизационно-перегревная неустойчивость . . . . .	189
11.3	Контракция положительного столба . . . . .	191
11.4	Импульсный диффузный разряд в газах повышенного давления . . . . .	192
11.5	Плазма электроотрицательных газов и прилипательная неустойчивость	194
11.6	Страты . . . . .	195
<b>12</b>	<b>Дуговой разряд</b>	<b>199</b>
12.1	Характеристики дуговых разрядов . . . . .	199
12.2	Типы дуговых разрядов . . . . .	202
12.3	Дуга с горячим катодом . . . . .	203
12.4	Вакуумная дуга и катодные пятна . . . . .	205
12.5	Положительный столб дуги высокого давления . . . . .	206
12.6	Формирование электродных струй . . . . .	210
<b>13</b>	<b>Разряды в переменных полях</b>	<b>213</b>
13.1	Параметры подобия . . . . .	213
13.2	Пороги пробоя в переменных полях . . . . .	215
13.3	Оптический пробой . . . . .	220
13.4	Пробой в высокочастотном диапазоне . . . . .	223
13.5	Высокочастотный индукционный разряд . . . . .	224
13.6	Высокочастотный емкостный разряд . . . . .	227
<b>14</b>	<b>Некоторые необычные плазмы</b>	<b>229</b>
14.1	Поверхностный лазерный пробой . . . . .	229
14.2	Фоторезонансная плазма . . . . .	233
14.3	Генерация плазмы поверхностными э/м волнами . . . . .	240
14.4	Пылевая плазма . . . . .	250
	<b>Приложения</b>	<b>258</b>
<b>A</b>	<b>Об определениях ФРЭ по скоростям и энергиям</b>	<b>259</b>

<b>В ФРЭ в лазерах с накачкой электронным пучком</b>	<b>261</b>
<b>С П-теорема теории размерностей</b>	<b>269</b>
<b>D Резонансное насыщение перехода в двухуровневой системе</b>	<b>271</b>
<b>Е Поверхностные электромагнитные волны</b>	<b>273</b>
<b>Библиографический список</b>	<b>282</b>
<b>Алфавитный указатель</b>	<b>289</b>

# Список обозначений

(в скобках указаны размерности величин в гауссовых единицах)

## Латинские символы

$A$	Площадь ( $\text{см}^2$ ) Произвольная константа Массовое число атома (относительная атомная масса) Работа ( $\text{эрг} = \text{см}^2 \text{г} \text{с}^{-2}$ )
$a$	Радиус плазмы или электрода ( $\text{см}$ )
$a_0$	Боровский радиус ( $0,529 \cdot 10^{-9} \text{ см}$ )
$\pi a_0^2$	$0,88 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ , Единица измерения сечения
$B, \mathbf{B}$	Магнитная индукция (скаляр; вектор) ( $\text{Гс} = \text{см}^{-1/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1}$ )
$B$	Произвольная константа
$b$	Расстояние, радиус ( $\text{см}$ )
$c$	Скорость света ( $2,998 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ )
$D$	Произвольная константа Коэффициент диффузии ( $\text{см}^2/\text{с}$ ) Диаметр ( $\text{см}$ )
$D, \mathbf{D}$	Электрическая индукция (скаляр; вектор) ( $\text{см}^{-1/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1}$ )
$d$	Диаметр, расстояние ( $\text{см}$ ) Межэлектродное расстояние ( $\text{см}$ )
$E, \mathbf{E}$	Напряженность электрического поля (скаляр; вектор) ( $\text{см}^{-1/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1}$ )
$\mathcal{E}$	Энергия ( $\text{эрг} = \text{см}^2 \text{г} \text{с}^{-2}$ )
$e$	Электрический заряд ( $\text{см}^{3/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1}$ )
$F, \mathbf{F}$	Сила (скаляр; вектор) ( $\text{дин} = \text{см} \text{г} \text{с}^{-2}$ ) Плотность мощности ( $\text{эрг/с} \text{см}^2 = \text{г} \text{с}^{-3}$ )
$f$	Функция распределения частиц (размерность см. в приложении)
$h$	Постоянная Планка ( $6,626 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \text{ с}$ )
$\hbar$	$h/2\pi$
$I$	Сила тока ( $\text{см}^{3/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-2}$ ) Потенциал ионизации атома, молекулы ( $\text{см}^{1/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1}$ )
$j$	Плотность тока ( $\text{см}^{-1/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-2}$ ) Полный угловой момент атомной системы ( $\hbar$ )
$K$	Константа равновесия Кинетическая энергия
$k$	Постоянная Больцмана ( $1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/К}$ ) Волновое число $2\pi/\lambda$ ( $\text{см}^{-1}$ ) Константа скорости реакции (размерности см. в тексте) Произвольная константа
$L$	Расстояние, длина ( $\text{см}$ ) Индуктивность ( $\text{см}$ )
$l$	Расстояние, длина ( $\text{см}$ ) Длина свободного пробега ( $\text{см}$ ) Орбитальное квантовое число
$M$	Масса атома или иона ( $\text{г}$ )
$m$	Масса электрона ( $\text{г}$ ) Магнитное квантовое число

$N$	Число событий Плотность нейтральных частиц ( $\text{см}^{-3}$ )
$n$	Плотность электронов и ионов ( $\text{см}^{-3}$ ) Число событий Главное квантовое число Функция распределения частиц (размерность см. в приложении А)
$P$	Мощность ( $\text{эрг/с} = \text{см}^2\text{г} \text{с}^{-3}$ )
$p$	Давление ( $\text{дин/см}^2 = \text{см}^{-1}\text{г} \text{с}^2$ )
$p, \mathbf{p}$	Импульс (скаляр; вектор) ( $\text{см} \text{г} \text{с}^{-1}$ )
$Q$	Заряд ( $\text{см}^{3/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$ )
$q$	Заряд ( $\text{см}^{3/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$ )
$R$	Омическое сопротивление ( $\text{с/см}$ ) Радиальная координата ( $\text{см}$ )
$\mathbf{R}, \mathbf{r}$	Радиус-вектор ( $\text{см}$ )
$r$	Радиальная координата ( $\text{см}$ )
$r_D$	Дебаевский радиус ( $\text{см}$ )
$s$	Спиновое квантовое число
$S$	Мощность источника (размерности см. в тексте)
$T$	Интервал времени, период ( $\text{с}$ )
$t$	Временная координата ( $\text{с}$ )
$U$	Напряжение ( $\text{см}^{1/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$ ) Потенциальная энергия
$u, v$	Скорость ( $\text{см/с}$ )
$W$	Энергия ( $\text{эрг} = \text{см}^2\text{г} \text{с}^{-2}$ ) Кинетическая энергия
$w$	Дрейфовая скорость ( $\text{см/с}$ ) вероятность события ( $\text{с}^{-1}$ )
$x$	Декартова координата ( $\text{см}$ )
$y$	Декартова координата ( $\text{см}$ )
$Z$	Зарядовое число
$z$	Декартова координата ( $\text{см}$ )

### Греческие символы

$\alpha$	Угловая координата (рад) Первый коэффициент Таунсенда ( $1/\text{см}$ )
$\beta$	Безразмерная релятивистская скорость $v/c$
$\Gamma$	Объем в фазовом пространстве
$\gamma$	Релятивистский фактор Второй коэффициент Таунсенда (размерность см. в тексте)
$\Delta$	Символ интервала для некоторой величины,
$\delta$	Символ интервала для некоторой величины,
$\varepsilon$	Диэлектрическая проницаемость Энергия частицы ( $\text{эрг} = \text{см}^2\text{г} \text{с}^{-2}$ ) Малый параметр
$\epsilon$	Энергия ( $\text{эрг} = \text{см}^2\text{г} \text{с}^{-2}$ )
$\theta$	Угол, меридиональный угол (рад)
$\vartheta$	Угол, меридиональный угол (рад)



$\kappa$	Коэффициент теплопроводности ( $\text{см г с}^{-3}\text{К}^{-1}$ )
$\Lambda$	Кулоновский логарифм
	Характерная диффузионная длина (см)
$\lambda$	Длина волны (см)
$\mu$	Подвижность (размерность см. в тексте)
	Относительная молекулярная масса
$\nu$	Частота событий в расчете на частицу (Гц)
	Частота столкновений (Гц)
$\bar{\nu}$	Волновое число $\mathcal{E}/hc$ ( $\text{см}^{-1}$ )
$\pi$	3,14159
$\rho$	Плотность заряда ( $\text{см}^{-3/2}\text{Г}^{1/2}\text{с}^{-1}$ )
	Прицельный параметр (см)
	Радиальная координата (см)
	Массовая плотность ( $\text{г}/\text{см}^3$ )
	Удельное сопротивление (с)
$\rho_A$	Атомная плотность (атомов/ $\text{см}^3$ )
$\sigma$	Поперечное сечение ( $\text{см}^2$ )
	Электропроводность (см/с)
	Постоянная Стефана-Больцмана ( $5,670 \cdot 10^{-5}$ эрг $\text{с}^{-2}\text{см}^{-2}\text{К}^{-4}$ )
	Поверхностная плотность заряда ( $\text{см}^{-1/2}\text{Г}^{1/2}\text{с}^{-1}$ )
$\langle \sigma v \rangle$	Коэффициент скорости реакции ( $\text{см}^3/\text{с}$ )
$\tau$	Характерное время (с)
	Временная координата (с)
$\varphi$	Угловая координата, угол (рад)
	Потенциал ( $\text{см}^{1/2}\text{Г}^{1/2}\text{с}^{-1}$ )
	Функция распределения частиц (размерность см. в приложении А)
$\psi$	Угловая координата, угол (рад)
$\Omega$	Телесный угол (стерадиан)
$\omega$	Угловая частота (рад/с)
$\omega_p$	Плазменная частота (рад/с)

### Нижние индексы

0	Нейтральная частица
	Начальная величина
	Основное состояние, нижний уровень
	Осевая величина
$A, a$	Анод
$b$	Пробой
$C, c$	Катод
$c$	Циклотронная частота
	Столкновение
$cl$	Классический
$eff$	Эффективная величина
$e$	Электрон
$g$	Газ
$H$	Водород
$i$	Ион
	Ионизация

$i, j, k, l, m, n$	Индексы атомных уровней
$in$	Внутренний
$max$	Максимальный
$min$	Минимальный
$n$	Нейтральный газ
	Отрицательный ион
$out$	Внешний
$p$	Плазма
	Положительный ион
$r$	Радиальный
$rms$	Средне-квадратичная величина
$S, s$	Источник
$tot$	Полный
$w$	Стенка
$x$	направление по $x$
$y$	направление по $y$
$z$	направление по $z$
$\parallel$	Параллельно некоторому направлению
$\perp$	Перпендикулярно некоторому направлению
$*$	Некоторое фиксированное значение переменной

### Верхние индексы

0	Термодинамически равновесный
$p$	Поляризационный
$'$	Производная
	Символ обратной реакции
$T$	Термический, тепловой

## Предисловие

Раздел физики, которому посвящено данное учебное пособие, вместе с его приложениями охватывает почти неисчерпаемый круг вопросов. Тем не менее можно выделить определенный круг явлений и процессов, иметь представление о которых необходимо каждому специалисту, работающему в области физики плазмы и смежных областях. Исходя из этого и была построена программа курса лекций, читавшегося автором в течение ряда лет магистрантам кафедры физики плазмы Новосибирского государственного университета. Первая часть курса посвящена описанию основных столкновительных и излучательных процессов, происходящих в объеме плазмы и на ограничивающих ее поверхностях, рассмотрены вопросы кинетики низкотемпературной плазмы. Вторая часть посвящена детальному обсуждению механизмов электрического пробоя, условий, при которых реализуется тот или иной механизм, статистическим явлениям при пробое, а также описанию искрового и тлеющего разрядов. Последняя часть начинается с классификации стационарных разрядов в газе и описания темного и тлеющего разрядов. В следующих главах этой части рассмотрены дуговой разряд, пробой и разряды в переменных электрических полях, вплоть до оптических частот. Эти темы изложены достаточно сжато, что соответствует программе курса лекций, при составлении которого учитывалось, что в следующем семестре студентам читается курс, включающий детальное рассмотрение дуговых разрядов и ионных источников. По той же причине нами не рассматриваются и разряды в магнитном поле. В заключительной главе описаны несколько специфических видов плазмы — фоторезонансная и пылевая плазмы, а также плазма, поддерживаемая поверхностной электромагнитной волной,— к которым в настоящее время проявляется значительный интерес, но которые до сих пор не рассматривались в учебниках и монографиях.

Для более детального изучения предмета автор рекомендует использовать литературу, из которой особенно следует отметить классическую монографию Ю. Б. Зельдовича и Ю. П. Райзера [1], современные книги Ю. П. Райзера [2], Л. М. Бибермана с соавторами [3], Б. М. Смирнова [4] и Дж. Р. Рота (J. P. Roth) [5]. В данной работе частично использованы материалы из предыдущего учебного пособия автора [6]. Предполагается, что читатель знаком с основами физики плазмы, атомной физики и квантовой механики (см. например, [7–12]), поэтому основное внимание обращается на вопросы, специфические именно для низкотемпературной плазмы и газовых разрядов. В книге, за исключением особо оговоренных случаев, используется гауссова система единиц, хотя, как это принято во многих книгах по физике плазмы, температура выражена в энергетических единицах:  $T$  вместо  $kT$ . Для удобства читателя наиболее важные выражения приводятся также в практических (часто смешанных) единицах, в которых явно указываются используемые единицы. Значения мировых констант, полезные формулы и соотношения между единицами в гауссовой системе и системе СИ (см. вторую страницу обложки) можно найти в книгах [13–15], причем в первых двух подробно обсуждаются достоинства и недостатки той или иной системы единиц.

В книгу включено большое количество графиков и таблиц с данными о сечениях и константах многих процессов, которые, с одной стороны, должны дать читателю представление о типичных порядках их величин, с другой,— могут быть использованы при выполнении заданий по курсу. Читатель может найти недостающие справочные данные в книгах [15–17], а также на интернет-сайтах <http://plasma->

gate.weizman.ac.il, <http://physics.nist.gov/>, <http://navigation.helper.realnames.com/>, [Для удобства читателя конце книги приведен алфавитный указатель наиболее важных терминов и понятий. Поскольку книга является учебным пособием, а не монографией, то при цитировании автор отдавал предпочтение книгам и статьям, которые представляются ему наиболее полезными для первоначального ознакомления с предметом, оставляя в стороне вопросы приоритета. Для экономии места мы будем последовательно использовать систему обозначений, приведенную в начале пособия. Эспликация в тексте дана только в случае возникновения возможных недоразумений.](http://www.phys.</a></p></div><div data-bbox=)

Автор благодарен А. В. Аржанникову, Ю. И. Бельченко, Г. Блюму (H. Bluhm), Б. Н. Брейзману, А. В. Бурдакову, В.С. Бурмасову, Л. Н. Вячеславу, Д. Б. Гринли (J. V. Greenly), И. А. Котельникову, Э. П. Круглякову, С. В. Лебедеву, Г. В. Меледину, В. В. Мирнову, А. М. Оришчу, Д. Д. Рютову, Д. А. Хаммеру (D. A. Hammer), В. С. Черкасскому, М. А. Щеглову и многим другим коллегам, многолетнее сотрудничество с которыми прямо или косвенно повлияло на содержание данного курса. На формирование курса существенным образом повлияло многолетнее общение со студентами. Некоторые из них внесли непосредственный вклад в ее содержание. В частности, в приложении В с небольшими изменениями использован текст реферата А. В. Арефьева, А. В. Кузьмин принял участие в анализе характеристик поверхностных волн, а И. О. Кравченко и Д. А. Мищенко были выполнены съемки факелов поверхностного лазерного пробоя. Автор особенно признателен Ю. И. Бельченко, внимательно прочитавшему рукопись и сделавшему множество ценных замечаний, В. С. Черкасскому, А. И. Шляхову и С. Д. Андреевой за неоценимую помощь при подготовке оригинал-макета, а также О. Г. Батеневой и Л. М. Калининой за помощь при подготовке рукописи к печати. Автор благодарит Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН за поддержку данного издания.

20 мая 2003 г.

# Низкотемпературная плазма



# Глава 1

## Что такое низкотемпературная плазма

### 1.1. Определение низкотемпературной плазмы

Плазма, являющаяся наиболее распространенным состоянием вещества в космосе (звезды, межзвездная среда, ионосферы планет), на Земле в природных условиях встречается лишь при грозových разрядах и в пламени. В лаборатории и промышленности, однако, вещество в плазменном состоянии встречается весьма широко. Одним из наиболее важных в перспективе применений высокотемпературной плазмы является управляемый термоядерный синтез, осуществление которого позволило бы человечеству в значительной мере решить энергетическую проблему. Что касается низкотемпературной плазмы, то она широко применяется в радиоэлектронных приборах, плазмотронах, МГД-генераторах, газовых лазерах и многих других устройствах, а в последние годы и в промышленных технологиях.

Наиболее важными характеристиками плазмы являются температура и плотность заряженных частиц. На рис. 1.1 приведены типичные параметры плазмы в различных объектах и устройствах. Имеется целый ряд природных плазменных космических объектов, температура которых превышает миллион градусов (100 эВ). Такую плазму называют высокотемпературной. В течение последних 50 лет высокотемпературную плазму получают и исследуют в лаборатории, хотя грандиозные современные термоядерные установки типа JET уже трудно назвать “лабораторными” устройствами.

Температура большинства земных и ряда космических объектов, как видно из рис. 1.1, не превышает десяти электрон-вольт. Поскольку потенциалы ионизации атомов и молекул лежат в диапазоне от 4 до 25 эВ, а потенциалы диссоциации не слишком сложных молекул лежат, как правило, в интервале 1–10 эВ [16], такая среда представляет собой, очевидно, не полностью ионизованный и диссоциированный газ. Если плотность заряженных частиц в газе очень мала, то они взаимодействуют, в основном, с нейтральными частицами. Такое взаимодействие является короткодействующим, и основную роль в таком *ионизованном газе* играют парные столкновения. Когда плотность заряженных частиц возрастает, постепенно возрастает роль взаимодействия заряженных частиц друг с другом. Важнейшей характеристикой при

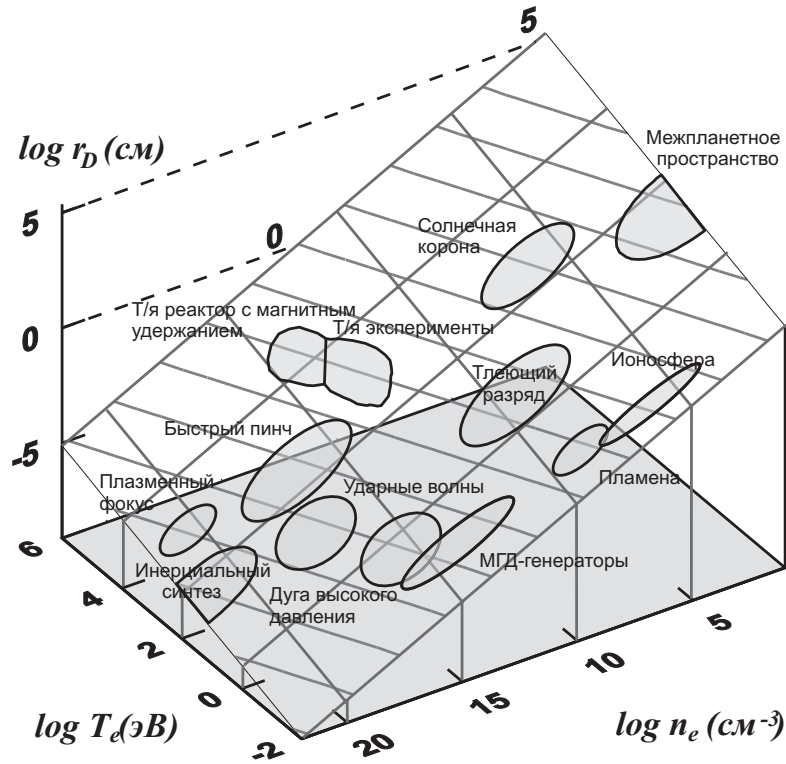


Рис. 1.1. Характеристики природных и искусственных плазменных объектов. На поверхности показаны изолинии дебаевского радиуса

этом является величина радиуса дебаевского экранирования [7]

$$r_D[\text{cm}] = \sqrt{\frac{T}{4\pi e^2 n_e}} = 743 \sqrt{\frac{T[\text{eV}]}{n_e[\text{cm}^{-3}]}}. \quad (1.1)$$

Именно в том случае, когда *дебаевский радиус* меньше характерных размеров ионизованного объекта, среду принято называть *плазмой*. Если приложить к плазменному объекту внешнее поле, то оно будет проникать внутрь на глубину порядка дебаевского радиуса. Величина последнего, которая может меняться для разных объектов от микроскопических до космических размеров, приведена на рис. 1.1 и в таб. 1.1.

Таблица 1.1. Дебаевский радиус  $r_D$ , см

$n_e[\text{cm}^{-3}]$	$T[\text{eV}]$		
	1	10	100
$10^6$	0,74	2,3	7,4
$10^8$	0,074	0,23	0,74
$10^{10}$	0,0074	0,023	0,074

Интересно определить также условия, при которых потери энергии электроном в электрон-атомных столкновениях становятся меньше потерь энергии в кулоновских



соударениях с ионами. Частота электрон-атомных столкновений равна

$$\nu_{ea} = n_a \xi \sigma_{ea} \sqrt{\frac{T_e}{m}}, \quad (1.2)$$

где  $\sigma_{ea} \sim \pi a_0^2$ , а множитель  $\xi \geq 1$  зависит от особенностей электронной оболочки атома. Частота электрон-ионных столкновений равна

$$\nu_{ei} = n_i \sigma_{ei} \sqrt{\frac{T_e}{m}}, \quad (1.3)$$

где частота кулоновских соударений при  $\Lambda \sim 15$  есть

$$\sigma_{ei} \sim \left(\frac{e^2}{T}\right)^2 \Lambda \approx \frac{10^{-12}}{T^2[\text{эВ}]} [\text{см}^2]. \quad (1.4)$$

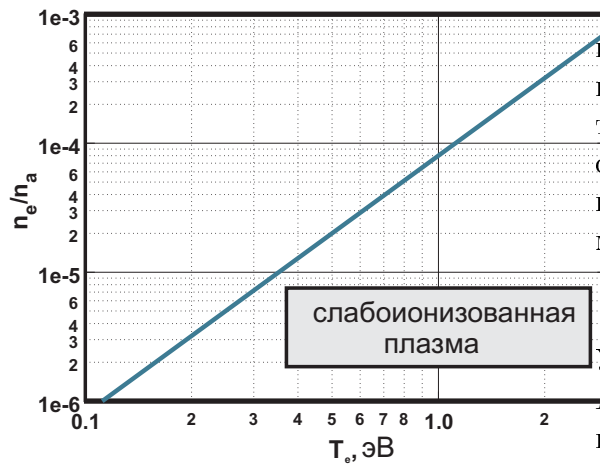


Рис. 1.2. К определению слабоионизованной плазмы: граница, выше которой электрон-ионные столкновения в водородной плазме доминируют над электрон-атомными.

ся слабоионизованной, если степень ионизации ниже  $10^{-3}$ – $10^{-5}$ .

Неполная ионизация приводит к большому разнообразию участвующих в процессах частиц (электронов, ионов, атомов, молекул, радикалов и т. п.). При этом, температура среды достаточно высока для того, чтобы в ней с большой вероятностью протекали реакции, связанные с диссоциацией, перегруппировкой и рекомбинацией молекул и атомов, т. е. реакции, обычно называемые химическими. Например, для адекватного описания электрического разряда в воздухе необходимо учитывать более 200 ионно-молекулярных реакций. Из сказанного ясно, почему знания об ионизованном газе, несмотря на многолетнюю историю его исследования, все еще далеки от полноты.

Реакционная активность плазмы, наряду со значительным ее воздействием на поверхности, является основой многих технологических применений, но существенно затрудняет ее исследование. Тем не менее за последние два-три десятилетия работы в области газовых лазеров, МГД-генераторов, мощных СВЧ устройств, высоковольтных разрядников, искровых и стримерных камер, а также плазмохимических реакторов привели к экстенсивному развитию исследований процессов в низкотемпературной плазме, в том числе и при высоких давлениях (порядка атмосферного и выше).

Плазму можно считать слабоионизованной, если  $\nu_{ea}/\nu_{ei} > 1$ . Подставляя (1.2) и (1.3) и учитывая, что в низкотемпературной плазме можно с хорошей точностью принять  $n_e = n_i$ , получаем условие, при выполнении которого плазму можно считать слабоионизованной:

$$\frac{n_e}{n_a} < 8 \cdot 10^{-5} \xi T_e^2 [\text{эВ}]. \quad (1.5)$$

Учитывая дополнительное условие  $T_e \ll \sim 10$  эВ, построим для водородной плазмы  $n_e/n_a$  как функцию  $T_e$  (рис. 1.2) в пределах 0.1–3 эВ ( $\xi = 1$ ). Зона ниже кривой есть область, где доминируют электрон-атомные столкновения. Естественно, что граница очень условна. В обычном для лабораторной плазмы диапазоне 0.1–3 эВ, плазма может считаться

## 1.2. Некоторые определения и оценки

В данном разделе мы рассмотрим некоторые понятия, относящиеся к низкотемпературной плазме. Напомним, что потенциал в окрестности заряженной частицы с учетом дебаевского экранирования равен

$$\varphi = \frac{e}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right), \quad (1.6)$$

а число частиц в дебаевской сфере—

$$N_D = \frac{4}{3}\pi r_D^3 \cdot n_e = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{T^{3/2} n_e}{(4\pi)^{3/2} e^3 \cdot n_e^{3/2}} = \frac{1}{6\sqrt{\pi} e^3} \frac{T^{3/2}}{n_e^{1/2}}. \quad (1.7)$$

Плазму называют идеальной, если потенциальная энергия взаимодействия частиц много меньше их кинетической энергии  $U \ll W$ . Найдем условие идеальности плазмы по отношению к столкновениям заряженных частиц между собой. Потенциал вблизи заряженной частицы (1.6) есть суперпозиция полей самой (“пробной”) частицы и окружающих ее частиц. Тогда в точке  $r$  поле, созданное “средой”, находится вычитанием поля пробной частицы:

$$\varphi^*(r) = \frac{e}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right) - \frac{e}{r} = -\frac{e}{r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right)\right).$$

Устремив  $r \rightarrow 0$  и разложив экспоненту, найдем поле в точке  $r = 0$ :

$$\varphi^*(r \rightarrow 0) \simeq -\frac{e}{r_D}.$$

Тогда потенциальная энергия частицы  $U^* = -(e^2/r_D)$ , и условие идеальности плазмы можно записать как

$$|U^*/W| \ll 1 \implies \frac{2e^2}{3Tr_D} \ll 1.$$

Умножив обе части на (1.7), получим

$$\frac{4}{3}\pi r_D^3 \cdot n_e \cdot \frac{2e^2}{3Tr_D} \ll N_D,$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{4\pi e^2 n_e}{T} \cdot r_D^2 \ll N_D \implies N_D \gg \frac{2}{9},$$

или, округляя до целого числа,

$$N_D \gg 1. \quad (1.8)$$

Вычислим максимальную плотность, при которой плазму можно считать заведомо идеальной, потребовав, чтобы  $N_D^* = 10$ . Из (1.7) и (1.1) найдем

$$n_e \leq 3 \cdot 10^{16} T^3 [\text{эВ}]. \quad (1.9)$$

Здесь уместно вывести еще одно полезное соотношение, связывающее макроскопическую характеристику, тепловую скорость  $v_e^T$ , с микроскопическими параметрами  $\omega_p$  и  $r_D$ :

$$\omega_p^2 \cdot r_D^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m} \cdot \frac{T}{4\pi e^2 n_e} = \frac{T}{m} = (v_e^T)^2. \quad (1.10)$$

Это значит, что за время, соответствующее одному периоду плазменных колебаний, частица перемещается на расстояние, соответствующее одной дебаевской длине.

Поскольку предметом нашего обсуждения является низкотемпературная плазма, то критерий идеальности плазмы по отношению к столкновениям заряженных частиц (1.9) должен быть дополнен критерием по отношению к столкновениям с нейтральными частицами. Выведем соответствующий критерий идеальности. Наиболее дальнедействующий силой при взаимодействии нейтральной и заряженной (электрон) частицами является *поляризационное взаимодействие*, потенциал которого равен

$$\varphi_a = \frac{\alpha e}{2r^4}, \quad (1.11)$$

где  $\alpha$  – поляризуемость атома. При не очень сильном взаимодействии величину действующего на пробный электрон потенциала, создаваемого всеми поляризованными атомами, можно найти (пренебрегая дебаевским экранированием) путем интегрирования по объему от расстояния максимального сближения, равного радиусу поляризуемого атома, до бесконечности

$$\varphi^p(0) = n_a \cdot 4\pi \int_{r_a}^{\infty} \varphi_a(r) r^2 dr = -\frac{2\pi e \alpha n_a}{r_a}, \quad (1.12)$$

где  $r_a$  имеет порядок величины боровского радиуса  $a_0$ , а  $\alpha = qa_0^3$ . Константа  $q$  для атомов в основном состоянии обычно лежит в интервале 1–5, но может достигать весьма больших значений для возбужденных атомов и даже некоторых атомов в основном состоянии (например,  $q = 400$  для атома цезия).

Критерием идеальности низкотемпературной плазмы будет условие

$$\frac{|e\varphi^p(0)|}{T} \ll 1, \quad \text{или} \quad \frac{2\pi e^2 \alpha n_a}{r_a T} \ll 1.$$

После простых преобразований получим

$$n_a \ll 4 \cdot 10^{22} \frac{T[\text{эВ}]}{q}. \quad (1.13)$$

При типичной  $T \sim 1$  эВ и  $q \sim 1$  имеем  $n_a \ll 4 \cdot 10^{22}$ , то есть при всех разумных значениях параметров плазма всегда идеальна по отношению к столкновениям с нейтральными частицами. Исключением может оказаться слабоионизованный пар цезия, который при  $T \sim 0.1$  эВ и высокой плотности  $n_a \sim 10^{19}$  см<sup>-3</sup> может не удовлетворять условию идеальности.

### 1.3. Классификация плазм

По степени равновесности плазмы можно выделить (а) равновесную, (б) стационарную неравновесную и (в) нестационарную неравновесную плазмы. Для полного определения состояния термодинамически равновесной плазмы достаточно знать ее температуру и давление (плотность). Все остальные характеристики определяются из термодинамических соотношений. Функции распределения задаются распределениями Максвелла и Больцмана. Излучение находится в равновесии с поглощением. К сожалению, даже в виде некоторого приближения реальную плазму очень редко можно считать равновесной.

Гораздо чаще встречается плазма либо полностью, либо частично неравновесная. Прежде всего, неравновесность появляется по отношению к излучению, для которого она оказывается прозрачной во многих спектральных диапазонах. В этом случае собственное излучение свободно выходит за ее пределы и становится невозможным выполнение принципа детального равновесия (см. ниже). Если скорости прямых и обратных реакций начинают различаться и для других процессов, степень неравновесности плазмы возрастает. Например, в плазме, помещенной во внешнее электрическое поле, может произойти отрыв электронной температуры от ионной температуры и температуры газа. Еще одним вариантом нарушения равновесия может быть неравновесное распределение по возбужденным состояниям. Заметим, что существуют некоторые частичные равновесия, отличные от полного термодинамического равновесия.

Неравновесная плазма может быть тем не менее стационарной, т. е. ее параметры будут сохраняться в течение длительного (по сравнению с временами релаксации) времени. В противном случае плазма будет, кроме того, и нестационарной.

Плазма часто бывает пространственно неоднородной. Например, плотность плазмы тлеющего разряда падает по мере приближения к стенке разрядной трубки до нуля, что не мешает ей быть стационарной. Наличие в плазме внешних полей создает потоки заряженных частиц и возмущает функцию распределения. Другим примером пространственно неоднородной плазмы является плазма, созданная испарением лазером твердой мишени в вакууме. Тем не менее на начальных этапах разлета, вследствие очень высокой плотности плазмы и больших скоростей релаксации, состояние такой плазмы может оказаться близким к термодинамически равновесному. Для подобных неоднородных плазм вводят понятие локального термодинамического равновесия. Под ним понимают состояние, близкое к термодинамически равновесному для каждой точки объекта. Чаще всего полного равновесия не возникает из-за больших длин пробега фотонов (см. далее), что нарушает локальность.

Исследование состояния различных плазм, включая их компонентный состав и распределение по состояниям, при заданных внешних условиях есть одна из основных задач физики низкотемпературной плазмы. Поскольку, в отличие от высокотемпературной плазмы, число взаимодействующих компонент (нейтральных и заряженных частиц, а также фотонов) может быть очень велико, необходимо хорошо ориентироваться в кинетике их взаимодействия и представлять относительную важность того или иного процесса. Поэтому, прежде чем перейти к рассмотрению конкретных реакций, необходимо освоить основные понятия и изучить общую классификацию газофазных реакций.

## Глава 2

# Кинетика и механизм газофазных реакций

### 2.1. Простые реакции, константа равновесия

Наиболее важной характеристикой любой реакции является так называемая *константа скорости реакции* (или удельная скорость реакции), т. е. скорость образования продукта реакции при концентрации каждого из реагирующих веществ равной единице. Все реакции можно разделить на простые и сложные. Реакции, протекающие в одну стадию при одновременном взаимодействии  $\nu$  частиц называют простыми реакциями. Если  $\nu = 1$ , имеем реакцию первого порядка; при  $\nu = 2$  или  $3$  — реакции второго и третьего порядка соответственно.

Примером реакции первого порядка может служить термическая диссоциация молекулы



Скорость реакции определяется из выражения

$$-\frac{d[AB]}{dt} = k_1[AB]. \quad (2.2)$$

Здесь и далее квадратные скобки обозначают концентрацию данного вещества (в приведенном случае молекулы  $AB$ ). Концентрация исходного вещества при реакции первого порядка уменьшается экспоненциально. Константу скорости  $k_1$  можно определить экспериментально, измерив концентрацию в момент времени  $t$ :

$$k_1 = \frac{1}{t} \ln \frac{[AB]_0}{[AB]}, \quad (2.3)$$

$$[AB] = [AB]_0 \exp(-k_1 t).$$

Размерность  $k_1$  равна  $s^{-1}$ .

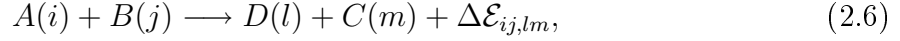
Константы скорости реакций второго и третьего порядка, как видно из выражений

$$-\frac{d[A]}{dt} = k_2[A][B], \quad (2.4)$$

$$-\frac{d[A]}{dt} = k_3[A][B][C], \quad (2.5)$$

имеют размерности  $\text{см}^3/\text{с}$  и  $\text{см}^6/\text{с}$ . Здесь  $A, B, C$  - исходные реагенты.

Константа скорости реакции  $k$  является макроскопической величиной. Ее значение зависит от термодинамического состояния системы. Рассмотрим связь макроскопической константы скорости реакции со скоростями элементарных процессов на примере столкновения двух молекул  $A$  и  $B$ :



где  $i, j, l, m$  - наборы квантовых чисел, фиксирующих начальные и конечные состояния молекул. Если при столкновении не происходит обмена атомами, т. е. ( $A \equiv D$  и  $B \equiv C$ ), то мы наблюдаем просто рассеяние частиц. Если при этом и  $\Delta\mathcal{E} = 0$ , то рассеяние называется упругим. Реакция называется квазирезонансной, если  $\Delta\mathcal{E} \sim 0$ .

Скорость реакции может быть записана через функции распределения исходных частиц по скоростям  $f(\mathbf{v})$

$$\frac{d[C(e)]}{dt} \equiv \frac{d[D(m)]}{dt} = [A(i)][B(j)] \int \sigma_{ij,em}(v) \cdot v \cdot f_A(\mathbf{v}_A) f_B(\mathbf{v}_B) d\mathbf{v}_A d\mathbf{v}_B, \quad (2.7)$$

где  $v$  - скорость относительного движения. Величину

$$k_{ij,lm} = \int \sigma_{ij,lm}(v) \cdot v \cdot f_A(\mathbf{v}_A) f_B(\mathbf{v}_B) d\mathbf{v}_A d\mathbf{v}_B \quad (2.8)$$

называют микроскопической константой скорости элементарного процесса. Если начальные состояния  $i$  и  $j$  не фиксированы, а описываются некоторыми функциями распределения  $X_i^A$  и  $X_j^B$ , то полная скорость реакции из любого начального состояния во все конечные равна

$$\frac{d[C]}{dt} \equiv \frac{d[D]}{dt} = [A][B] \sum_{ij,lm} X_i^A X_j^B \int \sigma_{ij,lm}(v) \cdot v \cdot f_A(\mathbf{v}_A) f_B(\mathbf{v}_B) d\mathbf{v}_A d\mathbf{v}_B. \quad (2.9)$$

Отсюда видно, что макроскопическая константа скорости реакции

$$k = \sum_{ij,lm} X_i^A X_j^B \cdot k_{ij,lm} \quad (2.10)$$

зависит как от соответствующих сечений, так и от функций распределения  $f(\mathbf{v})$  и  $X$ , которые в общем случае могут быть неравновесными. В статистической физике показано, что для процесса, в котором участвуют несколько реагентов  $A_i$  и получается некоторый набор конечных продуктов  $B_k$ , выполняется соотношение [18]

$$\sum_i \nu_i A_i \stackrel{k}{\rightleftharpoons} \sum_k \nu_k B_k + \Delta\mathcal{E}_{i,k},$$

где  $\nu_i, \nu_k$  - стехиометрические коэффициенты, а  $\Delta\mathcal{E}_{ik}$  - разность энергий начального и конечного состояний, равная энергии, выделяющейся (поглощаемой) при реакции. В состоянии термодинамического равновесия выполняется соотношение, связывающее равновесные концентрации реагентов (индекс  $i$ ) и конечных продуктов (индекс  $k$ ):

$$K(T) = \frac{\prod_k n_k^{\nu_k}}{\prod_i n_i^{\nu_i}} = \frac{\prod_k \left[ \left( \frac{m_k T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} F^{(k)} \right]^{\nu_k}}{\prod_i \left[ \left( \frac{m_i T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} F^{(i)} \right]^{\nu_i}} \exp \left( \frac{\sum_i \nu_i \mathcal{E}_0^{(i)} - \sum_k \nu_k \mathcal{E}_0^{(k)}}{T} \right). \quad (2.11)$$

Величины в квадратных скобках — поступательная и внутренняя статистические суммы (см. [18]), а  $\mathcal{E}_0^{(s)}$  — “химическая” энергия частицы  $s$ . Величину  $K(T)$  называют *константой равновесия*.

Заметим, что частным случаем выражения (2.11) является уравнение Саха для ионизационного равновесия

$$\frac{n_e n_i}{n} = 2 \frac{F_i}{F} \left( \frac{m_e T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\varepsilon_i/T} = 6,0 \cdot 10^{21} \frac{g_i T^{3/2} [\text{эВ}]}{g} e^{-\varepsilon_i/T}. \quad (2.12)$$

Поскольку при равновесии

$$k n_1^{\nu_1} n_2^{\nu_2} \dots = k' n_1^{\nu_1'} n_2^{\nu_2'} \dots, \quad (2.13)$$

где  $k$  и  $k'$  относятся к прямой и обратной реакции, то из (2.11) следует, что

$$K(T) = \frac{k'}{k} \sim \exp\left(-\frac{\Delta\mathcal{E}}{T}\right), \quad (2.14)$$

а следовательно, и сами константы скорости реакций экспоненциально зависят от температуры. Экспоненциальная зависимость  $k$  от  $T$  была обнаружена экспериментально еще в прошлом веке. Аррениус (1889) дал физическое объяснение этому факту, предположив, что в реакцию вступают только молекулы, обладающие энергией выше некоторой энергии  $\mathcal{E}_0$ , а константа скорости имеет вид

$$k = A(T) \exp(-\mathcal{E}_0/T), \quad (2.15)$$

где предэкспоненциальный множитель  $A$  также зависит от температуры. К вопросу о *пороге реакции* мы еще вернемся, а сейчас упомянем о чрезвычайно важном *принципе детального равновесия*, применение которого часто позволяет оценить скорость интересующего нас процесса. В соответствии с этим принципом при термодинамическом равновесии скорости прямых и обратных процессов равны не только интегрально, но и “детально” — для каждого из возможных каналов реакции и для каждого микроскопического состояния реагентов и продуктов.

## 2.2. Сложные реакции

В предыдущем разделе мы изучили кинетику простых, одноступенчатых реакций. Очевидно, однако, что в газе более или менее сложного компонентного состава должны протекать *сложные реакции*, включающие в себя ряд простых реакций. Этот класс реакций представляет для низкотемпературной плазмы особый интерес. Перечислим здесь без дальнейшей детализации наиболее важные типы сложных реакций.

*Реакции с последовательными стадиями*



протекают с образованием одного или нескольких промежуточных продуктов реакции  $X$ . Если начальная и конечная молекула не тождественны друг другу ( $A \neq C$ ), то концентрация реагентов изменяется, как показано на рис. 2.1, а, где принято  $k_2/k_1 = 1$ . Если в результате реакции образуется один из исходных реагентов ( $A \equiv C$ ), то реакция называется цепной.

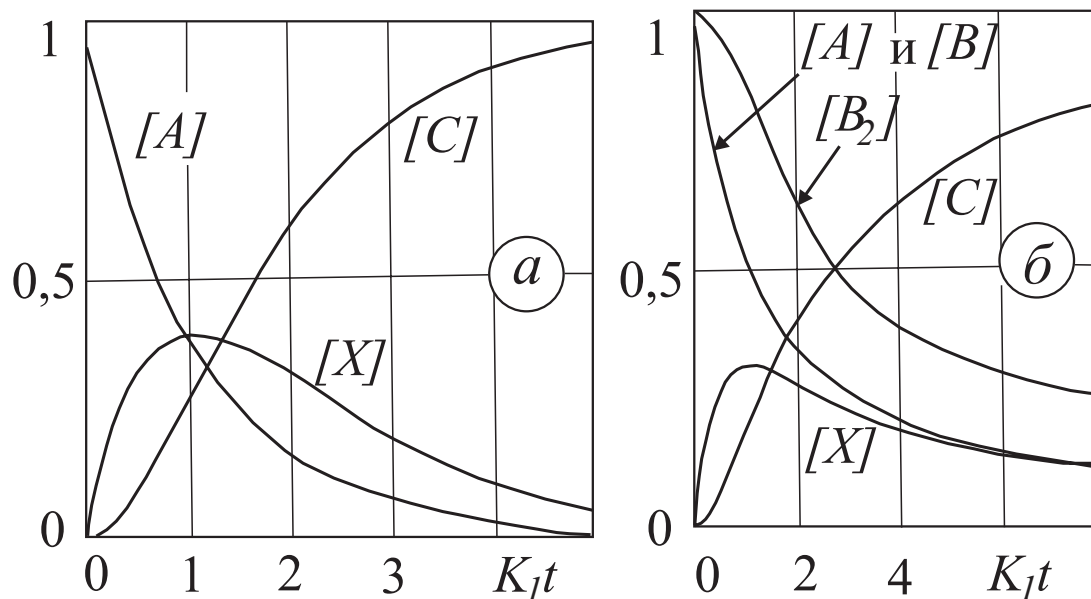


Рис. 2.1. Изменение концентрации реагентов со временем в последовательных (а) и сопряженных (б) реакциях

В параллельных реакциях



исходное вещество имеет способность реагировать с окружающей средой по нескольким независимым каналам.

Сопряженные реакции характеризуются тем, что реакция  $A + B_2$  может протекать только в присутствии индуктора  $B_1$ . Реакцию можно представить в виде двух элементарных процессов



в которых решающую роль играет промежуточный продукт  $X$ . Кинетические кривые для концентрации приведены на рис. 2.1, б.

Каталитические реакции — это сопряженные реакции, в которых вещество-индуктор, называемое здесь катализатором, претерпевая замкнутый цикл превращений, восстанавливается в конце реакции.

### 2.3. Теория элементарных процессов

Задачей теории элементарных процессов является вычисление скоростей реакций. При расчете константы скорости реакции необходимо решить две задачи — динамическую, заключающуюся в вычислении вероятностей переходов между микроскопическими состояниями взаимодействующих частиц, и статистическую, состоящую в усреднении константы скорости по состояниям взаимодействующих частиц. Такое разделение оправдано тем, что характерное время столкновения двух простых молекул, равное по порядку величины ( $\sim 10^{-12}$  с), значительно меньше среднего времени



между последовательными столкновениями. Следовательно, систему двух сталкивающихся частиц можно считать изолированной.

Решение динамической задачи даже в полуклассическом приближении в общем случае оказывается очень сложным [18], поэтому в теории элементарных процессов для описания взаимодействия двух частиц используется так называемое *адиабатическое приближение*. В этом приближении для каждой фиксированной конфигурации атомов, заданной положением их ядер, определяются допустимые значения энергии электронов — адиабатические электронные термы, причем движение атомов не вызывает переходов между электронными термами. При малых энергиях ( $\mathcal{E} < 10\text{--}100$  эВ), даже если неадиабатический механизм в процессе является основным, переходы между электронными термами локализованы в небольших областях, а в остальных — адиабатические электронные термы имеют смысл поверхностей потенциальной энергии (ППЭ).

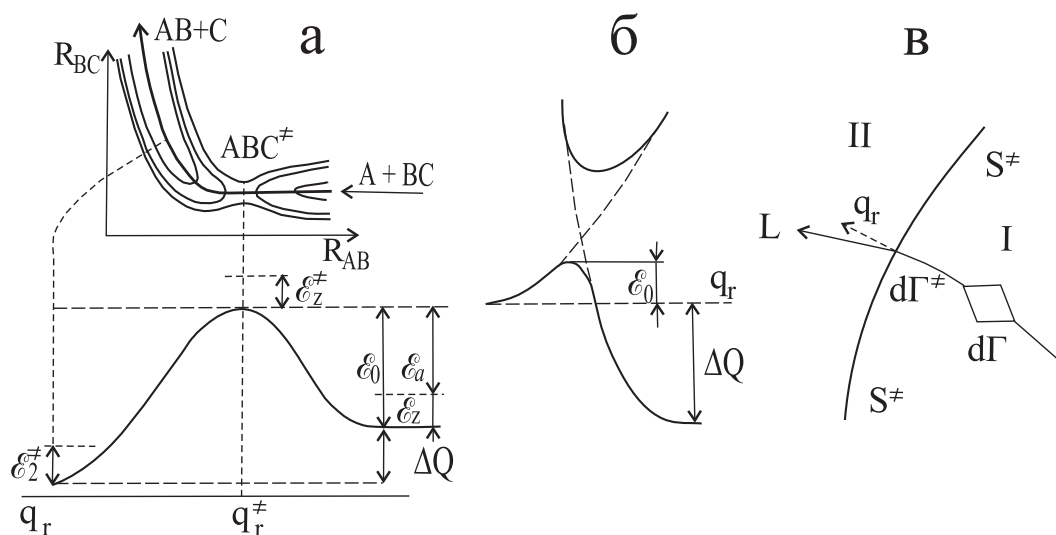


Рис. 2.2. Карта эквипотенциалей поверхности потенциальной энергии для реакции обмена (а); сечение ППЭ вдоль пути реакции (б); схема к расчету  $k$  в методе переходного состояния (в)

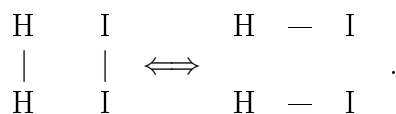
Любой элементарный процесс может теперь быть описан движением отображающей точки в конфигурационном пространстве по поверхности потенциальной энергии, как показано на рис. 2.2, а для реакции обмена



Стрелкой на рисунке изображен путь реакции, т. е. линия в конфигурационном пространстве, отвечающая минимальной энергии взаимодействия атомов и ведущая от исходных молекул к продуктам. Сечение ППЭ вдоль пути реакции называют профилем пути реакции вдоль координаты реакции  $q_r$ .

Взаимодействие  $A$  с  $BC$  и  $AB$  с  $C$  можно в нулевом приближении описать волновыми функциями, которым отвечают ППЭ, изображенные на рис. 2.2, б пунктиром. Однако взаимодействие этих двух состояний приводит к перестройке электронной структуры молекул, заключающейся в разрыве связи  $BC$  с  $AB$ , и исчезновению пересечения ППЭ. При этом нижняя ППЭ соответствует реакции (2.19), а верхняя — связанному состоянию  $ABC$ . Максимуму на профиле пути реакции соответствует так

называемый *активированный комплекс*  $ABC^\ddagger$ . Для реакции  $H_2 + I_2 \longrightarrow 2HI$ , например, активированный комплекс может рассматриваться как некоторый резонанс между структурами

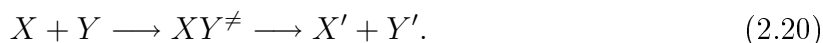


Видно, что для протекания даже экзотермической реакции реагенты должны обладать некоторым избытком энергии  $\mathcal{E}_0$ . Поскольку в соответствии с квантовой механикой как исходная молекула, так и активированный комплекс имеют некоторую энергию колебаний даже в основном состоянии, то разность энергий  $\mathcal{E}_a$  называют энергией активации. Величину  $\Delta Q$  называют теплотой реакции.

## 2.4. Метод переходного состояния

Как отмечено выше, решение динамической задачи представляет большие трудности. Однако в тех случаях, когда функция распределения (ФР) может считаться равновесной, решения динамической задачи можно избежать. Для расчета константы скорости реакции Пельцером (1932), Эйрингом (1935) и Вигнером (1938) был предложен *метод переходного состояния* (МПС). Вместо представления  $k$  как величины, зависящей только от характеристик исходных молекул, ими было введено представление об активированном комплексе, равновесная ФР по степеням свободы которого, наряду с ФР свободных молекул, определяет константу скорости. Однозначная связь характеристик активированного комплекса с характеристиками исходных молекул в рамках МПС не прослеживается, что и дает формальную возможность избежать решения динамической задачи.

Рассмотрим элементарный акт реакции в газовой фазе:



Фазовое пространство  $\Gamma$  взаимодействующих атомов делится критической поверхностью  $S^\ddagger$  на ряд областей (см. рис. 2.2, в), соответствующих различным стабильным ( $\tau > 10^{-12} - 10^{-14}$  с) молекулярным образованиям. Очевидно, что изображающая точка на критической поверхности отвечает активированному комплексу. Число частиц в объеме  $d\Gamma$  дается соотношением

$$dn = f(\mathbf{p}, \mathbf{q})d\Gamma, \quad (2.21)$$

где  $f(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  - некоторая функция распределения, а

$$d\Gamma = \prod_{j=1}^s \frac{dp_j dq_j}{2\pi\hbar}. \quad (2.22)$$

Для системы с  $s$  степенями свободы (размерность  $\Gamma$  равна  $2s$ ) имеем  $q_1 \dots q_s$  обобщенных координат и  $p_1 \dots p_s$  обобщенных импульсов.

Вблизи  $S^\ddagger$  предполагается выполнение следующих условий:

1) существует потенциал  $U(q_1 \dots q_s)$ , зависящий от координат ядер  $q_j$  и определяющий динамику движения вблизи  $S^\ddagger$ ;

2) ФР для изображающих точек, пересекающих  $S^\ddagger$  в направлении продуктов реакции, считается равновесной;

3) скорость элементарного процесса отождествляется с потоком изображающих точек через критическую поверхность в направлении продуктов реакции.

Частицы элементарного объема  $d\Gamma$  движутся по траектории  $L$  и пересекают поверхность  $S^\ddagger$  со скоростью

$$\frac{dn}{dt} = f(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \frac{d\Gamma}{dt}, \quad (2.23)$$

где  $d\Gamma/dt$  берется по направлению нормали к  $S^\ddagger$  вдоль координаты реакции, значение которой на критической поверхности равно  $q_r^\ddagger$ . Тогда

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \left[ \prod_{j \neq r} \left( \frac{dp_j dq_j}{2\pi\hbar} \right) \right] \frac{dp_r dq_r}{2\pi\hbar dt} = d\Gamma^\ddagger \frac{dq_r}{dt} \frac{dp_r}{2\pi\hbar}, \quad (2.24)$$

где  $d\Gamma^\ddagger$  – элементарный фазовый объем активированного комплекса. Усредняя по скоростям, находим поток через  $S^\ddagger$ , т. е.  $k$ :

$$k = \frac{1}{2\pi\hbar} \frac{\int f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) d\Gamma^\ddagger (dq_r/dt) dp_r}{\int f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) d\Gamma}. \quad (2.25)$$

При равновесии

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \exp[-H(\mathbf{p}, \mathbf{q})/T]. \quad (2.26)$$

Приняв, что координата реакции отделяется, запишем гамильтониан в виде

$$\begin{aligned} H(p_1, \dots, p_s, q_1, \dots, q_r^\ddagger, \dots, q_s) &= H^\ddagger + H_r, \\ H^\ddagger &= H(p_1, \dots, p_{r-1}, p_{r+1}, \dots, p_s, q_1, \dots, q_{r-1}, q_{r+1}, \dots, q_s), \\ H_r &= \mathcal{E}_r + \mathcal{E}_0, \end{aligned} \quad (2.27)$$

где  $\mathcal{E}_r$  – кинетическая энергия движения по координате реакции. Подставим (2.26) и (2.28) в (2.25) и, проинтегрировав получившееся выражение по  $d\mathcal{E}_r = (dq_r/dt) dp_r$ , получим

$$k = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_r}{T}\right) d\mathcal{E}_r \frac{\int \exp(-H^\ddagger/T) d\Gamma^\ddagger}{\int \exp(-H/T) d\Gamma} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_0}{T}\right), \quad (2.28)$$

где дробь есть отношение соответствующих статсумм  $F^\ddagger/F$ .

В квантовом варианте формулы энергию  $\mathcal{E}_0$  нужно заменить энергией активации

$$\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_z^\ddagger - \mathcal{E}_z, \quad (2.29)$$

где  $\mathcal{E}_z^\ddagger$  и  $\mathcal{E}_z$  – энергия нулевых колебаний активированного комплекса и исходных молекул. Если внести еще коэффициент прохождения  $\chi$ , учитывающий возможность отражения изображений точки после прохождения критической поверхности, а также туннельные и надбарьерные переходы, то выражение для константы скорости примет вид

$$k = \chi \frac{T}{2\pi\hbar} \frac{F^\ddagger}{F} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_a}{T}\right). \quad (2.30)$$

Ее размерность –  $\text{с}^{-1}$ . Ясно, что это фактически – процесс распада промежуточного комплекса, то есть реакция первого порядка.

## 2.5. Неравновесные эффекты в реакциях

До сих пор мы предполагали, что реагирующие частицы и активированный комплекс имеют равновесную функцию распределения по скоростям и внутренним состояниям. Ясно, однако, что поскольку реакционноспособными оказываются только те молекулы, энергия которых превышает  $\mathcal{E}_a$ , то ФР реагентов непрерывно обедняется в своей высокоэнергичной части. Зато ФР продуктов реакции, напротив, имеет избыток высокоэнергичных частиц. Скорость реакции зависит, следовательно, от скорости тепловой релаксации как реагентов, так и продуктов. В простейшем случае релаксирующая молекула  $A$  находится в тепловом резервуаре  $M$ . В этом случае отношение константы скорости перехода молекулы  $A$  с уровня энергии  $\mathcal{E}$  на уровни в интервале  $(\mathcal{E}', \mathcal{E}' + d\mathcal{E}')$  к константе скорости обратного перехода определяется константой равновесия, которую в данном случае нужно записать следующим образом:

$$\frac{k(\mathcal{E}, \mathcal{E}')}{k(\mathcal{E}', \mathcal{E})} = \frac{\rho(\mathcal{E}')}{\rho(\mathcal{E})} \exp \left[ -\frac{\mathcal{E}' - \mathcal{E}}{T} \right], \quad (2.31)$$

где  $\rho(\mathcal{E})$  – плотность непрерывного спектра энергетических уровней релаксирующих степеней свободы молекулы.

Скорость релаксации неравновесной ФР характеризуется временем релаксации  $\tau$ , т. е. временем, в течение которого какая-либо макроскопическая величина (например, энергия) одной из степеней свободы изменится в  $e$  раз.

Общим для всех процессов релаксации является то, что в стадии приближения к равновесию, когда релаксирующая величина  $X$  близка к равновесному значению  $X^0$ , для  $dX/dt$  можно записать линейное уравнение

$$\frac{dX}{dt} \approx \frac{X^0 - X}{\tau}. \quad (2.32)$$

Отсюда, обозначив через  $X_1$  начальное значение величины  $X$ , получим

$$X = X_1 e^{-t/\tau} + X^0 (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.33)$$

Практически любой физико-химический процесс можно рассматривать как релаксационный. Даже процесс возбуждения какого-либо состояния внешним источником, в сущности, является процессом релаксации расширенной системы, включающей источник возбуждения.

Очевидно, что эффективная скорость реакции в значительной мере определяется скоростью энергетической релаксации продуктов. Если последняя велика, то мала скорость обратного процесса. В этом случае происходит стабилизация продукта реакции. Поскольку для многоатомных систем рассчитать  $k(\mathcal{E}, \mathcal{E}')$  практически невозможно, то для оценки обычно используют две альтернативные гипотезы.

В гипотезе ступенчатой активации и дезактивации предполагается, что при одном столкновении пробной молекулы  $A$  с молекулой теплового резервуара  $M$  энергия  $\mathcal{E}_A$  меняется в среднем на величину, меньшую  $T$ . При этом релаксация идет по диффузионному механизму и описывается уравнением Фоккера—Планка [9].

В гипотезе сильных столкновений предполагается, что каждое столкновение активной молекулы  $A + M$  приводит к ее дезактивации, а активация, наоборот, происходит из равновесного состояния. В этом случае релаксационное уравнение для неравновесной ФР  $X(\mathcal{E})$  будет

$$\frac{dX(\mathcal{E})}{dt} = Z_0^*[M][X^0(\mathcal{E}) - X(\mathcal{E})], \quad (2.34)$$

где  $Z_0^*$  – эффективное число дезактивирующих столкновений  $M$  с  $AB^*$  при единичной концентрации  $M$ , имеющее размерность  $\text{см}^3/\text{с}$ . Проиллюстрируем изложенное выше на примере моно- и бимолекулярных реакций.

## 2.6. Мономолекулярные реакции

Мономолекулярные реакции типа (2.1) протекают с заметной скоростью лишь в том случае, когда реагирующая молекула обладает внутренней энергией, большей, чем  $\mathcal{E}_a$ . Следовательно, процесс протекает в две стадии. Сначала молекула за счет термических процессов или возбуждения внешним источником (светом, электронным ударом) приобретает избыточную энергию



Затем энергия сосредоточивается на определенных степенях свободы, образуя активированную молекулу с последующим ее распадом:



Для анализа макроскопической константы  $k$  термической диссоциации используем гипотезу сильных столкновений (гипотеза ступенчатой активации качественно дает тот же результат). Добавив в правую часть (2.34) член  $-k^*(\mathcal{E})X(\mathcal{E})$  и решая задачу в квазистационарном приближении, получаем

$$X(\mathcal{E}) = \frac{Z_0^*[M]}{Z_0^*[M] + k^*(\mathcal{E})} X^0(\mathcal{E}). \quad (2.37)$$

Отсюда

$$k = \int_{\mathcal{E}_a}^{\infty} k^*(\mathcal{E})X(\mathcal{E})d\mathcal{E} = \int_{\mathcal{E}_a}^{\infty} \frac{Z_0^*[M]k^*(\mathcal{E})}{Z_0^*[M] + k^*(\mathcal{E})} e^{-\mathcal{E}/T} \frac{\rho(\mathcal{E})d\mathcal{E}}{F_{AB}} . \quad (2.38)$$

В пределе больших давлений  $X(\mathcal{E}) \longrightarrow X^0(\mathcal{E})$ , а  $k^\infty$  определяется выражением (2.30). В этом случае реакция является реакцией первого порядка. При малых давлениях  $Z_0^*[M] \ll k^*(\mathcal{E})$  и

$$k = Z_0^*[M] \int_{\mathcal{E}_a}^{\infty} e^{-\mathcal{E}/T} \frac{\rho(\mathcal{E})d\mathcal{E}}{F_{AB}} = k_a[M] . \quad (2.39)$$

В этом случае скорость реакций определяется величиной константы скорости активации  $k_a$  и линейно растет с давлением и реакция становится реакцией второго порядка.

## 2.7. Бимолекулярные реакции

Бимолекулярные реакции включают в себя два класса реакций — реакции рекомбинации и присоединения

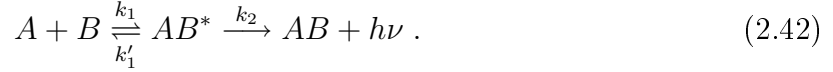


и реакции обмена



Реакция (2.41) всегда является реакцией второго порядка. Рассмотрим подробнее более интересную для нас реакцию (2.40). Общим для всех реакций этого типа является необходимость стабилизации продукта, т. е. отводе части энергии для обеспечения устойчивости  $AB$ . Стабилизация может осуществляться двумя способами: а) путем излучения фотона (радиационная стабилизация) или б) за счет передачи части энергии третьей частице (ударная стабилизация).

а) При радиационной стабилизации избыток энергии уносится фотоном:



Отсюда

$$\frac{d[AB]}{dt} = \frac{k_1 k_2}{k'_1 + k_2} [A][B] = k[A][B], \quad (2.43)$$

где  $k_1[A][B]$  – скорость образования  $AB^*$ , а  $k'_1 + k_2$  – вероятность распада  $AB^*$ . Ясно, что размерности  $k_1$  и  $k'_1$  разные.

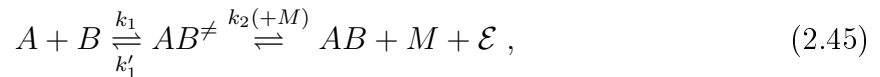
При рекомбинации простых атомов и молекул, а также при ион-ионной рекомбинации, время излучения ( $\tau_2 = k_2^{-1} \sim 10^{-8}$  с) гораздо больше, чем время существования активированного комплекса

$$\tau'_1 = k'_1{}^{-1} \sim d/u = 10^{-8} \text{ см}/5 \cdot 10^4 \text{ см}/\text{с} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ с} .$$

(здесь  $d$  – диаметр атомов,  $u$  – относительная скорость). Следовательно, вероятность стабилизации продукта излучением  $\tau'_1/\tau_2 \sim 10^{-5}$  и эффективная частота столкновений  $Z_0^*$  на пять порядков меньше газокинетической. Это означает, что равновесие сдвинуто в пользу первой из реакций (2.42) и исходные частицы находятся в равновесии с активированным комплексом. Распад комплекса происходит крайне редко. Отсюда следует, что в случае радиационной стабилизации константа скорости образования конечного продукта принимает вид

$$k \approx \frac{k_1 k_2}{k'_1} = K_1 \cdot k_2 . \quad (2.44)$$

б) Ударная стабилизация может рассматриваться как процесс, обратный мономолекулярному распаду



кинетическое уравнение для которого имеет вид

$$\frac{d[AB]}{dt} = \frac{k_1 k_2}{k'_1 + k_2[M]} [M][A][B]. \quad (2.46)$$

При больших давлениях, когда  $k_2[M] \gg k'_1$ , это реакция второго порядка.

$$\frac{d[AB]}{dt} = k_1[A][B] = k[A][B] . \quad (2.47)$$

Если предположить, что ударная стабилизация осуществляется при каждом столкновении  $AB^{\neq}$  с  $M$ , то  $k_2 \sim \sigma_{\text{stab}} \cdot v \sim 10^{-15} \text{ см}^2 \cdot 10^5 \text{ см}/\text{с} = 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}$  и необходимое

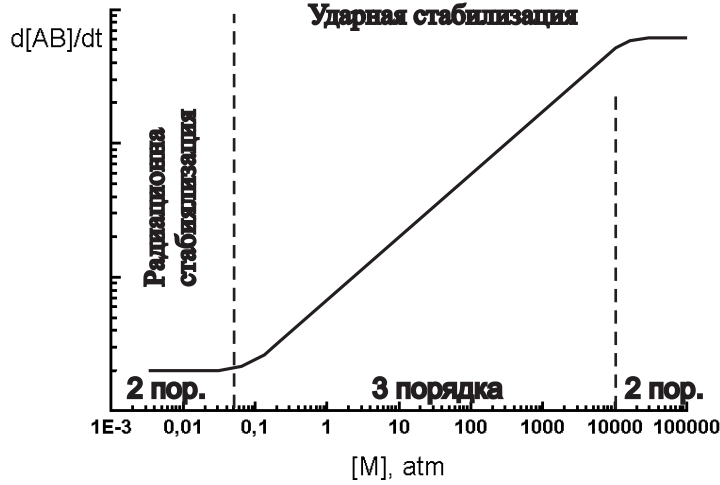


Рис. 2.3. Скорость образования продукта в реакции рекомбинации как функция концентрации тушителя

давление составляет  $[M] \gg k'_1/k_2 = 10^{+13} \text{ с}^{-1}/10^{-10} \text{ см}^3\text{с}^{-1} \approx 10^{23} \text{ см}^{-3} \sim 10^4 \text{ атм}$ . При малых давлениях реакция протекает по закону третьего порядка:

$$\frac{d[AB]}{dt} = \frac{k_1 k_2}{k'_1} [M][A][B] = k[M][A][B]. \quad (2.48)$$

На рис. 2.3 качественно показана зависимость скорости образования продукта реакции в реакции рекомбинации от плотности молекул теплового резервуара  $M$ . Заметим, что в роли третьей частицы может выступать в частном случае один из реагентов.

Найдем давление газа, при котором сравниваются скорости ударной и радиационной рекомбинации:  $10^8 \text{ с}^{-1} = 10^{-10} \text{ см}^3\text{с}^{-1} \cdot [M]$ . Отсюда  $[M] = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , т. е.  $\sim 30 \text{ Тор}$  при комнатной температуре. При давлении ниже 30 Тор излучательная стабилизация преобладает.

## 2.8. Вращательная и колебательная релаксация

От распределения молекул по вращательным ( $R$ ) и колебательным ( $V$ ) степеням свободы зависит скорость химических реакций, величина коэффициентов переноса (теплопроводность, термодиффузия), эффективность генерации некоторых газовых лазеров. Заселение верхних колебательных уровней может приводить к развитию одного из типов ионизационной неустойчивости разряда в молекулярных газах. В данном разделе рассмотрим релаксационные процессы в молекулах.

Внутреннюю энергию молекулы с хорошим приближением можно представить в виде суммы электронной  $\mathcal{E}_e$ , колебательной  $\mathcal{E}_v$  и вращательной  $\mathcal{E}_R$  энергий:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_v + \mathcal{E}_R. \quad (2.49)$$

Соотношение этих энергий выражается через массы электрона и молекулы следующим образом:  $\mathcal{E}_e : \mathcal{E}_v : \mathcal{E}_R = 1 : \sqrt{m/M_a} : m/M_a$ .

Эффективность релаксации любой степени свободы молекулы можно оценить с помощью адиабатического принципа: процесс протекает без изменения квантовых состояний сталкивающихся частиц (упругое столкновение), если обратная продолжительность соударения гораздо меньше характерной частоты периодического движения, отвечающей данной степени свободы  $\tau_a^{-1} \ll \omega$  (медленное соударение). Домножив неравенство на  $\hbar$ , получим *критерий Мессе* малой вероятности превращения энергии поступательного движения во внутреннюю энергию  $\Delta\mathcal{E} = \hbar\omega$ :

$$\xi = \omega \cdot \tau_a = \frac{\Delta\mathcal{E} \cdot \tau_a}{\hbar} \gg 1. \quad (2.50)$$

Как увидим далее, критерий Мессе справедлив для многих видов столкновений, и мы будем им в дальнейшем часто пользоваться.

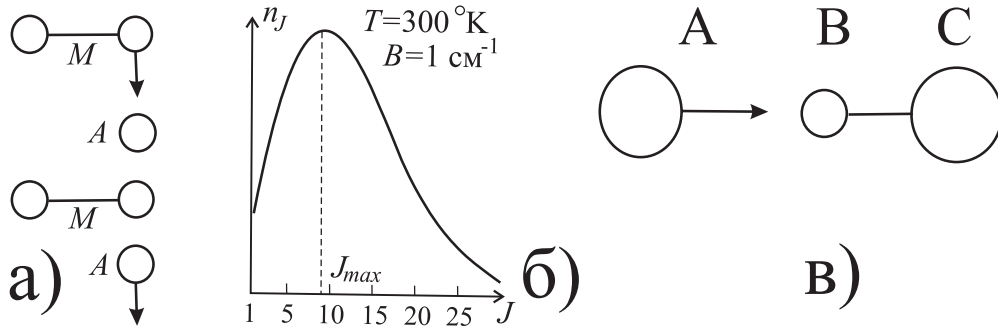


Рис. 2.4. Модель  $R - T$  релаксации (а); распределение молекул по вращательным уровням (б); модель  $V-T$  релаксации (в)

Считается, что при соударениях молекул близкой массы поступательная ( $T-T$ ) релаксация происходит за одно столкновение (частота столкновений молекул в воздухе при нормальных условиях составляет  $\sim 10^{10}\text{ c}^{-1}$ ). Действительно, простая качественная модель столкновения атома с вращающейся двухатомной молекулой показывает (рис. 2.4, а), что небольшой асимметрии столкновения достаточно для передачи энергии вращения в поступательное движение ( $R - T$  релаксация).

Энергия вращения молекулы равна

$$\mathcal{E}_R = BJ(J+1) \sim 10^{-4}J(J+1) [\text{эВ}], \quad (2.51)$$

где  $J$  – вращательное квантовое число, а  $B$  – вращательная постоянная, величина которой  $\sim 1\text{ cm}^{-1}$ . Расстояние между двумя последовательными уровнями растет с ростом  $J$ :

$$\Delta\mathcal{E}_R = \mathcal{E}'_R - \mathcal{E}''_R = 2B(J+1). \quad (2.52)$$

Отсюда ясно, что параметр Мессе также растет с ростом  $J$ . Подставляя (2.52) в (2.50), находим

$$\xi = \frac{2B(J+1)\tau_a}{\hbar} \sim 0,1(J+1). \quad (2.53)$$

Очевидно, что при  $J < 10$  условие адиабатичности не выполняется и  $R - T$  релаксация происходит быстро (при этом  $\Delta\mathcal{E}_R < T$  и рассмотренная механическая модель применима). Заметим, что при  $T \sim 300\text{ K}$   $J \sim 10$  соответствует максимуму распределения молекул по вращательным уровням (рис. 2.4, б):

$$n_J = n \frac{B}{T} (2J+1) \exp \left[ -\frac{BJ(J+1)}{T} \right]. \quad (2.54)$$



В таб. 2.1 приведены экспериментальные данные об эффективном числе столкновений и временах вращательной релаксации нижних состояний. Очевидно, что при  $J \gg 10$  столкновения почти адиабатические и релаксация этих состояний происходит значительно медленнее.

Таблица 2.1.  $R - T$  релаксация при нормальных условиях

Молекула	H <sub>2</sub>	D <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>
$\tau$ , нс	20	15	1	2	2
$Z_0^*$	300	100	5	10	16

Теперь перейдем к обсуждению колебательной релаксации. Расстояние между нижними колебательными уровнями эквидистантно и для простых молекул равно по порядку величины

$$\Delta \mathcal{E}_v = \hbar \omega_v \sim 0,1 \text{ эВ}. \quad (2.55)$$

Параметр Мессе для колебаний равен

$$\xi \approx \frac{\tau_a \cdot \Delta \mathcal{E}_v}{\hbar} \sim 100 \gg 1, \quad (2.56)$$

т. е. вероятность  $V - T$  релаксации при столкновении мала. Вычислим эту вероятность для однокомпонентного двухатомного газа.

Пусть  $T < \hbar \omega_v$ , (т. е.  $T < 1000$  К), тогда существенно возбуждение только первого колебательного уровня. Плотности невозбужденных и возбужденных молекул обозначим  $n_0$  и  $n_1$ , причем  $n_0 + n_1 = n$ , а вероятности возбуждения и дезактивации —  $p_{01}$  и  $p_{10}$ . Тогда

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{1}{\tau_a} (p_{01} n_0 - p_{10} n_1). \quad (2.57)$$

В соответствии с выражением (2.14)

$$\frac{p_{l-1,l}}{p_{l,l-1}} = \frac{n_l^0}{n_{l-1}^0} = \exp \left[ -\frac{\hbar \omega_v}{T} \right] \equiv \exp(-\theta). \quad (2.58)$$

Подставляя  $p_{01}$  из (2.58) в (2.57) и учитывая, что  $n_1^0 \ll n_0^0 \sim n_0 \approx n$ , получаем

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{1}{(\tau_a/p_{10})} (n_1^0 - n_1), \quad (2.59)$$

где время релаксации  $\tau = \tau_a/p_{10} = Z_1 \tau_a$  ( $Z_1$  — среднее число соударений, необходимое для релаксации).

При высоких температурах ( $T > \hbar \omega_v$ ) необходимо учитывать переходы между высокими уровнями. Известно, что гармонический осциллятор может менять энергию только на величину одного колебательного кванта, а вероятности переходов равны

$$\begin{cases} p_{l-1,l} = lp_{01}, \\ p_{l,l-1} = lp_{10}. \end{cases}$$

Кинетическое уравнение для заселенности  $l$ -го уровня имеет вид

$$\frac{dn_l}{dt} = \frac{1}{\tau_a} (p_{l-1,l} n_{l-1} + p_{l+1,l} n_{l+1} - p_{l,l-1} n_l - p_{l,l+1} n_l). \quad (2.60)$$

Умножив (2.60) на  $\hbar\omega_v l$ , обозначив полную энергию колебаний в  $1 \text{ см}^3 \sum_l \hbar\omega_v n_l$  через  $\mathcal{E}_v$  и просуммировав по  $l$ , с учетом (2.58) и (2.8) получим

$$\frac{d\mathcal{E}_v}{dt} = \frac{p_{10}(1 - e^{-\theta})}{\tau_a} (\mathcal{E}_v^0 - \mathcal{E}_v), \quad (2.61)$$

где  $\mathcal{E}_v^0 = \hbar\omega_v n / (e^\theta - 1)$ . Время колебательной релаксации, следовательно, равно

$$\tau_v = \frac{\tau_a}{p_{10}(1 - e^{-\theta})}, \quad (2.62)$$

а среднее число столкновений, необходимое для установления равновесия по колебательным уровням,

$$Z_v = \frac{1}{p_{10}(1 - e^{-\theta})} = \frac{Z_1}{1 - e^{-\theta}}. \quad (2.63)$$

При  $T \gg \hbar\omega_v$   $Z_v \approx Z_1/\theta$ .

Согласно (2.62) время колебательной релаксации  $\tau_v$  может быть вычислено, если известно  $p_{10}$ . Для оценки  $p_{10}$  рассмотрим в квазиклассическом приближении столкновение атома  $A$  с молекулой  $BC$  в геометрии, изображенной на рис. 2.4, в. Пусть  $M_B \gg M_C$ , тогда  $A$  взаимодействует только с атомом  $C$ . Смещение  $y$  атома  $C$  от положения равновесия описывается соотношением

$$M_C(d^2y/dt^2 + \omega_v^2 y) = F(t) = -\partial U/\partial x \approx U/a_0. \quad (2.64)$$

Умножим (2.64) на  $e^{i\omega_v t}$  и возьмем интеграл от  $-\infty$  до  $t$  с учетом граничных условий  $y(-\infty) = 0$ ,  $dy/dt(-\infty) = 0$ . Получим

$$M_C(dy/dt - i\omega_v y)e^{i\omega_v t} = \int_{-\infty}^t F(t)e^{i\omega_v t} dt. \quad (2.65)$$

Возведем это выражение в квадрат, поделим на  $2M_C$  и получим энергию осциллятора

$$\mathcal{E}(t) = \frac{M_C}{2}(dy/dt^2 + \omega_v^2 y^2) = \frac{1}{2M_C a_0^2} \left| \int_{-\infty}^t U(x(t))e^{i\omega_v t} dt \right|^2. \quad (2.66)$$

Аппроксимируем потенциал взаимодействия атома с молекулой функцией вида (Ландау и Теллер, 1936)

$$U(x) = \frac{Mv^2}{2} \exp\left(-\frac{x}{a_0}\right). \quad (2.67)$$

Вероятность возбуждения колебаний пропорциональна квадрату Фурье-компоненты энергии взаимодействия сталкивающихся частиц

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} Ue^{i\omega_v t} dt \right|^2 \approx \left| 16\pi^3 a_0^2 \omega_v \exp\left(-\frac{4\pi^3 a_0 \omega_v}{v}\right) \right|^2. \quad (2.68)$$

Здесь интеграл вычислен по теореме вычетов (см. [1, 19]).

Чтобы перейти к квантовым представлениям, запишем энергию, передаваемую в среднем за один удар, как

$$\mathcal{E} = \hbar\omega_v p_{01}(v). \quad (2.69)$$

Из (2.68) и (2.69) получим окончательно

$$P_{01}(v) = \frac{128\pi^6 M^2 a_0^2 \omega_v}{\hbar M_C} \exp\left(-\frac{8\pi^3 a_0 \omega_v}{v}\right). \quad (2.70)$$

Проинтегрировав (2.70) по максвелловскому распределению  $v^2 \exp(-Mv^2/2T)$ , получим макроскопическую вероятность возбуждения колебаний. Интеграл по скоростям содержит множитель  $\exp(-8\pi^3 a_0 \omega_v/v - Mv^2/2T)$  и берется методом перевала. Значение показателя экспоненты минимально при  $v^* = (8\pi^3 a_0 \omega_v T/M)^{1/3}$ , поэтому

$$p_{10} \sim p_{01} \sim \exp\left(-\frac{8\pi^3 a_0 \omega_v}{v^*} - \frac{Mv^{*2}}{2T}\right) \approx \exp\left[-\left(\frac{216\pi^6 a_0^2 \omega_v^2 M}{T}\right)^{1/3}\right]. \quad (2.71)$$

Из (2.62) и (2.71) следует, что время колебательной релаксации равно

$$\tau_v = \tau_a \cdot A(T) \exp(-bT^{-1/3}), \quad (2.72)$$

где  $A(T)$  – медленно меняющаяся функция температуры. Заметим, что скорость термоядерных реакций имеет такую же зависимость от температуры, что объясняется одинаковой зависимостью вероятностей ( $\sim \exp(-\text{const}/v)$ ) сближения ядер при кулоновских столкновениях и  $p_{01}$ .

Различие во временах релаксации верхних и нижних колебательно-вращательных уровней молекул было использовано для создания газовых лазеров с высоким кпд, генерирующих излучение в инфракрасной ( $\lambda \sim 10$  мкм) области спектра. Рассмотрим два колебательных уровня – верхний и нижний – с заселенностью  $n_2$  и  $n_1$  соответственно. Как показано выше, в пределах каждого колебательного уровня быстро устанавливается равновесная заселенность вращательных уровней (см. рис. 2.4, б). Коэффициент усиления излучения, отвечающий переходу с верхнего колебательного уровня (с вращательного подуровня  $J_2$ ) на нижний (подуровень  $J_1$ ), равен

$$k_{\text{rad}} = \sigma(n_{2,J_2} g_1 - n_{1,J_1} g_2), \quad (2.73)$$

где  $\sigma$  – сечение усиления,  $g = 2J + 1$  – вырождение подуровня. Для линейных молекул типа CO или CO<sub>2</sub> правилами отбора разрешены переходы  $J_2 - J_1 = +1$  ( $R$ -ветвь) и  $J_2 - J_1 = -1$  ( $P$ -ветвь).

Из (2.73) и (2.54) легко получить для  $R$ -ветви

$$k_{\text{rad}}^R = \frac{\sigma B n_1}{T} (2J_2 + 1)(2J_2 - 1) e^{-BJ_2(J_2-1)/T} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} e^{-2BJ_2/T} - 1\right), \quad (2.74)$$

и для  $P$ -ветви

$$k_{\text{rad}}^P = \frac{\sigma B n_1}{T} (2J_2 + 1)(2J_2 + 3) e^{-BJ_2(J_2-1)/T} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} - e^{-BJ_2/T}\right). \quad (2.75)$$

Из (2.74) и (2.75) следует, что коэффициент усиления для  $P$ -ветви больше, чем для  $R$ -ветви. Для  $P$ -ветви усиление возможно даже при  $n_2/n_1 < 1$ . На рис. 2.5 показана зависимость коэффициента усиления перехода  $00^{\circ}1 - 10^{\circ}0$  молекулы CO<sub>2</sub> от величины вращательного квантового числа  $J_2$  при различной инверсии заселенностей уровней  $n_2$  и  $n_1$ .

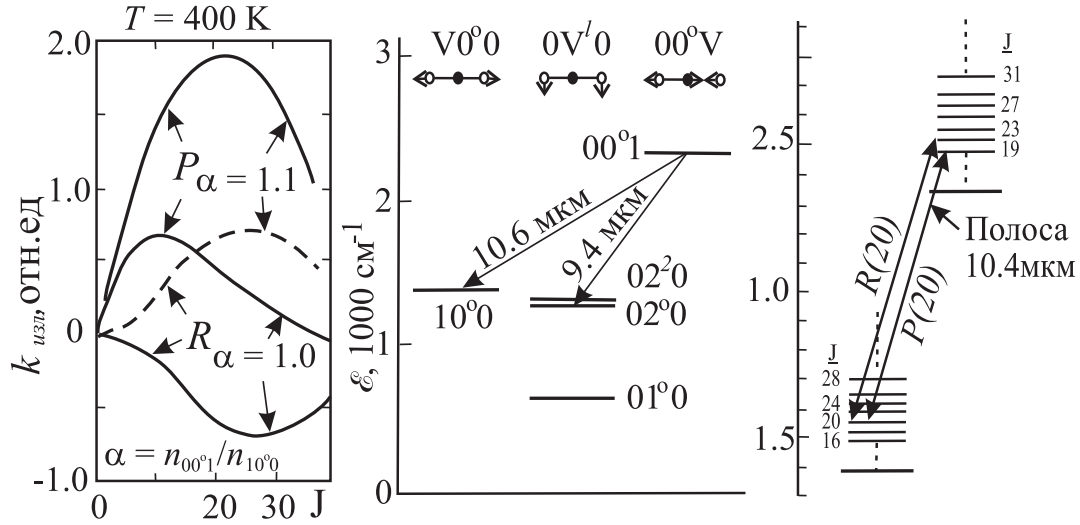


Рис. 2.5. Коэффициент оптического усиления перехода  $00^{\circ}1-10^{\circ}0$  в молекуле  $\text{CO}_2$  для  $R$  и  $P$  ветвей (переходы между вращательными подуровнями показаны справа)

Таблица 2.2. Константа тушения состояний  $00^{\circ}1$  и  $01^{\circ}0$  молекулы  $\text{CO}_2$  в соударениях с другими частицами при тепловых энергиях, в единицах  $10^{-14} \text{ см}^3/\text{с}$

молекула примеси	$\text{CO}_2$	He	$\text{H}_2$	$\text{H}_2\text{O}$
$00^{\circ}1$	1,6	0,3	12	100
$01^{\circ}0$	0,6	11	300	1500

Лазер на молекулах  $\text{CO}_2$  имеет высокий (10–30%) коэффициент полезного действия и наивысшую из всех лазеров мощность в непрерывном режиме ( $> 60 \text{ кВт}$ ). Диаграмма его низших колебательных состояний и некоторые из колебательно-вращательных переходов полосы 10,4 мкм приведены на рис. 2.5. Возможность получения значительной инверсии между переходами  $00^{\circ}1$  и  $10^{\circ}0$  связана с различием во временах  $V - T$  релаксации этих уровней (см. таб. 10.1). Обычно для опустошения нижнего уровня в лазерную смесь вводится гелий, а добавка азота, первый колебательный уровень которого лишь на  $19 \text{ см}^{-1}$  ниже, чем уровень  $00^{\circ}1$  молекулы  $\text{CO}_2$ , обеспечивает эффективный перенос энергии от возбужденного азота к молекулам  $\text{CO}_2$ .

## Глава 3

# Столкновительные процессы в низкотемпературной плазме

### 3.1. Упругие столкновения и перезарядка

В неравновесной плазме упругие столкновения определяют скорости многих релаксационных процессов. Наибольший интерес для нас представляют столкновения электронов с тяжелыми частицами. Вероятность рассеяния электрона на некоторый угол  $\theta$  определяется деталями потенциала взаимодействия рассеивающей частицы с налетающим электроном. Она пропорциональна дифференциальному сечению рассеяния  $d\sigma(v) = (d\sigma/d\Omega) d\Omega$ , причем угловая зависимость сечения рассеяния  $d\sigma/d\Omega$  может быть довольно сложной. Полное сечение рассеяния для столкновения с относительной скоростью  $v$  определяется как  $\sigma_c(v) = \int (d\sigma/d\Omega) d\Omega$ . Если учесть распределение электронов по скоростям, то можно ввести усредненное сечение рассеяния  $\bar{\sigma}_c = \int v^2 \sigma_c(v) f(v) dv$ . Частота упругих столкновений определяется выражением  $\nu_c(v) = v\sigma_c(v)n$ , где  $n$  — плотность частиц, с которыми сталкивается электрон.

Поскольку величина импульса (а следовательно, и энергия), передаваемая электроном тяжелой частице при столкновении, зависит от угла рассеяния, то для описания результата столкновения вводят так называемое *транспортное сечение*

$$\sigma_{tr} = \sigma_c (1 - \overline{\cos\theta}), \quad (3.1)$$

что позволяет ввести эффективную частоту столкновений

$$\nu_m = \nu_c (1 - \overline{\cos\theta}), \quad (3.2)$$

которая определяет скорость потери электроном продольного импульса

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -m\mathbf{v}(1 - \overline{\cos\theta})\nu_c = -m\mathbf{v}\nu_m = -\mathbf{p}\nu_m. \quad (3.3)$$

Величины сечений столкновений и транспортных сечений для электронов в инертных газах показаны на рис. 3.1. Причиной снижения сечений столкновений почти до нуля при малых энергиях электронов обусловлена эффектом Рамзауэра, наблюдающегося для атомов с заполненной внешней оболочкой (Ar, Kr, Xe) при энергиях налетающего электрона порядка нескольких электронвольт, когда его де-бройлевская длина волны  $\lambda$  [нм] =  $1.2\sqrt{\mathcal{E}}$  [эВ] становится сравнима с размером атома.

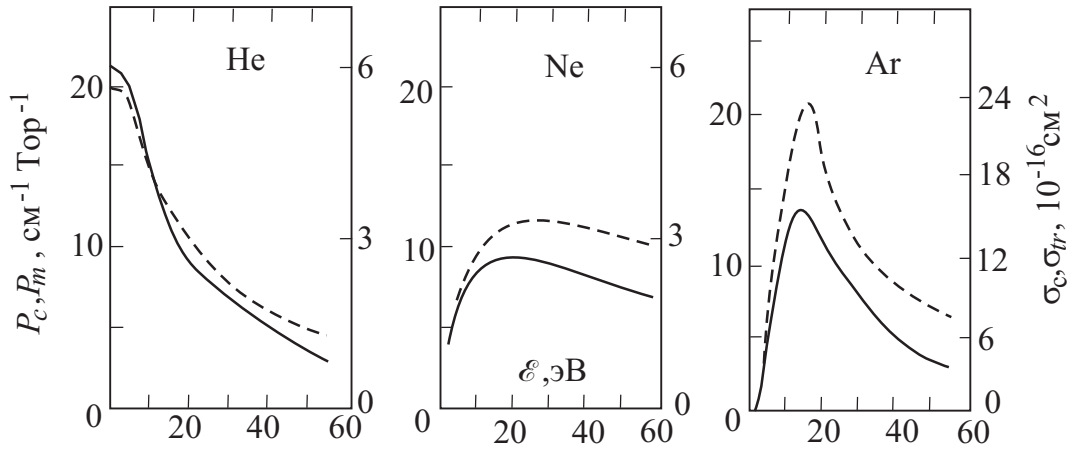


Рис. 3.1. Вероятности столкновений (пунктир) и вероятности, соответствующие транспортным сечениям (сплошные кривые), для электронов в инертных газах He, Ne и Ar. Правые шкалы на всех рисунках указывают величины соответствующих сечений

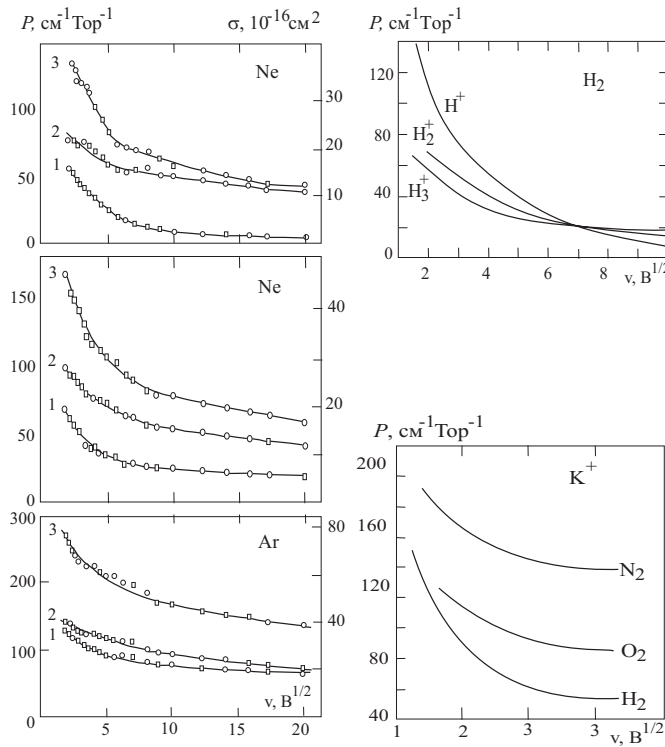


Рис. 3.2. Слева — вероятности и сечения столкновений ионов в инертных газах: 1 — упругое рассеяние, 2 — перезарядка, 3 — их сумма; Справа — вероятность упругого рассеяния различных ионов водорода в  $H_2$  и вероятность упругих столкновений ионов  $K_+$  в молекулярных газах

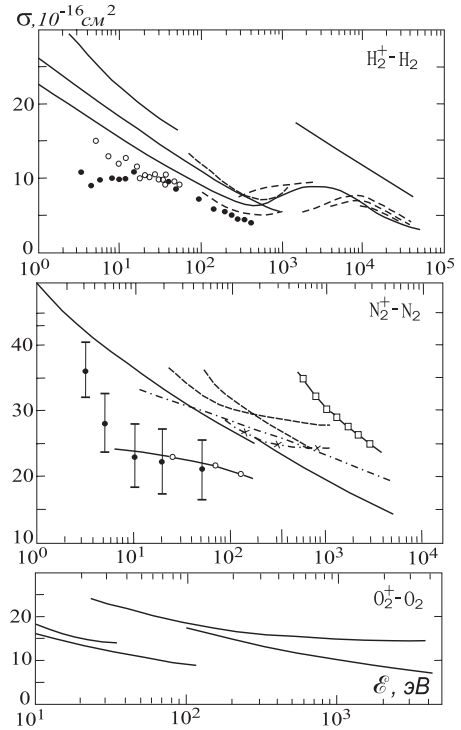


Рис. 3.3. Сечение перезарядки молекулярных ионов в собственном газе

Скорость потери частицей энергии при упругом столкновении определяется выражением

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\frac{1}{2M} \overline{(\Delta \mathbf{p})^2} \nu_c \approx -\frac{2m}{M} \mathcal{E} \nu_m, \quad (3.4)$$

где при преобразованиях учтено, что  $|v| \approx |v'|$ . Из выражения (3.4) видно, что поступательная релаксация частиц равной массы происходит за одно эффективное столкновение, тогда как электроны, имеющие малую массу, могут сохранять энергию довольно долго. Это и является причиной часто наблюдающегося отрыва электронной температуры от температуры атомов и ионов.

Таким же образом мы можем проанализировать рассеяние ионов на неполярных атомах и молекулах. Как отмечено выше, сечение такого взаимодействия хорошо описывается поляризационным сечением. Поскольку основной вклад в сечение дают столкновения с отклонением на большие углы, то можно показать [2], что

$$\sigma_{\text{tr}}^{(i)} = \pi \rho_0^2 \sim \pi \sqrt{\alpha e^2 / 2\mathcal{E}_{ia}}, \quad (3.5)$$

где  $\mathcal{E}_{ia}$  – энергия относительного движения иона и атома на большом расстоянии. Транспортные сечения для некоторых ионов приведены на рис. 3.2. Если нейтральная частица имеет постоянный дипольный момент  $d_0$ , то его также следует принимать во внимание, особенно при низких энергиях, когда важную роль играют столкновения с большими прицельными параметрами.

Весьма часто значительную роль в процессах переноса играет перезарядка ионов на атомах и молекулах газа



в результате которой происходит обмен импульсами между нейтральными атомами и ионами. Если ионы движутся в собственном газе, то для однозарядных его ионов (атомарных или молекулярных) одним из эффективных процессов является резонансная перезарядка



Сечение этого процесса весьма велико и может быть оценено (с точностью  $\sim 50\%$ ) по формуле [2]

$$\sigma_{ex} = \pi a_0^2 \frac{I_H}{I} \ln^2 \left( \frac{100v_0}{v} \sqrt{\frac{I}{I_H}} \right), \quad (3.8)$$

где  $v_0 = 2,19 \cdot 10^8$  см/с – скорость электрона на первой боровской орбите, а  $I$  – потенциал ионизации атома (молекулы). При перезарядке быстрый ион “мгновенно” исчезает и появляется быстрый атом. Сечения перезарядки некоторых молекул приведены на рис. 3.2 и 3.3. Видно, что сечение перезарядки превышает сечение упругого рассеяния во всем диапазоне энергий. Понятно, что “транспортные свойства” электронов и ионов определяют также и проводимость низкотемпературной плазмы.

## 3.2. Ионизация электронным ударом и ударная рекомбинация

Процесс ионизации атома, находящегося в общем случае в возбужденном состоянии  $k$ , при столкновении с электроном символически может быть записан следующим

образом:



Этот вид ионизации называют *ударной ионизацией*. Уравнение, описывающее изменение плотности электронов, имеет вид

$$\frac{dn_e}{dt} = k_i n_0 n_e - k_r n_e^2 n_i, \quad (3.10)$$

где  $k_i$  и  $k_r$  – определяемые сечениями и скоростями частиц константы скорости ионизации и рекомбинации. При столкновении атома с электроном, имеющим энергию  $\mathcal{E}$ , после ионизации появляются два электрона с энергиями  $\mathcal{E}'$ ,  $\mathcal{E}''$ , значения которых связаны законом сохранения энергии

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_k = \mathcal{E}' + \mathcal{E}'',$$

где  $\mathcal{E}_k$  – энергия связи атомного электрона. Процессу, в котором появляются электроны с указанными значениями энергии, соответствует парциальное сечение ионизации  $\sigma_k(\mathcal{E}, \mathcal{E}', \mathcal{E}'')$ .

Полное сечение ионизации можно получить, интегрируя по возможным состояниям электронов после ионизации:

$$\sigma_k(\mathcal{E}) = 2 \int_0^{\mathcal{E}-\mathcal{E}_k} \sigma_k(\mathcal{E}, \mathcal{E}', \mathcal{E}'') d\mathcal{E}'' . \quad (3.11)$$

Окончательно вероятность ионизации атома, находящегося в  $k$ -м возбужденном состоянии, с учетом функции распределения электронов (см. приложение А) можно записать как

$$w_{ke} = n_e \int_{\mathcal{E}_k}^{\infty} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} \sqrt{\mathcal{E}} f(\mathcal{E}) \sigma_k(\mathcal{E}) d\mathcal{E}. \quad (3.12)$$

Процесс, обратный ударной ионизации, будем называть ударной рекомбинацией. Для равновесной плазмы в соответствии с принципом детального равновесия скорость рекомбинации находится из соотношения

$$n_k^0 w_{ke} = n_e^0 n_+^0 w_{ek}. \quad (3.13)$$

Ионизацию из основного состояния (и обратный процесс рекомбинацию в основное состояние) обычно называют прямыми процессами:

$$k_i^{\text{direct}} = \frac{w_{1e}}{n_e}; \quad (3.14)$$

$$\beta^{\text{direct}} \equiv k_r^{\text{direct}} = \frac{w_{e1}}{n_e^2}. \quad (3.15)$$

Поскольку часть атомов находится в возбужденном состоянии, существуют и ступенчатые процессы, приводящие после блуждания электрона по возбужденным состояниям к ионизации атома. Расчеты ступенчатых процессов более сложны, и мы обсудим их позже, а пока рассмотрим простейшую теорию Томсона для ударной ионизации и рекомбинации.



### 3.3. Модель Томсона

Сечения ударной ионизации и рекомбинации можно оценить, используя простейшую модель, предложенную Томсоном. В приближении Томсона процесс ионизации рассматривается просто как передача налетающим электроном энергии  $\Delta\mathcal{E}$  валентному электрону атома. Поскольку передача энергии зависит от угла рассеяния, то для оценок можно использовать Резерфордское сечение рассеяния. Выразив угол рассеяния через передаваемую энергию, можно получить сечение передачи энергии в интервале от  $\Delta\mathcal{E}$  до  $\Delta\mathcal{E} + d\Delta\mathcal{E}$  [2]:

$$d\sigma = 2\pi\rho d\rho = \frac{\pi e^4 d\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}(\Delta\mathcal{E})^2}. \quad (3.16)$$

Интегрируя это выражение по  $\Delta\mathcal{E}$  от потенциала ионизации  $I$  до максимально возможного значения энергии, соответствующей энергии налетающего электрона  $\mathcal{E}$ , получаем значение сечения ионизации в модели Томсона

$$\sigma_{ea} = \int_{\Delta\mathcal{E} \geq I} d\sigma = \frac{\pi e^4}{\mathcal{E}} \left( \frac{1}{I} - \frac{1}{\mathcal{E}} \right). \quad (3.17)$$

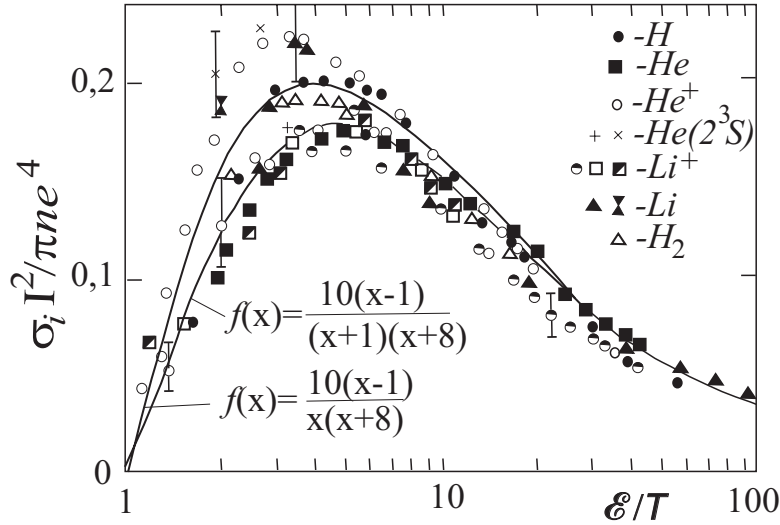


Рис. 3.4. Экспериментально измеренные сечения ионизации для некоторых атомов и ионов и экстраполирующие их кривые

Вследствие простоты модели трудно ожидать, что сечение (3.17) даст достаточно хорошее приближение к реальному сечению. Однако, учитывая, что в выражение (3.4) входят только константы  $e$  и  $I$ , а также энергия  $\mathcal{E}$ , из соображений соблюдения размерности можно сконструировать более общее выражение с размерностью сечения, представляющее некоторую функцию безразмерного параметра  $\mathcal{E}/I$ , которое можно трактовать как  $\sigma_{ea}$ :

$$\sigma_{ea} = \frac{\pi e^4}{I^2} f\left(\frac{\mathcal{E}}{I}\right). \quad (3.18)$$

Действительно (рис. 3.4), очень многие экспериментально измеренные сечения ионизации неплохо ложатся на общую кривую, если по оси абсцисс отложить  $\mathcal{E}/I$ . При

этом экспериментальные сечения хорошо ложатся в интервал между двумя кривыми, описываемыми эмпирическими формулами

$$f(x) = \frac{10(x-1)}{x(x+8)}; \quad (3.19)$$

(верхняя кривая на рисунке) и

$$f(x) = \frac{10(x-1)}{(x+0.5)(x+8)}. \quad (3.20)$$

(нижняя кривая на рисунке). При вычислении скорости ионизации  $\langle \sigma v \rangle$ , вследствие быстрого спада функции распределения электронов в области больших энергий, наибольший вклад дает область вблизи порога, где, согласно экспериментальным данным, сечение ионизации хорошо аппроксимируется линейной функцией:

$$\sigma_i = c_i (\mathcal{E} - 1), \quad \mathcal{E} \geq I.$$

В этой области энергий оно обычно на два порядка меньше сечения упругих столкновений.

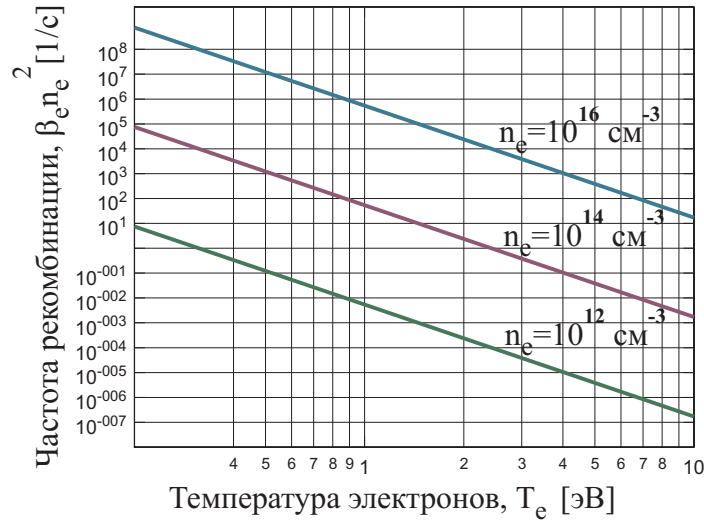


Рис. 3.5. Частота столкновений, приводящих к ударной рекомбинации, в плазме разной плотности как функция температуры (оценка по теории Томсона)

Перейдем теперь к оценке скорости ударной рекомбинации. Процесс рекомбинации будет завершен, если при сближении реагирующих частиц на расстояние  $\leq b$ , определяемое из условия  $U(b) = K$ , избыточная энергия будет унесена третьей частицей. При кулоновском взаимодействии электрона и иона

$$b \sim \frac{e^2}{T_e}.$$

Вероятность появления в сфере радиуса  $b$  третьей частицы есть  $\sim nb^3$ . Умножив частоту столкновений электрона с ионом на плотность электронов, играющих у нас роль третьей частицы, на вероятность их появления в сфере взаимодействия и на коэффициент передачи энергии  $\delta$ , в нашем случае равный единице, получим

$$\nu_c \simeq n_i \sigma_c v_e; \quad (3.21)$$

$$-\frac{dn_e}{dt} \sim (n_i \sigma_c v_e) n_e \cdot (nb^3) \cdot \delta. \quad (3.22)$$

Приняв для оценок

$$\delta \sim 1, \quad \sigma_c \sim \frac{e^4}{T_e^2}, \quad v \sim \sqrt{\frac{T_e}{m}}, \quad n \equiv n_e,$$

получим

$$-\frac{dn_e}{dt} = n_i n_e \cdot \frac{e^4}{T_e^2} \cdot \frac{T_e^{1/2}}{m^{1/2}} \cdot n_e \cdot \frac{e^6}{T_e^3} = \frac{e^{10}}{m^{1/2} T_e^{9/2}} n_e n_i n_e. \quad (3.23)$$

Следовательно, коэффициент ударной рекомбинации можно оценить величиной

$$\beta_e \left[ \frac{\text{см}^6}{\text{с}} \right] \sim \frac{e^{10}}{\sqrt{m} T_e^{9/2}} = 5,4 \cdot 10^{-27} T_e^{-9/2} [\text{эВ}]. \quad (3.24)$$

Кинетическое уравнение для распада плазмы за счет ударной ионизации имеет вид

$$-\frac{dn_e}{dt} = (\beta_e n_i n_e) n_e \sim \beta_e n_e^3. \quad (3.25)$$

Из (3.24) следует, что коэффициент ударной рекомбинации уменьшается с ростом температуры по степенному закону  $T^{-9/2}$ . Численные значения частоты ударной рекомбинации, вычисленные в приближении Томсона, приведены на рис. 3.5.

### 3.4. Ионизация тяжелыми частицами и тройная рекомбинация

В низкотемпературной плазме ионизация атома из основного состояния по схеме



маловероятна из-за малой относительной скорости сталкивающихся частиц. Действительно, нетрудно оценить, что при характерных для низкотемпературной плазмы скоростях сталкивающихся частиц параметр  $a_0 \mathcal{E} / v \hbar \gg 1$ . Следовательно, критерий адиабатичности Мессе выполняется с большим запасом. Вероятность ионизации становится заметной, когда параметр Мессе  $a_0 \mathcal{E} / v \hbar \leq 1$ . Поскольку  $v_c \sim \sqrt{\mathcal{E}/M} \sim M^{-1}$ , это происходит только при очень больших энергиях сталкивающихся частиц. Сечение ионизации в столкновениях  $N_2-N_2$  и  $He-He$ , находящихся в основных состояниях, показано на рис. 3.6. Величина сечения очень мала. Сечение ионизации при столкновении тяжелых частиц, хотя бы одна из которых находится в возбужденном состоянии гораздо выше, но таких частиц относительно немного. Таким образом, в низкотемпературной плазме ионизацией тяжелыми частицами обычно можно пренебречь.

Вспомнив о константе равновесия, на основании изложенного выше можно сделать заключение, что равновесие в реакции (3.26) сдвинуто влево. Это означает,

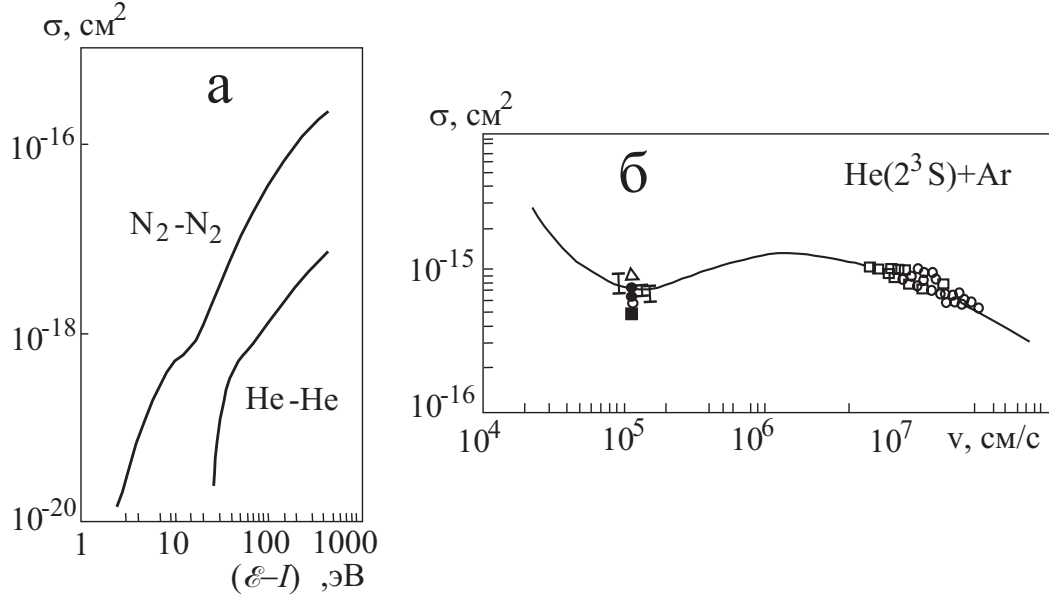


Рис. 3.6. Сечение ионизации при столкновении тяжелых частиц как функция разности энергии соударения и потенциала ионизации (а); сечение пеннингговской ионизации атома аргона при столкновении с метастабильным атомом гелия (б)

что обратная реакция, рекомбинация с участием двух тяжелых частиц и электрона, должна быть весьма эффективной. Скорость рекомбинации, при которой избыточную энергию уносит тяжелая частица (*трехчастичная рекомбинация*<sup>1</sup>), можно оценить по той же формуле Томсона. Теперь

$$\delta \sim \frac{2m}{M}, \quad \langle \sigma v \rangle \sim \sigma_{tr} \sqrt{\frac{T_e}{m}}, \quad n \equiv n_a,$$

и кинетическое уравнение примет вид

$$-\frac{dn_e}{dt} = n_i n_e \cdot \sigma_{tr} \frac{T_e^{1/2}}{m^{1/2}} \cdot \frac{2m}{M} \frac{e^6}{T^3} \cdot n_a = \frac{2m^{1/2} e^6 \sigma_{tr}}{M} T^{-5/2} n_i n_e n_a. \quad (3.27)$$

Коэффициент трехчастичной рекомбинации

$$\beta_a \simeq \frac{2m^{1/2} e^6 \sigma_{tr}}{M} T^{-5/2} \quad (3.28)$$

также уменьшается с ростом температуры, но уже несколько медленнее, чем при ударной рекомбинации, а именно как  $T^{-5/2}$ . Сравнивая  $\beta_e \cdot n_e$  и  $\beta_a \cdot n_a$  [см<sup>3</sup>/с], видим, что ударная рекомбинация в частично ионизованной плазме преобладает, если

$$\frac{n_e}{n_a} < \frac{2m^{3/2} e^6 \sigma_{tr} T}{M},$$

т. е. при достаточно низкой степени ионизации.

<sup>1</sup>Заметим, что наименования типов столкновительной рекомбинации не вполне установились. Здесь мы будем термин “трехчастичная” относить только к случаю, когда третьей частицей в столкновении является тяжелая частица, а термин “ударная” будем использовать, если третья частица — электрон.

### 3.5. Пеннинговская ионизация

Еще одним механизмом ионизации при столкновении тяжелых частиц является пеннинговская ионизация. Она происходит в том случае, если плазма содержит атомы разных элементов, один из которых имеет возбужденные состояния с энергией возбуждения, превышающей потенциал ионизации атома другого сорта. Эта реакция



не требует участия третьей частицы, поскольку избыточная энергия переходит в кинетическую реакцию продуктов и, следовательно, является беспороговой. Очевидным условием для протекания реакции является соотношение

$$I_A - (\mathcal{E}_k)_A > I_B, \quad (3.30)$$

где  $(\mathcal{E}_k)_A$  – энергия связи электрона в возбужденном атоме  $A$ , а  $I_X$  – потенциал ионизации соответствующего атома.

Скорость такой реакции весьма высока для резонансно возбужденных атомов, однако конкуренция со стороны оптического перехода обычно снижает ее роль и основной становится ионизация за счет других механизмов. Ситуация в корне меняется, если в плазме появляются атомы в долгоживущих метастабильных состояниях. Тогда пеннинговская ионизация (3.29) может стать преобладающим механизмом. Особенно существенную роль она играет в плазме благородных газов, энергия метастабильных уровней которых (19.8 эВ для  $\text{He}(2^3S)$  и 16.6 эВ для  $\text{Ne}(3P_2)$ ) превышает потенциалы ионизации большинства элементов. Сечение пеннинговской ионизации имеет порядок величины  $\sigma_{Pi} \sim 10^{-16} - 10^{-15} \text{ см}^2$ , что сравнимо с газокинетическим сечением (см. рис. 3.6, б).

Обратный процесс можно условно назвать пеннинговской рекомбинацией. Этот процесс имеет большой порог реакции  $I_A - (\mathcal{E}_k)_A - I_B$  и, следовательно, весьма маловероятен. В условиях, когда ионизация происходит по пеннинговскому механизму, в качестве обратного процесса при распаде плазмы более вероятна трехчастичная рекомбинация, описанная в предыдущем разделе. В этом утверждении нет противоречия принципу детального равновесия, так как речь идет о нестационарных процессах.

### 3.6. Отрицательные ионы

Стабильные отрицательные ионы образуются путем захвата электрона атомами. Отрицательный ион — слабосвязанное состояние, чаще всего одно. Энергия связи, называемая обычно сродством к электрону, лежит в интервале от долей электрон-вольта до 3,5 эВ. Значения сродства к электрону для некоторых атомов и молекул приведены в таблице 3.1.

Видно, что для отрыва электрона от отрицательного иона нужно затратить совсем небольшую энергию. Отрицательные ионы образуются при низких температурах, особенно на стадии распада плазмы. Например, при разряде в воздухе после выключения поля электроны с гораздо большей вероятностью присоединяются к молекулам  $\text{O}_2$  (но не к  $\text{N}_2$ !), чем рекомбинируют с положительными ионами, так что отношение свободных электронов к отрицательным ионам составляет всего

Таблица 3.1. Энергия связи электрона в отрицательном ионе

Ион	H	O	F	S	Cl	O <sub>2</sub>	Cl <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> O
$\mathcal{E}_{bond}$ , эВ	0,75	1,46	3,4	2,08	3,6	0,44	2,4	3,8	2,9	0.9

$n_e : n_- \simeq 1 : 10^7$ . При описании этих процессов используются термины захват (или прилипание) и отрыв (или отлипание) электронов.

Основными механизмами образования отрицательных ионов являются: радиационный захват электронов — стабилизация излучением (как мы уже знаем, это процесс малоэффективный); захват в тройных столкновениях с участием молекул; диссоциативный захват; ударный захват. Относительная роль того или иного процесса зависит от состава и температуры газа (плазмы). Сущность процессов должна быть ясна из их названий в сопоставлении с теми процессами, которые рассматривались выше или будут рассмотрены в следующих разделах. Детальная информация об отрицательных ионах представлена в монографии [20]. Отрицательные ионы в ряде случаев играют существенную роль в низкотемпературной плазме. Например, добавки электроотрицательных молекул могут существенно снизить коэффициент размножения электронов в электронных лавинах и повысить электрическую прочность газовой изоляции в высоковольтных устройствах. В молекулярных газовых лазерах высокого давления отрицательные ионы в определенных обстоятельствах приводят к неустойчивости объемного разряда.

### 3.7. Принцип Франка—Кондона

В следующих разделах мы рассмотрим процессы, в которых существенную роль играют электронные переходы в нейтральных молекулах и молекулярных ионах. Каждой электронной конфигурации молекулы (или ее иона), находящейся в основном колебательном состоянии, отвечает определенное расстояние  $R^*$  между составляющими молекулу атомными ядрами. Поскольку кроме электронного возбуждения молекула может быть колебательно возбужденной, то межъядерное расстояние в таком *электронно-колебательном* состоянии лежит в интервале, допускаемом функции плотности вероятности, как это схематически показано на рис. 3.7 для случая двухатомной молекулы. При этом кривая (или в более общем случае многоатомной молекулы — поверхность) потенциальной энергии возбужденного состояния может быть расположена по-разному (см. случаи “а”, “б”, “в” на рисунке) по отношению к потенциальной кривой нижнего состояния.

Особенности расположения потенциальных кривых играют важную роль в процессах, связанных с переходами между электронно-колебательными состояниями, поскольку при электронных переходах выполняется *принцип Франка—Кондона*: при переходе молекулы из одного электронного состояния в другое не происходит заметного изменения ни относительного положения, ни скорости атомных ядер. Если не выходить за рамки классической физики, то это означает, что переходы разрешены только между точками, принадлежащими потенциальным поверхностям, при постоянном значении межъядерного расстояния (“по вертикали”). Квантовая меха-

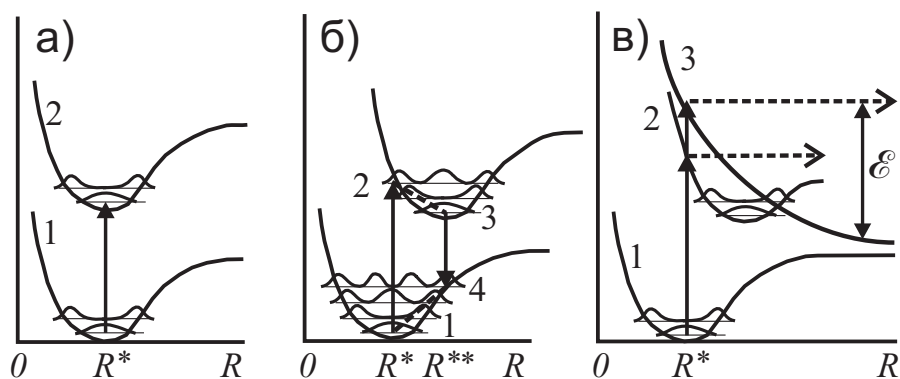


Рис. 3.7. Возможное расположение кривых потенциальной энергии молекулы. По оси абсцисс отложено межъядерное расстояние  $R$ . Вертикальными стрелками показаны электронные переходы, удовлетворяющие принципу Франка—Кондона (см. пояснения в тексте)

ника разрешает переходы по вертикали в областях, где квадрат волновых функций верхнего и нижнего состояний отличен от нуля. Принцип Франка—Кондона распространяется как на излучательные (с поглощением или испусканием фотона), так и на безызлучательные (передача электронного возбуждения при столкновениях) переходы.

Если известна конфигурация поверхностей потенциальной энергии, то, используя принцип Франка—Кондона, легко определить вероятные колебательные состояния молекулы, возникающие после электронного перехода. Если равновесное межъядерное расстояние одинаково для верхнего и нижнего состояний (см. рис. 3.7, а), что встречается весьма редко, в результате возбуждения возникает электронно-возбужденная молекула в основном колебательном состоянии (при переходе “сверху вниз” также образуется молекула в основном колебательном состоянии).

Как правило, в возбужденном состоянии равновесное межъядерное расстояние увеличивается (рис. 3.7, б). В такой ситуации при возбуждении электрона образуется колебательно-возбужденная молекула. Поскольку в соответствии с распределением Больцмана заселенность основного колебательного уровня максимальна, то большая часть молекул из состояния 1 переходит в колебательно возбужденное состояние 2. Скорость ее релаксации в основное колебательное состояние данного электронного терма зависит как от плотности, так и от состава газа. В очень плотном газе (а тем более в жидкости) колебательная релаксация происходит очень быстро как для перехода  $2 \rightarrow 3$ , так и для перехода  $4 \rightarrow 1$ , и, следовательно, благодаря выполнению принципа Франка—Кондона можно достичь инверсии заселенности на переходе  $3 \rightarrow 4$ . Именно таким образом создается инверсная заселенность в молекулярных газовых лазерах, а также в лазерах на растворах красителей, где релаксация колебательных состояний происходит за времена порядка одного колебания молекулы.

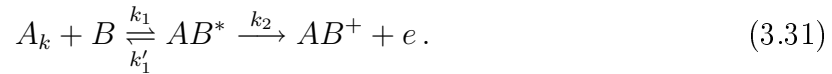
На рис. 3.7, в приведены еще два примера, демонстрирующие выполнение принципа Франка—Кондона. Если сдвиг потенциальной кривой верхнего состояния столь значителен, что после возбуждения молекула оказывается в очень высоком колебательно-возбужденном состоянии с энергией, превышающей энергию диссоциации, наиболее вероятным исходом такого возбуждения будет разлет ядер молекулы на бесконечность по пути указанному стрелкой, иными словами, распад молекулы. Такой процесс называется *преддиссоциацией*. Другим примером действия принципа Франка—Кондона является возбуждение молекулы в отталкивательное состояние 3, также

ведущее к диссоциации молекулы. Поскольку переход происходит по вертикали, то продукты реакции приобретают кинетическую энергию  $\mathcal{E}$ .



### 3.8. Ассоциативная ионизация. Механизмы образования молекулярных ионов

Мы рассмотрели выше два механизма ионизации при столкновениях тяжелых частиц. Еще одним механизмом, играющим во многих случаях существенную роль, является ассоциативная ионизация, т. е. процесс, при котором две нейтральные частицы соединяются, образуя молекулярный ион и электрон:

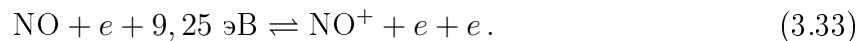


Как известно из раздела 2.7, реакции присоединения завершаются только в том случае, когда избыточная энергия тем или иным способом отбирается от молекулы. В данной реакции она может перейти в кинетическую энергию разлетающихся частиц, но наиболее эффективно реакция протекает в том случае, если одна или обе реагирующие частицы находятся в возбужденном состоянии, так что сумма их энергий связи близка к энергии связи молекулярного иона. Ассоциативная ионизация часто является основным механизмом ионизации на начальной стадии образования плазмы в нагретом до высокой температуры атомарном газе. Важным примером является ионизация газа за фронтом ударной волны. Реакция, обратная реакции ассоциативной ионизации, называется диссоциативной рекомбинацией. Поскольку в низкотемпературной плазме она играет значительную роль, мы посвятим ей несколько последующих разделов, а здесь подробнее рассмотрим ассоциативную ионизацию.

Если энергия не передается в поступательные степени свободы, то реакция (3.31) происходит, если молекулы имеют кинетическую энергию  $\Delta\mathcal{E}$ , равную или большую, чем разность энергий ионизации и диссоциации молекулы  $AB$ . Это существенно меньше, чем энергия, необходимая для ионизации атома. Например, для ассоциативной ионизации азота и кислорода, протекающей при высокой температуре в воздухе,



разность энергий ионизации и диссоциации молекулы  $NO$  составляет лишь 2,8 эВ, тогда как для прямой ионизации молекулы электронным ударом требуется 9,25 эВ



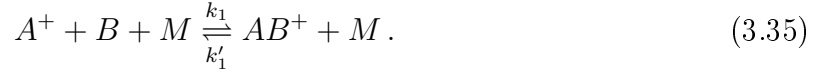
Если один из сталкивающихся атомов находится в возбужденном состоянии, то порог реакции понижается, а в ряде случаев может вообще отсутствовать (пеннинговская ионизация, — см. разд. 3.5).

Из изложенного выше следует, что как ассоциативная, так и пеннинговская ионизация приводят к образованию в низкотемпературной плазме молекулярных ионов. Следует особо подчеркнуть, что молекулярные ионы могут существовать даже в газах, не образующих стабильных нейтральных молекул. Например, в гелии, неоне и аргоне образуются молекулярные ионы с энергией диссоциации 2,24, 1,4 и 1,1 эВ соответственно (для сравнения: у молекулярных ионов водорода, углерода, кислорода и азота эта величина равна 2,65, 5,5, 6,7 и 8,7 эВ). Отсюда ясно, что для ассоциативной ионизации двух атомов гелия, находящихся в основном состоянии, потребовалась бы энергия, близкая к потенциалу ионизации атома, следовательно, в реакциях участвуют, в основном, возбужденные атомы:



В частности, для реакции  $\text{He}(1^1S_0) + \text{He}(3^1P)$  константа скорости реакции имеет весьма высокое значение  $k_{as} = 8,3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}$ , а для реакции  $\text{Ar}(3^1S_0) + \text{Ar}(4D_{1/2})$  константа скорости равна  $k_{as} = 0,3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}$ . Более детальные сведения о реакциях с участием возбужденных атомов можно найти в монографиях [3, 21].

Кроме ассоциативной и пеннинговской ионизации другим важным источником молекулярных ионов в достаточно плотном газе является конверсия атомарных ионов в молекулярные в тройных столкновениях:



При термодинамическом равновесии из константы равновесия (2.11) следует соотношение между плотностями атомарных и молекулярных ионов:

$$\frac{(n_{A^+})^0}{(n_{AB^+})^0} = \frac{1}{(n_B)^0} \frac{g_{A^+} g_B}{g_{AB^+}} \left( \frac{\mu T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_D}{T}\right), \quad (3.36)$$

где  $\mu$  – приведенная масса ядер, а  $\mathcal{E}_D$  – энергия диссоциации молекулярного иона. Видно, что чем больше плотность газа и ниже его температура, тем больше образуется в плазме молекулярных ионов. Особенно много их в распадающейся плазме, где они и были впервые обнаружены.

Оценим константу скорости для реакции (3.35) в собственном газе



используя формулу Томсона (3.22). При поляризационном взаимодействии атома с ионом потенциальная энергия взаимодействия (см. (1.11)) равна  $U(r) = -\alpha e^2/2r^4$ . Характерный радиус поляризационного взаимодействия  $b$  найдем, считая, что на этом расстоянии кинетическая энергия частицы (равная по порядку величины температуре газа  $T$ ) равна потенциальной энергии взаимодействия

$$T \sim \alpha e^2/2b^4.$$

Отсюда находим сечение поляризационного взаимодействия:

$$\sigma \sim \pi b^2 \sim \sqrt{\frac{\alpha e^2}{2T}}. \quad (3.38)$$

Тогда из формулы Томсона получим

$$\frac{dn_e}{dt} \sim n_+ n_a^2 p [(\alpha e^2)^{5/4} M^{-1/2} T^{-3/4}]. \quad (3.39)$$

Величина в квадратных скобках есть томсоновская константа скорости образования молекулярных ионов  $k_{mi}$  в тройном столкновении, а поправочный коэффициент  $p$  вводят для того, чтобы согласовать результат с экспериментальными данными и квантово-механическими расчетами. Согласно [3]  $p = 24$  и константа скорости образования молекулярных ионов в благородных газах имеет весьма высокое значение  $k_{mi} \sim 10^{-31} \text{ см}^6/\text{с}$ . Заметим, что молекулярные ионы образуются в высоковозбужденных (ридберговских) состояниях<sup>2</sup>. Для их стабилизации необходима последующая столкновительная или излучательная релаксация.

<sup>2</sup>Ридберговские состояния — высоковозбужденные состояния атомов, ионов и молекул с большими значениями главного квантового числа. Они имеют очень малую энергию связи и очень большое излучательное время жизни (см. далее), в связи с чем играют значительную роль во многих ступенчатых процессах.

### 3.9. Механизм диссоциативной рекомбинации. Роль автоионизационных состояний

Естественно, что при наличии в низкотемпературной плазме большого числа молекулярных ионов диссоциативная рекомбинация может играть важную, а часто и определяющую роль в ее кинетике. Высокая скорость рекомбинации обусловлена тем, что, будучи парным процессом, она не требует третьей частицы для стабилизации продукта. Как в прямом, так и в обратном процессах (3.31) важную роль играют автоионизационные уровни нестабильного промежуточного комплекса  $AB^*$ , который далее распадается или стабилизируется. На эффективность стабилизации существенно влияет распределение реагентов по возбужденным состояниям и вид потенциальных кривых молекулы  $AB$ .

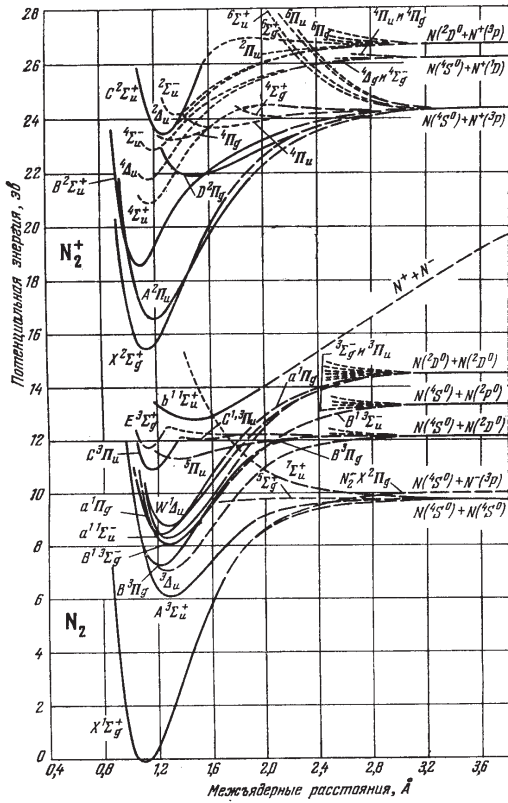


Рис. 3.8. Потенциальные кривые молекулы и молекулярного иона азота [4].

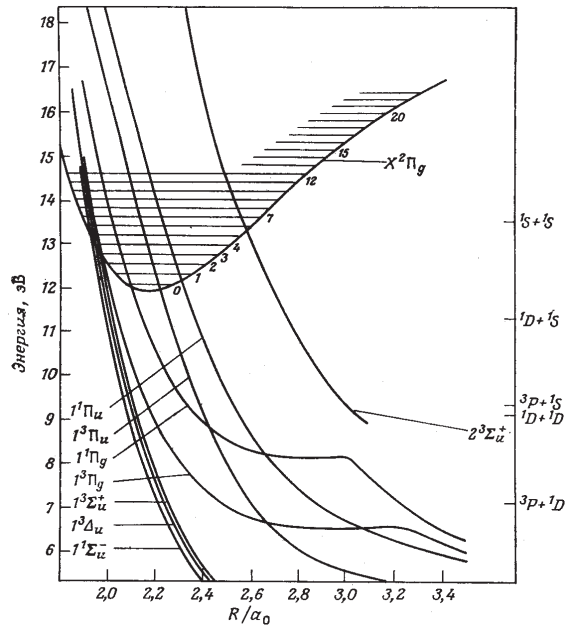


Рис. 3.9. Синглетные состояния молекулы кислорода, которые существенны при диссоциативной рекомбинации основного состояния иона  $O_2^+$  на два атома  $O(^3P) + O(^3P)$ ; энергия отсчитывается от уровня  $v = 0$  состояния  $X^3\Sigma_g^-$  [22]

Характерный вид потенциальных кривых молекулы и ее иона демонстрируют рис. 3.8 и 3.9. Имеются два типа взаимодействия составляющих молекулу атомов, определяемых строением электронной оболочки. Одни образуют связанные состояния (кривые с минимумом), другие – отталкивательные (“репульсивные”) состояния. Видно, что допустимых состояний молекулы достаточно много, и при молекуляр-

ном взаимодействии следует учитывать многие возможные варианты. Для атомов, не образующих стабильные молекулы, связанные молекулярные состояния при взаимодействии атомов в основном состоянии вообще могут отсутствовать, хотя не исключено их существование для возбужденных молекул.

Пусть электрон, имеющий кинетическую энергию  $\mathcal{E}_e$ , сталкивается с молекулярным ионом  $AB^+$ , находящимся на одном из колебательных уровней связанного состояния со средним межатомным расстоянием  $R_*$ . Пусть для начала это основное колебательное состояние (рис. 3.10, а). Во избежание недоразумений напомним, что потенциальная кривая (поверхность) определяется как функция межатомного расстояния и не зависит от расстояния до налетающего электрона. Сблизившиеся ион и электрон образуют нейтральный промежуточный комплекс  $AB^+e^-$  ( $AB^*$ ), который имеет избыток энергии  $\mathcal{E}_e$  и находится в автоионизационном состоянии. Для простоты, будем считать что состояние нейтральной молекулы – отталкивательное.

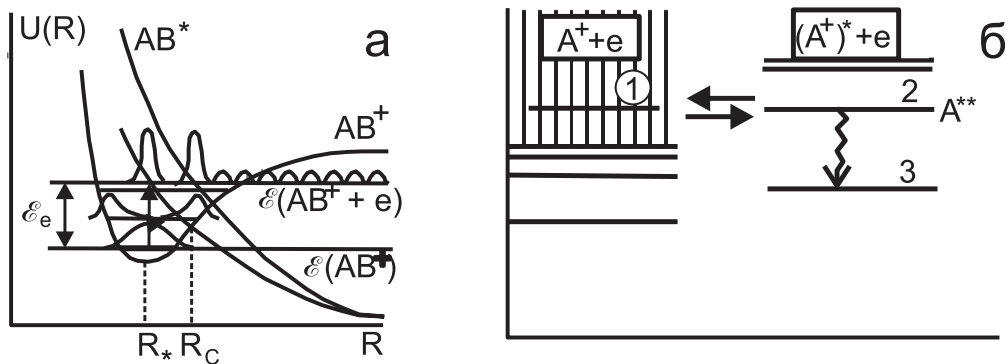


Рис. 3.10. Схема адиабатических электронных термов молекулы и молекулярного иона (а); Схема автоионизации и диэлектронной рекомбинации (б)

Автоионизационное состояние (рис. 3.10, б) возникает, например, если в атоме (молекуле) одновременно два электрона сразу находятся на нестационарных орбитах. Такое состояние приводит либо к спонтанной автоионизации по каналу  $2 \rightarrow 1$  (с появлением электрона в континууме), либо к переходу атома в однократно возбужденное состояние  $2 \rightarrow 3$ . Процесс  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  называют диэлектронной рекомбинацией. В атомной системе диэлектронная рекомбинация будет завершена, если  $A^{**}$  успеет до обратного распада стабилизироваться за счет излучения кванта света или при соударении (переход  $2 \rightarrow 3$ ). Вероятность радиационной стабилизации, как мы помним, весьма мала. Для молекулы, как известно, имеется более эффективный механизм стабилизации – диссоциация молекулы, откуда и появилось название этого типа рекомбинации.

Скорость диссоциативной рекомбинации существенным образом зависит от того, насколько благоприятно пересечение потенциальных кривых молекулы и молекулярного иона. Если кривая  $AB^*$  имеет вид, представленный на рис. 3.10, а пунктиром, то волновая функция состояния нейтральной молекулы в континууме (также обозначена пунктиром) при энергии электрона  $\mathcal{E}_e$  хорошо перекрывается с волновой функцией связанного состояния иона в основном колебательном состоянии и сечение захвата электрона в состояние  $AB^*$  велико. Если же потенциальная кривая для  $AB^*$  имеет вид, обозначенный сплошной линией, то в соответствии с принципом Франка–Кондона вероятность захвата электрона с энергией  $\mathcal{E}_e$  ионом в основном состоянии мала. Однако, если  $AB^+$  находится в первом возбужденном колебательном состоя-

нии, то перекрытие снова становится хорошим, но теперь для электронов с энергией  $\mathcal{E}_{e1} = \mathcal{E}_e - \mathcal{E}_v$ , где  $\mathcal{E}_v$  – энергия колебательного состояния молекулы.

Захвата электрона, однако, еще недостаточно для завершения процесса рекомбинации. Образовавшаяся в отталкивательном состоянии нейтральная молекула начинает разлетаться. Пока ядра не разошлись на расстояние, большее  $R_c$ , сохраняется вероятность автоионизации с частотой  $w_{\text{авто}}$  [1/с]. После разлета на расстояние, большее чем  $R_c$ , обратный распад молекулы на электрон и ион становится невозможен. Из рис. 3.10, а очевидно, что электроны с энергией, существенно меньшей чем  $\mathcal{E}_e$ , имеют малую вероятность захвата, и в процессе диссоциативной рекомбинации не участвуют. Из сказанного ясно также, что и распределение молекулярных ионов по колебательным состояниям существенно влияет на скорость рекомбинации. Анализ вида потенциальных кривых для кислорода (рис. 3.9) показывает, что проблем со стабилизацией  $O_2^+$  не возникает, тогда как рекомбинация в He (рис. 3.11) может существенным образом зависеть от начального распределения молекулярных ионов по колебательным состояниям.

Скорость диссоциативной рекомбинации



определяется очевидным выражением

$$\beta_d = k_{\text{захв}} \frac{w_{\text{стаб}}}{w_{\text{авто}} + w_{\text{стаб}}} = \frac{k_{\text{захв}}}{w_{\text{авто}}} \cdot \frac{w_{\text{стаб}} \cdot w_{\text{авто}}}{w_{\text{авто}} + w_{\text{стаб}}}. \quad (3.41)$$

Мы знаем, что в процессе (3.40) равновесие может быть сдвинуто влево или вправо. В первом случае  $w_{\text{авто}} \gg w_{\text{стаб}}$  и мы имеем

$$\beta_d = k_{\text{захв}} \cdot \frac{w_{\text{стаб}}}{w_{\text{авто}}}, \quad (3.42)$$

т. е. узкое место – стабилизация продукта реакции. Поскольку в этом случае  $k_{\text{захв}}$  и  $w_{\text{авто}}$  находятся в состоянии термодинамического равновесия, то

$$\beta_d = w_{\text{стаб}} \frac{g^{**}}{g_+ AT^{3/2}} \exp\left(-\frac{\Delta\mathcal{E}^{**}}{kT}\right). \quad (3.43)$$

Если  $w_{\text{авто}} \ll w_{\text{стаб}}$ , то узкое место – захват электрона. В результате каждый захват ведет к рекомбинации и ее скорость

$$\beta_d \simeq k_{\text{захв}}$$

весьма велика.

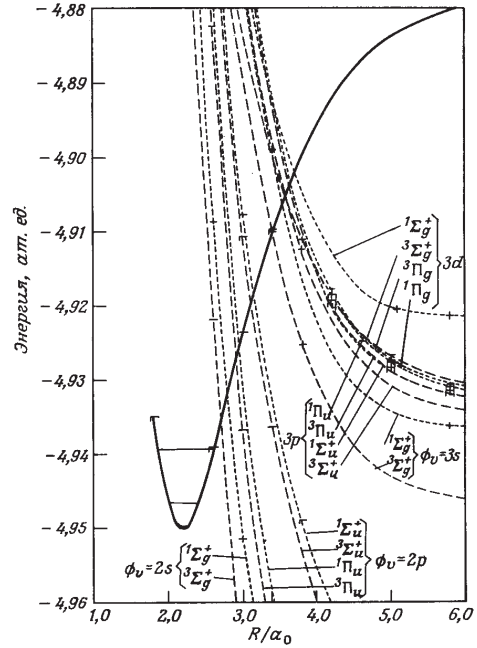


Рис. 3.11. Схема электронных термов при диссоциативной рекомбинации гелия; сплошная кривая – основное состояние  $He_2^+$ ; штриховые –  $He_2^*$  (все кривые – расчетные) [22].

### 3.10. Вычисление скорости диссоциативной рекомбинации

Следуя [2, 4], оценим скорости рекомбинации для двух рассмотренных в предыдущем разделе предельных случаев. Сечение процесса, проходящего через квази-стационарное промежуточное состояние, описывается формулой Брейта-Вигнера [10]

$$\sigma = \frac{\pi \hbar^2}{2m\mathcal{E}} \frac{\Gamma_n \Gamma}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (3.44)$$

где  $\mathcal{E}$  – энергия рекомбинирующего электрона,  $\mathcal{E}_a$  – энергия автоионизационного уровня,  $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_{\text{упр}}$  – ширина автоионизационного уровня,  $\Gamma_{\text{упр}}$  – упругая часть ширины автоионизационного уровня (определяет автоионизационный распад промежуточного комплекса на исходные частицы), а  $\Gamma_n$  – неупругая часть ширины автоионизационного уровня (определяет завершение рекомбинации за счет диссоциации промежуточного комплекса на атомы)

$$\Gamma_n = \hbar w_{ao}. \quad (3.45)$$

Здесь  $w_{ao}$  – частота перехода из автоионизационного состояния молекулы в связанное (в нашем случае – отталкивательное) состояние. Для рассматриваемого случая  $w_{ao}$  можно с хорошей точностью оценить как величину, обратную характерному времени разлета ядер на расстояние порядка боровского радиуса

$$w_{ao} \sim \frac{v_{Ta}}{a_0}. \quad (3.46)$$

Для характерных тепловых скоростей атомов порядка  $10^5$  см/с величина  $w_{ao} \sim 10^{14}$  с<sup>-1</sup>, т. е. значительно больше, чем время радиационной стабилизации.

Усредняя скорость реакции  $\sigma v$  по максвелловскому распределению по скоростям, найдем выражение для коэффициента рекомбинации

$$\begin{aligned} \beta_d &= \int_0^\infty \sigma v \varphi_M(v) dv = \int_0^\infty \sigma \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} n_M(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = \\ &= \int_0^\infty \sigma \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} \frac{2\sqrt{\mathcal{E}}}{\sqrt{\pi} T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) d\mathcal{E} = \\ &= \int_0^\infty \frac{\pi \hbar^2}{2m\mathcal{E}} \frac{\hbar w_{ao} \cdot \Gamma \sqrt{2\mathcal{E}/m}}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/4} \cdot \frac{2e^{-\mathcal{E}/T} \sqrt{\mathcal{E}} d\mathcal{E}}{\sqrt{\pi} T^{3/2}}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

И окончательно

$$\beta_d = \sqrt{2\pi} \left(\frac{\hbar^2}{mT}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{d\mathcal{E} \Gamma w_{ao} e^{-\mathcal{E}/T}}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (3.48)$$

Предположим сначала, что вероятность упругих процессов  $w_{\text{авто}}$  (т. е. автоионизации промежуточного комплекса) достаточно велика по сравнению с  $w_{ao}$ , так что параметр  $\Gamma/2T$  достаточно велик. В этом случае подынтегральное выражение в (3.48) имеет вид, показанный на рис. 3.12, а. Можно оценить (хотя логарифмический масштаб оси ординат затрудняет визуальную оценку площадей), что площадь под пиком, благодаря экспоненте под интегралом для указанных параметров оказывается примерно в 30 раз меньшей, чем под кривой вблизи нуля. Следовательно, основную

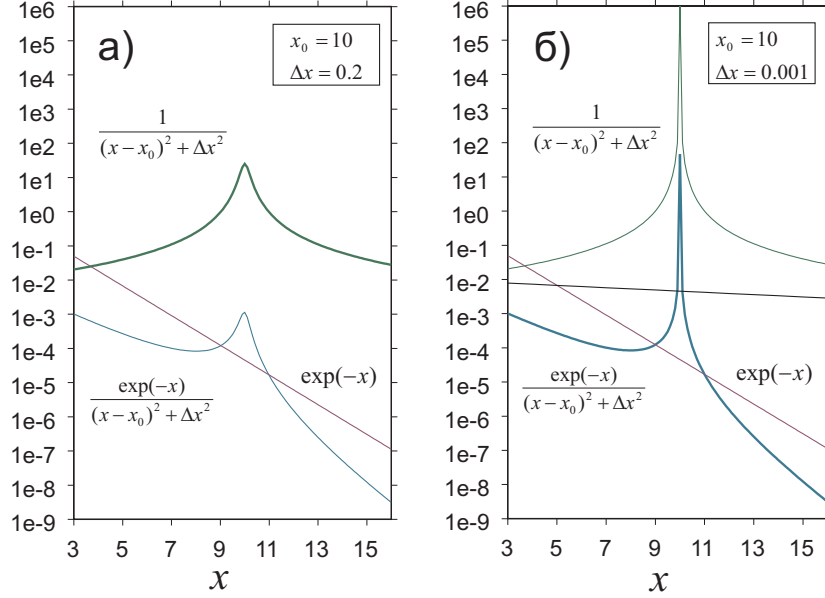


Рис. 3.12. Подынтегральное выражение (в произвольных единицах) в формуле (3.48) как функция безразмерной энергии электрона  $x = \mathcal{E}/T$ , при энергии автоионизационного уровня  $x_0 \equiv \mathcal{E}_a/T = 10$ : а — большая скорость автоионизации ( $\Delta x \equiv \Gamma/2T = 0,2$ ); б — малая скорость автоионизации ( $\Delta x \equiv \Gamma/2T = 0,001$ )

роль в процессе рекомбинации играют низкоэнергичные электроны. Положив тогда в знаменателе  $\mathcal{E} = 0$  и учитывая, что  $\Gamma \ll \mathcal{E}_a$ , перепишем интеграл в виде

$$I = -w_{ao} \int_0^\infty \frac{\Gamma e^{-\mathcal{E}/T} \cdot T d(-\mathcal{E}/T)}{\mathcal{E}_a^2} = -w_{ao} \frac{\Gamma T}{\mathcal{E}_a^2} e^{-\mathcal{E}/T} \Big|_0^\infty = w_{ao} \frac{\Gamma T}{\mathcal{E}_a^2}. \quad (3.49)$$

Отсюда получаем скорость рекомбинации, обратно пропорциональную корню из температуры

$$(\beta_d)_1 = w_{ao} \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} \frac{\Gamma T}{2\pi\mathcal{E}_a^2} \sim T^{-1/2}. \quad (3.50)$$

Если время жизни автоионизационного уровня велико (т. е.  $\Gamma/2T \rightarrow 0$ ), то мы имеем другой предельный случай, изображенный на рис. 3.12, б. Для параметров, указанных на рисунке, площадь под пиком примерно на порядок больше, чем под остальной частью кривой. В этом случае основной вклад в рекомбинацию дают электроны с энергией  $\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_a$ . Тогда экспонента выносится в предынтегральный множитель

$$\int_0^\infty \frac{d\mathcal{E} \Gamma w_{ao} e^{-\mathcal{E}/T}}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/2} = w_{ao} e^{-\mathcal{E}_a/T} \cdot \int_0^\infty \frac{d\mathcal{E}}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/2}. \quad (3.51)$$

Последний интеграл равен  $2\pi/\Gamma$ , и коэффициент рекомбинации приобретает вид

$$(\beta_d)_2 = \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} w_{ao} e^{-\mathcal{E}_a/T}. \quad (3.52)$$

Это же выражение можно получить из константы равновесия. При этом в выражении появятся статистические веса автоионизационного состояния, электрона и иона (которые в формуле Брейта–Вигнера полагались равными единице):

$$(\beta_d)_2 = \frac{g_a}{g_e g_i} \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} w_{ao} e^{-\mathcal{E}_a/T}. \quad (3.53)$$

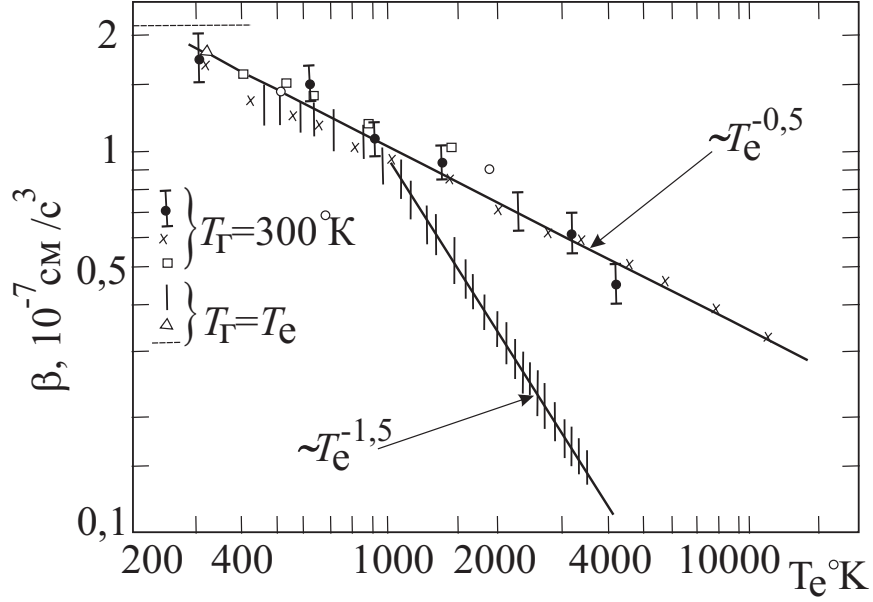


Рис. 3.13. Экспериментальная зависимость коэффициента диссоциативной рекомбинации в неоне от температуры

На рис. 3.13 приведены значения коэффициента диссоциативной рекомбинации в неоне как функции электронной температуры. Набор данных, аппроксимируемых верхней кривой, соответствует плазме с постоянной температурой тяжелых компонентов, равной 300 К. Это означает, что величина  $w_{ao}$ , определяемая временем разлета атомов, постоянна для всей кривой. Зависимость  $T^{-1/2}$  говорит о том, что реализуется вариант рис. 3.12, а. При росте температуры наклон  $\exp(-x)$  уменьшается и площадь под кривой растет, но по-прежнему основной вклад в интеграл дают низкоэнергичные электроны.

Если температура газа растет вместе с ростом температуры электронов, то вероятность стабилизации возрастает, пик сужается и ситуация становится ближе к рис. 3.12, б. При этом, если показатель экспоненты становится достаточно малым, то экспонента близка к единице в рассматриваемом интервале температур и зависимость от температуры приобретает вид

$$(\beta_d)_2 \sim T^{-3/2}. \quad (3.54)$$

Заметим, что вероятность неупругого распада  $w_{ao}$  может, кроме того, расти с температурой из-за заселения верхних колебательных уровней молекулярного иона.

Типичные значения  $\beta$  видны из следующих оценок. Для азота при комнатной температуре тяжелых частиц вероятность неупругого распада равна

$$w_{a0} \sim \frac{a}{v_{ea}} \sim \frac{10^{-8}}{5 \cdot 10^4} = 5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}.$$

Тогда при  $T = 1$  эВ

$$\beta_2 = 5 \cdot 10^{12} \cdot \left( \frac{2\pi \cdot 10^{-54}}{10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} \right)^{3/2} \cdot 1 \sim 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с},$$

а при  $T = 0,03$  эВ

$$\beta_1 = 5 \cdot 10^{12} \left( \frac{2\pi \cdot 10^{-54}}{10^{-27} \cdot 0,03 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} \right)^{3/2} \cdot (10^{-1} - 10^{-2}) \sim$$



$$\sim 10^{-7}-10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}.$$

Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, представленными в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Экспериментальные значения коэффициента диссоциативной рекомбинации при комнатной температуре газа и электронов (данные имеют значительный разброс, поэтому для большинства атомов и молекул здесь приведены средние значения)

Ион	$\text{H}_2^+$	$\text{He}_2^+$	$\text{Ne}_2^+$	$\text{Ar}_2^+$	$\text{Xe}_2^+$	$\text{O}_2^+$	$\text{O}_4^+$	$\text{CO}_2^+$	$\text{Na}^+\cdot\text{O}_2$
$\beta_d,$ $10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$	0,3	0,013 ÷ 2,3	1,1	5	20	2	23	3,5	50

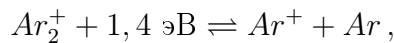
Обратим внимание на большой коэффициент диссоциативной рекомбинации для комплекса, состоящего из иона натрия и молекулы кислорода. Следует особо отметить большой разброс экспериментальных данных при измерениях коэффициента диссоциативной рекомбинации в гелии. Это не связано с ошибками экспериментов, а отражает упомянутую в разделе 3.9 специфику пересечения потенциальных кривых связанного и отталкивательного состояний гелия.

### 3.11. Состояние продуктов диссоциативной рекомбинации

При диссоциативной рекомбинации выделяется энергия

$$\Delta Q = I - \mathcal{E}, \quad (3.55)$$

где  $I$  – потенциал ионизации атома, а  $\mathcal{E}$  – энергия связи молекулярного иона. В случае инертных газов эта энергия оказывается очень большой. Например, молекулярному иону аргона достаточно для диссоциации получить всего 1,4 эВ



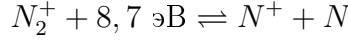
тогда как его потенциал ионизации составляет 15,8 эВ



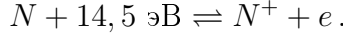
Если бы после диссоциативной рекомбинации оба атома аргона оказались в основном состоянии, их кинетическая энергия составила бы 14,4 эВ. Однако в атомно-молекулярных реакциях выполняется общее правило: вероятность трансформации внутренней энергии в кинетическую очень низка. Поэтому, в частности, при диссоциативной рекомбинации один из образующихся атомов, как правило, оказывается в возбужденном состоянии. При других видах рекомбинации атомы тоже часто оказываются возбужденными. Следовательно рекомбинация является одним из механизмов, ответственных за появление в плазме возбужденных атомов и связанного с ними линейчатого излучения плазмы<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Напомним, однако, что термин “рекомбинационное излучение” используют для излучения в сплошном спектре, возникающем при радиационном захвате электрона.

Для сильно связанных молекулярных ионов ситуация оказывается иной, чем описанная выше. Например, для молекулы азота энергия связи довольно высока



и составляет более половины потенциала ионизации атома



В этом случае вероятность образования невозбужденных продуктов существенно выше.

### 3.12. Сравнение скоростей рекомбинации

Сравним теперь скорости диссоциативной, ударной и тройной рекомбинации. В самом общем виде уравнение электрон-ионной рекомбинации имеет вид

$$\frac{dn_e}{dt} = \beta \cdot n_e^2 \quad (3.56)$$

При таком определении в соответствии с результатами, полученными выше, коэффициенты рекомбинации в низкотемпературной плазме можно оценить как

$$\begin{cases} \beta_d \sim (0,01 \div 1) \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}, \\ \beta_e \sim 5 \cdot 10^{-20} n_e \text{ см}^3/\text{с}, \\ \beta_a \sim 1,5 \cdot 10^{-26} n_a \text{ см}^3/\text{с}. \end{cases}$$

Отношение коэффициентов ударной и тройной рекомбинации тогда равно

$$\frac{\beta_e}{\beta_a} \sim \frac{5 \cdot 10^{-20} n_e}{1,5 \cdot 10^{-26} n_a} \sim 3 \cdot 10^6 \frac{n_e}{n_a}. \quad (3.57)$$

Отсюда видно, что ударная рекомбинация — процесс очень эффективный и становится определяющим уже при  $n_e/n_a > 10^{-6}$ , т. е. при весьма низкой степени ионизации.

Если в состав плазмы таков, что в ней образуются молекулярные ионы, то определяющей может стать диссоциативная рекомбинация. Действительно, для ударной и диссоциативной рекомбинации в гелиевой плазме получим

$$\frac{\beta_e}{\beta_d} \sim \frac{5 \cdot 10^{-20} n_e}{10^{-8}} \sim 5 \cdot 10^{-12} n_e. \quad (3.58)$$

Отсюда для гелиевой плазмы  $\beta_e > \beta_d$  при  $n_e > 0,2 \cdot 10^{12} \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ .

Напомним, однако, что коэффициент диссоциативной рекомбинации гелиевых ионов аномально низок по сравнению с другими молекулярными ионами (см. таб. 3.2). Если взять для оценок характерную для многих молекулярных ионов величину  $\beta_d \sim 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$ , то соотношение между коэффициентами ударной и диссоциативной рекомбинации станет равным

$$\frac{\beta_e}{\beta_d} \sim 5 \cdot 10^{-14} n_e \quad (3.59)$$

и величины этих коэффициентов сравниваются по величине при плотности плазмы  $n_e \sim 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Поскольку типичная плотность низкотемпературной плазмы во многих случаях составляет  $n_e \sim 10^{10} - 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , то в этом случае диссоциативная рекомбинация преобладает. Она играет важную роль в балансе заряженных частиц, особенно на стадии распада импульсной плазмы, а также в ионосфере.

# Глава 4

## Излучательные процессы в низкотемпературной плазме

### 4.1. Роль излучения в низкотемпературной плазме, классификация переходов

Излучательные процессы играют важную роль в низкотемпературной плазме и газовом разряде. Во многих случаях перенос излучения существенным образом влияет на энергобаланс энергии в плазме, а пролетающие большие расстояния фотоны возбуждают или ионизируют атомы даже в холодных областях газоплазменного объекта. Далее мы рассмотрим линейчатое, тормозное и рекомбинационное излучения. Циклотронное излучение, весьма существенное в высокотемпературной плазме, играет в нашем случае малую роль и рассматриваться не будет. Поскольку излучательные процессы тесно связаны со столкновительными, рассмотрим в этой главе также и конкурирующие с излучательными столкновительные переходы между атомными состояниями.

В данном разделе мы будем отсчитывать энергию атомных уровней от границы с континуумом, т. е. интерпретировать ее как энергию связи электрона в атоме. Для водородоподобных атомов она равна

$$\mathcal{E}_n = \frac{\mathcal{E}_1}{n^2}, \quad (4.1)$$

где  $\mathcal{E}_1 \equiv I$  – энергия ионизации атома. В спектроскопии чаще используется иная система отсчета, когда энергия уровня отсчитывается от основного состояния и интерпретируется как энергия возбуждения электрона в атоме

$$\mathcal{E}_n^{(s)} = I \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right). \quad (4.2)$$

Обычно из контекста ясно, что подразумевается под энергией в каждом конкретном случае, и мы будем далее пользоваться обоими определениями без специальных оговорок.

Рассмотрим сначала чисто излучательные переходы (рис. 4.1). Их можно разделить на связанно-связанные, связанно-свободные, свободно-связанные и свободно-свободные. Примером последних являются тормозное излучение и тормозное поглощение при движении электрона вблизи атома. Связанно-свободные и свободно-

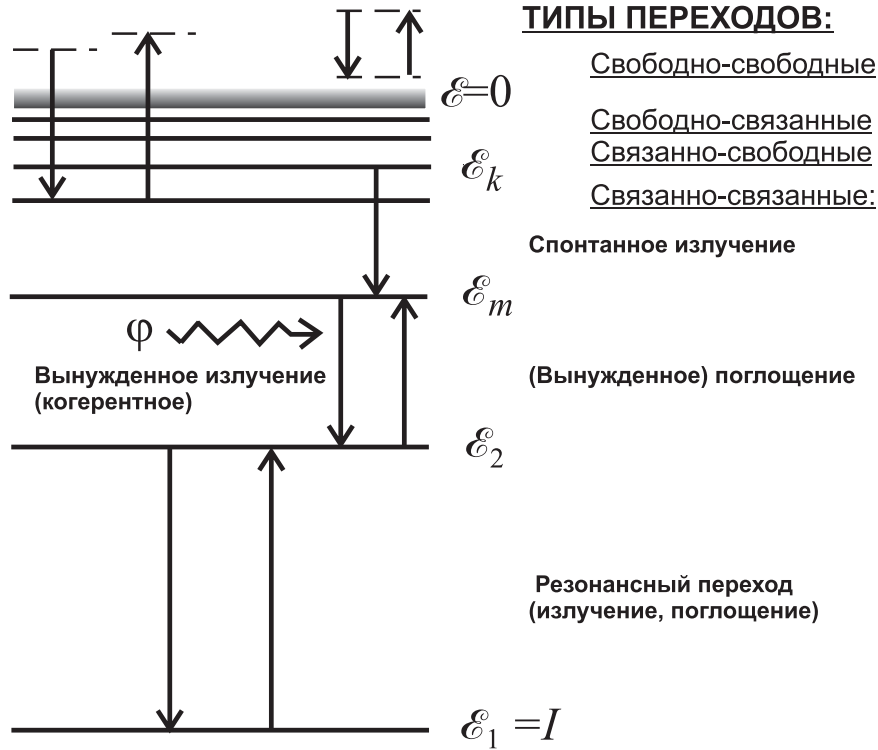


Рис. 4.1. Классификация атомных переходов

связанные переходы происходят при захвате электрона и фотоионизации атома, соответственно. Связанно-связанные переходы можно разделить на спонтанные и вынужденные. К последним относятся как поглощение фотона, так и вынужденное излучение, индуцированное пролетающим рядом первичным фотоном. В последнем случае, как известно, излученный фотон имеет ту же фазу, что и первичный. В этом случае мы говорим о когерентном излучении.

## 4.2. Тормозное излучение и поглощение

Рассмотрим свободно-свободные переходы. Тормозное излучение электронов одной из основных причин излучения плазмы в непрерывном спектре (“континууме”). Следуя [23], из качественных соображений найдем спектр тормозного излучения. Последовательность действий будет следующей. Сначала мы вычислим высокочастотную асимптотику классического спектра рассеяния электронов, имеющих скорость  $v$ , на точечном кулоновском центре с зарядом  $Ze$  (формула Крамерса). Вычисленный для всех  $\omega$  спектр примем за эталонный. Затем введем так называемый фактор Гаунта  $g(\omega)$ , который позволяет получить истинный спектр, учитывающий, что электрон взаимодействует с экранированным ядром. Поскольку, электрон может проникать внутрь электронной оболочки рассеивающего иона, то эффективное зарядовое число при рассеянии должно лежать в пределах  $Z_i \ll Z_{\text{eff}} < Z$ .

Высоким частотам в спектре соответствуют, очевидно, близкие пролеты  $\rho \ll a$ , где  $a = Ze^2/mv^2$  – характерная “кулоновская” длина. При этом излучаемая частота  $\omega_{\text{eff}}$  оказывается по порядку величины равной угловой скорости вращения электрона

вблизи иона  $\sim \omega_{\text{rot}}$ . Используя законы сохранения энергии и момента импульса

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} - \frac{Ze^2}{r_0}; \quad (4.3)$$

$$mv\rho = mv_{\text{max}}r_0 \quad (4.4)$$

и пренебрегая для близких пролетов левой частью в (4.3), получаем

$$v_{\text{max}} = \frac{\rho v}{r_0}; \quad (4.5)$$

$$\frac{m\rho^2 v^2}{2r_0^2} = \frac{Ze^2}{r_0}; \quad (4.6)$$

$$r_0 = \frac{\rho^2}{2 \cdot (Ze^2/mv^2)} \equiv \frac{\rho^2}{2a} \ll \rho. \quad (4.7)$$

Частоту вращения электрона в точке наибольшего сближения можно записать в виде

$$\omega_{\text{rot}} = \frac{v_{\text{max}}}{r_0} = \frac{\rho v}{r_0^2} = \frac{\rho v \cdot 4a^2}{\rho^4} = 4 \left(\frac{a}{\rho}\right)^3 \cdot \frac{v}{a} \equiv 4 \left(\frac{a}{\rho}\right)^3 \tilde{\omega} \gg \tilde{\omega}, \quad (4.8)$$

где

$$\tilde{\omega} = \frac{v}{a} = \frac{mv^3}{Ze^2} \quad (4.9)$$

представляет собой характерную частоту спектра излучения, соответствующую прицельному расстоянию  $\rho = a$ .

Энергию, излучаемую в дипольном приближении электроном, имеющим скорость  $v$  и пролетающим мимо иона с прицельным расстоянием  $\rho$ , можно оценить следующим образом:

$$\Delta\mathcal{E}(\rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2e^2}{3c^3} w^2(t) dt \sim \frac{2e^2}{3c^3} (w_{\text{max}})^2 \cdot (\Delta t_{\text{eff}}), \quad (4.10)$$

где максимальное ускорение электрона равно

$$w_{\text{max}} = \frac{v_{\text{max}}^2}{r_0} = \frac{Ze^2}{2mr_0^2}, \quad (4.11)$$

а характерное время пролета можно оценить как

$$(\Delta t)_{\text{eff}} \sim \frac{r_0}{v_{\text{max}}}. \quad (4.12)$$

Используя (4.5), (4.7), (4.11) и (4.12), получим

$$(w_{\text{max}})^2 \cdot (\Delta t_{\text{eff}}) \sim \frac{v_{\text{max}}^4}{r_0^2} \cdot \frac{r_0}{v_{\text{max}}} = \frac{v_{\text{max}}^3}{r_0} = \frac{\rho^3 v^3}{r_0^4} = \frac{16a^4 v^3}{\rho^5}, \quad (4.13)$$

что позволяет записать энергию в следующем виде:

$$\Delta\mathcal{E}(\rho) = \frac{16a^4 v^3}{\rho^5} \cdot \frac{2e^2}{3c^3} = \frac{32}{3} \frac{e^2 a^4 v^3}{c^3 \rho^5}. \quad (4.14)$$

Домножив энергию на соответствующее дифференциальное сечение, получим величину

$$d\kappa(\rho) = \Delta\mathcal{E}(\rho) \cdot 2\pi\rho d\rho = 2\pi \cdot \frac{32 e^2 a^4 v^3}{3 c^3} \frac{d\rho}{\rho^4}, \quad (4.15)$$

имеющую размерность [эрг·см<sup>2</sup>]. Если умножить эту величину на поток электронов  $n_e v_e$  и плотность ионов  $n_i$ , получится мощность тормозного излучения из единицы объема для электронов с прицельным расстоянием  $\rho$  и скоростью  $v$ :

$$dP(v, \rho) \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^3} \right] = d\kappa(\rho) \cdot n_i n_e v_e. \quad (4.16)$$

Используя введенное выше приближение

$$\omega(\rho) \sim \omega_{rot} = 4 \left( \frac{a}{\rho} \right)^3 \frac{v}{a} = \frac{4a^2 v}{\rho^3}, \quad (4.17)$$

нетрудно перейти от переменной  $\rho$  к  $\omega$

$$|d\omega| = 12 \frac{a^2 v}{\rho^4} d\rho. \quad (4.18)$$

Заменив величину  $4\pi$  ее приближенным численным значением  $4\pi \approx 12$ , получим выражение

$$\frac{d\kappa(\omega)}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 v^2}, \quad (4.19)$$

которое не зависит от частоты.

Строгая классическая теория [26] дает для спектральной интенсивности ту же зависимость, но с дополнительным коэффициентом  $\pi/\sqrt{3}$ :

$$\frac{d\kappa(\omega)}{d\omega} = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 v^2}. \quad (4.20)$$

Эта формула называется формулой Крамерса. Физический смысл выражения легко интерпретировать, если переписать его в следующем виде:

$$\frac{d\kappa(\omega)}{d\omega} \left[ \frac{\text{эрг} \cdot \text{см}^2}{\text{с}^{-1}} \right] = \hbar\omega \frac{d\sigma}{d\omega}. \quad (4.21)$$

Это — энергия, излученная в единичном интервале частот единичным потоком электронов, взаимодействующим с одним ионом.

Выражение (4.20) справедливо, как это следует из его вывода, для  $v \ll v_{\max}$  (см. (4.3)), т. е. для частот

$$\omega \gg \tilde{\omega} = \frac{mv^3}{Ze^2}. \quad (4.22)$$

На практике приближение Крамерса оказывается справедливым для преобладающей части спектра тормозного излучения. Более того, выражение (4.20) можно использовать для правильного описания всего спектра, если ввести поправочный функциональный множитель  $g(\omega)$ , называемый гаунт-фактором. Подробности о вычислениях гаунт-фактора можно найти в работе [23]. В пределе малых частот (дальние, почти прямолинейные пролеты), когда  $\omega \ll \tilde{\omega} = mv^3/Ze^2$ , гаунт-фактор, например, представляется выражением

$$g(\omega) \sim \ln \left( \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \right). \quad (4.23)$$

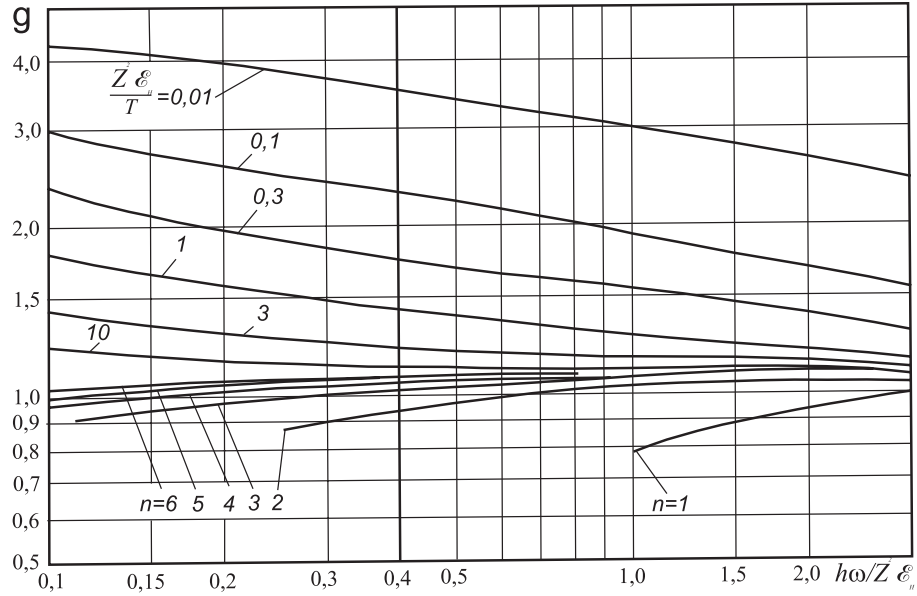


Рис. 4.2. Гаунт-факторы для свободно-свободных и свободно-связанных переходов для водородоподобных атомов [25]

По порядку величины гаунт-фактор  $g(\omega)$  для тормозного излучения лежит в интервале 1–4 (рис. 4.2).

Таким образом, введя в выражение (4.20) гаунт-фактор и интегрируя  $d\kappa(\omega)/d\omega$  по распределению электронов по скоростям, получим выражение

$$\frac{dP(\omega)}{d\omega} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}} \right] = \int_0^\infty \frac{d\kappa(\omega)}{d\omega} n_i n_e v f(v) 4\pi v^2 dv, \quad (4.24)$$

описывающее спектральную плотность мощности тормозного излучения плазмы. В случае максвелловского распределения по скоростям, интегрируя по спектру, получим практическую формулу для определения полных потерь на тормозное излучение электронов на ионах:

$$dP_{\text{бр}} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}} \right] = 1,6 \cdot 10^{-25} Z^2 n_e n_i \sqrt{T_e [\text{эВ}]}. \quad (4.25)$$

Обратный процесс, называемый тормозным поглощением, является трехчастичным и заключается в уменьшении энергии фотона, пролетающего в поле заряженной частицы, с передачей энергии свободному электрону, находящемуся в сфере взаимодействия. Выражение для спектрального коэффициента тормозного поглощения можно найти в [2] Как правило он несущественен в низкотемпературной плазме, хотя имеются специфические случаи, когда заселенность возбужденных состояний атомов аномально велика (см., например, [24]), тогда тормозное поглощение может играть определяющую роль в кинетических процессах.

### 4.3. Линейчатое излучение. Вероятность перехода. Сила осциллятора

Вероятность перехода между дискретными уровнями  $k$  и  $m$  атомной системы (коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения) равна

$$A_{km} [\text{с}^{-1}] = \frac{4\omega_{km}^3}{3\hbar c^3} |D_{km}|^2 g_m, \quad (4.26)$$

где  $g_m$  – статвес конечного состояния,  $D_{km}$  – матричный элемент дипольного момента атомной системы

$$\mathbf{D} = \sum_{s=1}^N e \mathbf{r}_s,$$

а вектор  $\mathbf{r}_s$  определяет положение  $s$ -го электрона атома относительно ядра. Частота излучения, испускаемого или поглощаемого при переходе между этими уровнями, равна

$$\omega_{km} = \frac{\mathcal{E}_m - \mathcal{E}_k}{\hbar}. \quad (4.27)$$

Величина времени жизни уровня  $k$  по отношению к радиационному распаду находится из выражения

$$\tau_k^{-1} = \sum_m A_{km}.$$

Введем форму спектральной линии  $F_\omega$  для излучательного перехода  $k \rightarrow m$  с нормировкой  $\int F_\omega d\omega = 1$ . В отсутствие внешних возмущений ее ширина  $\Delta\omega$  в соответствии с принципом неопределенности пропорциональна  $\tau_{km}^{-1} = A_{km}$ . Эта ширина, называемая естественной шириной линии, для разрешенных (дипольных-дипольных) переходов равна по порядку величины  $\Delta\omega \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$ , что гораздо меньше характерной частоты перехода в оптическом диапазоне  $\omega_0 \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$ . Как известно, в случае радиационного затухания линия излучения имеет лоренцовский контур

$$F_\omega^{\text{ест}} = \varepsilon_\omega = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}, \quad \int_0^\infty \varepsilon(\omega) d\omega = 1, \quad (4.28)$$

где  $\gamma = A_{km}$  – постоянная затухания.

При поглощении фотона с частотой, близкой к частоте перехода  $\omega_{km}$ , сечение поглощения (в классическом приближении соответствующее вынужденным колебаниям упруго связанного электрона в поле электромагнитной волны  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin \omega t$ ) имеет вид

$$\sigma_\omega = \frac{\pi e^2}{mc} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}, \quad (4.29)$$

где  $\gamma$  в случае естественного уширения (4.29) также равна  $A_{km}$ . Сечение поглощения в центре линии при этом равно

$$\sigma_{\omega_0}^{\text{max}} \simeq \frac{4\pi e^2}{mc\gamma} \simeq 10^{-9} \text{ см}^2.$$

Это сечение ( $\approx \lambda^2$ ) на семь порядков величины больше характерного газокINETического сечения столкновений атомов  $\pi a^2$ .



Если атом взаимодействует с окружающей средой (например, испытывает столкновения с электронами или другими атомами), то это может приводить к безызлучательному переходу атома в нижние состояния. Это явление в спектроскопии называют тушением возбужденных состояний. Форма спектральной линии остается в этом случае лоренцевской, но величина сечения в максимуме падает, а ширина спектральной линии  $\gamma$  возрастает. Тем не менее, в классическом приближении площадь под спектральной линией осциллятора сохраняется даже при наличии столкновений. В расчете на один осциллятор, в соответствии с общепринятыми обозначениями, она равна [2]

$$\int \sigma_{\omega} d\nu = \frac{1}{2\pi} \int \sigma_{\omega} d\omega = \frac{\pi e^2}{mc} = 2.64 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}. \quad (4.30)$$

Действительно, при резонансном возбуждении осциллятора ( $\omega = \omega_0$ ) амплитуда его колебаний растет пропорционально времени от предыдущего столкновения  $r_a(t) \sim t$ . Между столкновениями набирается энергия  $W \sim r_a^2 \sim \tau_c^2$ , которая при следующем столкновении переходит в тепловую. Тогда энергия, отбираемая от поля в единицу времени

$$\frac{W}{\tau_c} \sim \frac{r_a^2}{\tau_c} \sim \frac{\tau_c^2}{\tau_c} = \tau_c, \quad (4.31)$$

пропорциональна времени между столкновениями. В свою очередь, площадь классического осциллятора можно оценить как

$$\int \sigma_{\omega} d\nu \sim \sigma_{\omega}^{\max} \cdot \Delta\omega.$$

Поскольку  $\Delta\omega \sim \tau_c^{-1}$ , а  $\sigma_{\omega}$  пропорциональна  $(W/\tau_c)$ , то окончательно получим

$$\int \sigma_{\omega} d\nu \sim (W/\tau_c) \cdot \Delta\omega = \text{const}.$$

Механизмы уширения линий мы рассмотрим в следующем разделе, а сейчас получим полезные соотношения, описывающие вероятность переходов для линий с некоторым реальным сечением  $\sigma_{\omega}$ , которое не обязательно удовлетворяет соотношению (4.30). Энергия, поглощаемая на данном переходе в  $1 \text{ см}^3$  за 1 с, независимо от характера уширения линии равна

$$4\pi n_m \int I_{\omega} \sigma_{\omega} d\omega,$$

где  $I_{\omega}$  [эрг/с см<sup>2</sup> с<sup>-1</sup> ср] – “интенсивность” излучения, а  $S = I_{\omega}(\Omega) d\omega d\Omega$  – физически измеримая величина, называемая плотностью потока энергии. Если  $I_{\omega} \simeq \text{const}$  в пределах линии, то ее можно вынести из-под интеграла и площадь линии служит мерой поглощательной способности вещества в линии.

Используя принцип детального равновесия, соотношения для термодинамически равновесного излучения и распределение Больцмана для заселенностей уровней, получаем

$$\sigma_{\omega} = \frac{g_k}{g_m} \frac{\pi^2 c^2}{\omega^2} A_{km} \cdot F_{\omega} \implies \int \sigma_{\omega} d\nu = \frac{g_k}{2g_m} \frac{\pi c^2}{\omega^2} A_{km}. \quad (4.32)$$

Пронормировав выражение (4.32) на площадь классического осциллятора (4.30), получим величину, называемую силой осциллятора, которая для поглощения считается положительной

$$f_{mk} = \frac{(\int \sigma_{\omega} d\nu)}{\pi e^4/mc} = \frac{g_k}{2g_m} \frac{mc^3}{e^2 \omega_{km}^2} A_{km}. \quad (4.33)$$

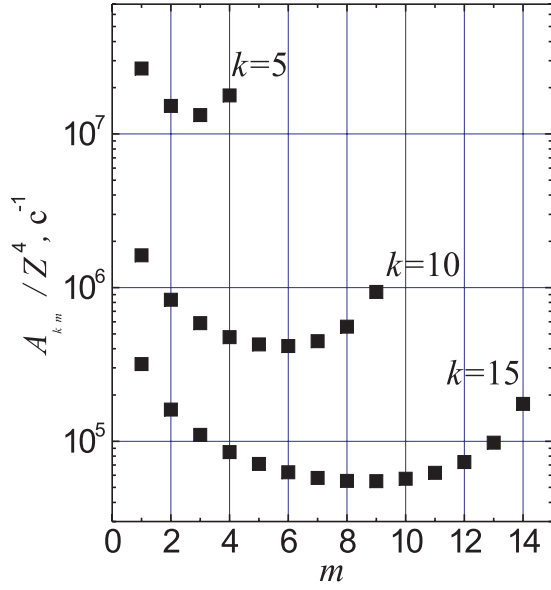


Рис. 4.3. Коэффициент Эйнштейна для спонтанных переходов в водородоподобных атомах с уровнями  $k=5, 10$  и  $15$  на все нижележащие уровни  $m = k - 1 \dots 1$

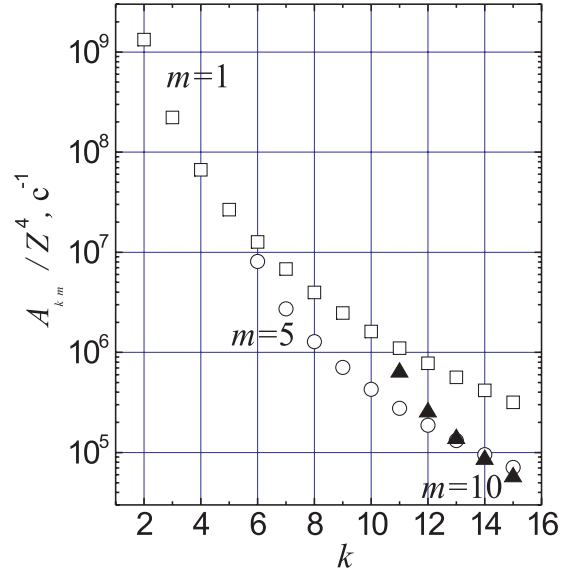


Рис. 4.4. Коэффициент Эйнштейна для спонтанных переходов в водородоподобных атомах на уровни  $m = 1, 5, 10$  со всех вышележащих уровней  $k = m + 1 \dots 15$

Сила осциллятора представляет собой число воображаемых классических осцилляторов, которое обеспечило бы точно такое же поглощение, как и реальная линия. Силы осцилляторов для поглощения и излучения связаны между собой соотношением

$$-g_k f_{km} = g_m f_{mk}.$$

Величины  $f_{km}$  подчиняются правилу сумм

$$\sum_m f_{km} = N,$$

где  $N$  – полное число электронов в атомной системе, причем суммирование ведется по всем состояниям дискретного и непрерывного спектров. Силы осцилляторов практически всех линий протабулированы. Их можно найти, например, в [4, 27–29]. Для примера некоторые из них приведены в таб. 4.1.

Таблица 4.1. Силы осцилляторов некоторых переходов

Элемент	H	H	N	He	Na	Hg
$\lambda, \text{Å}$	6563( $H_\alpha$ )			5876	5890	5461
Переход	$2s - 3p$	$2p - 3s$	$2p - 3d$	$2p^3P^0 - 3d^3D$	$3s - 3p$	$6s6p - 6s7s$
$f$	0,416	0,014	0,695	0,62	0,98	0,08

Вероятность перехода можно теперь записать в виде

$$A_{km} = \frac{2e^2\omega_{km}^2 g_m}{mc^3 g_k} f_{mk} = 3.79 \cdot 10^9 \frac{(\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_m)^2}{\text{Ry}^2} |f_{km}|. \quad (4.34)$$

Для водородоподобных атомов  $f_{km}$  описывается квазиклассической формулой Крамера, погрешность которой составляет  $\sim 30\%$  при всех  $k$  и  $m$ :

$$f_{km} \simeq \frac{32}{3\pi\sqrt{3}} \frac{1}{k^5} \frac{1}{m^3} \frac{1}{(1/k^2 - 1/m^2)^3} \simeq 3,9 \frac{1}{k^5} \frac{1}{m^3} \left( \frac{\text{Ry}}{\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_m} \right)^3. \quad (4.35)$$

Подставив (4.35) в (4.34) и учитывая множитель  $Z^4$ , получим для водородоподобных атомов

$$A_{km} = \frac{1,6 \cdot 10^{10} Z^4}{k^3 m (k^2 - m^2)}. \quad (4.36)$$

Для  $k = 2$ ,  $m = 1$ ,  $Z = 1$  получим

$$A_{21} = 5 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}.$$

Согласно табличным данным [16],  $A_{21} = 6,26 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$  ( $g_2/g_1 = 6/2$ ). Видно, что совпадение теории и эксперимента достаточно хорошее для оценок. Для переходов на нижние уровни ( $m \ll k$ )

$$A_{k,m \ll k} \simeq 1,6 \cdot 10^{10} \frac{Z^4}{k^5 m}.$$

Вероятность максимальна при переходе в основное состояние ( $m = 1$ ). Для перехода на соседнее нижнее состояние вероятность в два раза меньше

$$A_{k,k-1} \simeq 0,8 \cdot 10^{10} \frac{Z^4}{k^5}. \quad (4.37)$$

Экстремальное значение  $A_k$  найдем, приняв нулю производную по  $m$  знаменателя формулы (4.36):

$$[k^3 m (k^2 - m^2)]' = k^3 (k^2 - 3m^2) = 0. \quad (4.38)$$

Поскольку вторая производная  $-6k^3 m < 0$ , при  $m = k/\sqrt{3}$  величина  $A_{km}$  принимает минимальное значение:

$$A_{k,k/\sqrt{3}} \simeq \frac{1,6 \cdot 10^{10} Z^4}{k^5 \cdot 0,38 k}. \quad (4.39)$$

Зависимость вероятности перехода от номера нижнего уровня, вычисленная из (4.36), приведена на рис. 4.3. Если зафиксировать нижнее состояние, то вероятности переходов с высоких уровней значительно меньше, чем с ближайших, как это видно из рис. 4.4.

Суммарную вероятность радиационного распада уровня  $k$  можно оценить (см. [3]) как

$$A_k = \sum_{m < k} A_{km} = \frac{1,6 \cdot 10^{10} Z}{k^5} \ln \frac{k^3 - k}{2}. \quad (4.40)$$

Приведенные выше выражения для  $A_{km}$  и  $f_{km}$  можно использовать и для неводородоподобных атомов, если использовать в них эффективные квантовые числа

$$k^* = \sqrt{\frac{Z^2 \text{Ry}}{E_{k^*}}}, \quad (4.41)$$

где  $E_{k^*}$  – реальная энергия связи данного уровня многоэлектронного атома.

Легко видеть, что верхние (ридберговские<sup>1</sup>) состояния атомов имеют очень большое время жизни по сравнению с нижними ( $\sim k^{-5}$ ). Поскольку и энергия связи их сопоставима с температурой газа, то заселенность верхних уровней в значительной мере определяется столкновениями. С ростом плотности вероятность столкновительных переходов начинает превышать вероятность испускания фотона для все более глубоких уровней.

#### 4.4. Доплеровское уширение. Фойгтовский профиль

Для изолированного атома контур линии – лоренцовский (4.28) и естественная ширина линии  $\gamma \equiv \gamma_{km}$  равна сумме радиационных ширин начального  $\gamma_k$  и конечного  $\gamma_m$  состояний. Поскольку атомы и ионы плазмы движутся, то происходит смещение спектральной линии излучающего атома вследствие эффекта Доплера:

$$\omega = \omega_0 \left( 1 + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}}{c} \right), \quad (4.42)$$

где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор направленный от излучающего атома в точку наблюдения. Если распределение атомов по скоростям максвелловское, то вероятность, что составляющая скорости в направлении наблюдения равна  $[v_x, v_x + dv_x]$ , есть

$$dp(v_x) = \sqrt{\frac{M}{2\pi T}} \exp\left(-\frac{Mv_x^2}{2T}\right) dv_x \quad (4.43)$$

и контур линии примет вид

$$\varepsilon_\omega = \varepsilon_0 \exp\left[-\frac{Mc^2}{2T} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2\right]. \quad (4.44)$$

Сечение поглощения для доплеровского контура с учетом нормировки

$$\int \sigma_{\omega_{km}} d\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f_{km}$$

равно

$$\sigma_{\omega_{km}} = \frac{2\pi^2 e^2}{mc} \frac{f_{km}}{\Delta\omega_D \sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_{km}}{\Delta\omega_D}\right)^2\right], \quad (4.45)$$

где

$$\Delta\omega_D = \sqrt{\frac{2T}{M}} \frac{\omega_0}{c} = \frac{v_0}{c} \omega_0. \quad (4.46)$$

Контур линии, описываемый выражением (4.45), называют доплеровским. Полная ширина на половине высоты (часто называемая просто *полушириной*) доплеровской линии равна

$$\delta_D = 2\sqrt{\ln 2} \Delta\omega_D. \quad (4.47)$$

---

<sup>1</sup>Ридберговские состояния — высоковозбужденные состояния с большими главными квантовыми числами. Благодаря удаленности от атомного остатка, эти состояния являются с высокой точностью водородоподобными. Энергетический интервал между уровнями уменьшается по мере приближения к границе ионизации. Богатая информация о ридберговских состояниях атомов и молекул содержится в книге [30].

Поскольку доплеровское и естественное уширения происходят одновременно и независимо, то результирующий контур является сверткой лоренцовского и доплеровского контуров:

$$\varepsilon_v(\omega) = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\varepsilon}{(\omega - \omega_0 - \omega_0 v/c)^2 + \gamma^2/4}; \quad (4.48)$$

$$\varepsilon(\omega) = \frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon_0 dp(v)}{(\omega - \omega_0 - \omega_0 v/c)^2 + \gamma^2/4}. \quad (4.49)$$

Это выражение справедливо для любого распределения  $p(v)$ . Если распределение максвелловское, то, используя стандартные обозначения [31],

$$y = \frac{v}{v_0} = \frac{v}{c} \frac{\omega_0}{\Delta\omega_D}, \quad u = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_D}, \quad a = \frac{\gamma}{2\Delta\omega_D},$$

получаем

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(u - y)^2 + a^2} = \varepsilon_0 H(a, u).$$

Здесь  $\varepsilon_0 = 1/\sqrt{\pi}\Delta\omega_D$  – интенсивность в максимуме линии, а  $H(a, u)$  – функция Фойгта. Ее вид в зависимости от величины  $a$  показан на рис. 4.6. Видно, что при малом лоренцовском уширении большая часть линии имеет доплеровский (гауссовский) профиль, тогда как при больших  $\gamma/2\Delta\omega$  форма линии очень быстро становится лоренцовской.

Коэффициент поглощения линии с фойгтовский контуром равен

$$k_\omega = k_0 H(a, u); \quad (4.50)$$

$$k_0 = \frac{2\pi^2 e^2}{mc} \frac{n_k f_{km}}{\sqrt{\pi} \Delta\omega_D}. \quad (4.51)$$

В центре линии при любом  $a$

$$\varepsilon(\omega_0) = \varepsilon_0 H(a, 0) = \exp(a^2) \cdot \operatorname{erfc}(a), \quad (4.52)$$

где

$$\operatorname{erfc}(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^\infty e^{-x^2} dx \quad (4.53)$$

– интеграл ошибок.

В предельном случае  $a \ll 1$ , когда доплеровское уширение много больше естественного, в центральной части линии контур становится чисто доплеровским. На далеких крыльях линии (рис. 4.5), однако контур всегда остается лоренцовским (его часто называют также *дисперсионным*).

## 4.5. Уширение давлением

Уширение спектральных линий, связанное с взаимодействием излучающей атомной системы с окружающей средой, носит общее название “уширение давлением”.

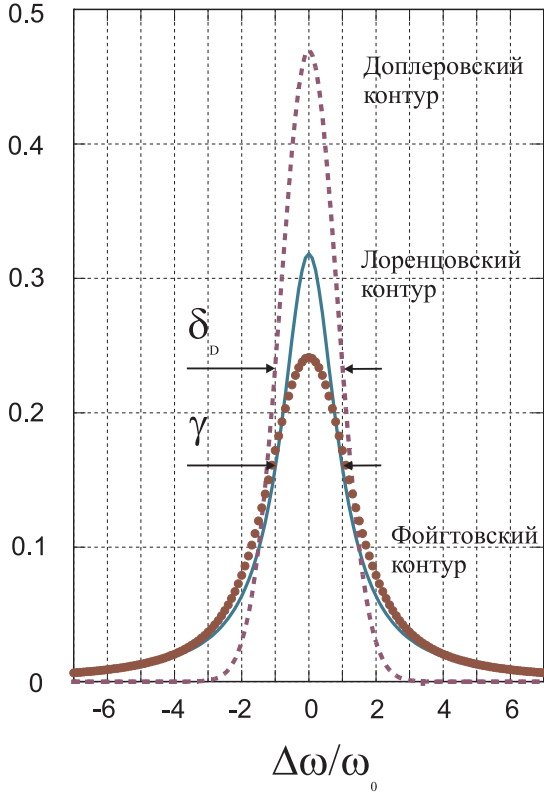


Рис. 4.5. Контуры лоренцевской и доплеровской линий при одинаковой полуширине. Фойгтовский контур представляет собой свертку этих двух линий. Площади всех линий нормированы на единицу

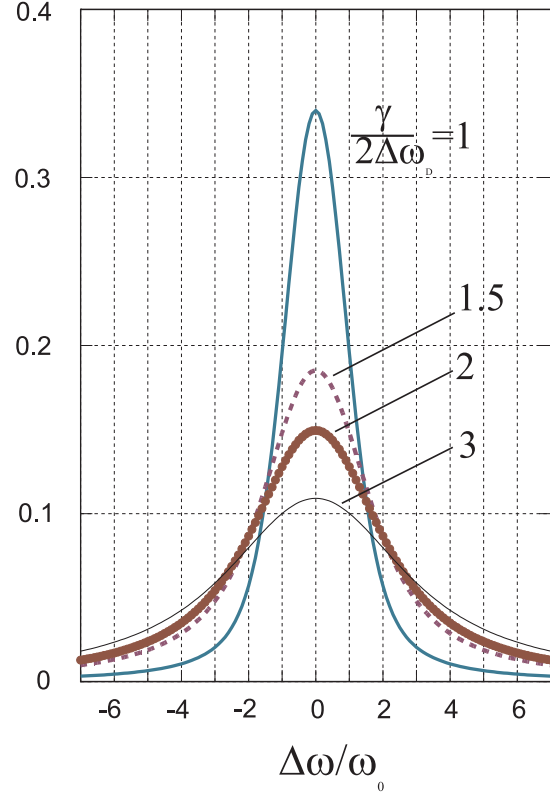


Рис. 4.6. Фойгтовские контуры при разных отношениях ширин лоренцовского и доплеровского контуров

При сближении с другими частицами происходит изменение силового поля в окрестности возбужденного атома, а следовательно, происходит изменение энергии электронных термов. Представление о квантово-механической теории уширения давлением и основных экспериментальных результатах в этой области можно получить из монографии [32]. Из книг, изданных не русском языке, можно порекомендовать, например, [23, 25, 31, 33–37]. В этом разделе, исходя из простейшей теории возмущения классического осциллятора окружающими частицами (см. [23, 25, 31, 37]), будут очень сжато изложены основные понятия теории уширения давлением в объеме, минимально необходимом для понимания процессов в низкотемпературной плазме.

В большинстве случаев в низкотемпературной плазме основную роль играют парные столкновения. Гамильтониан атома изменяется при столкновении на величину

$$V(R) = -\frac{\hbar C_n}{R^n}, \quad (4.54)$$

где  $C_n$  – константа, а  $n$  – целое число, зависящее от вида взаимодействия. В квазиклассическом приближении (считаем возмущение адиабатическим, т.е. не приводящим к переходам между состояниями, а траекторию прямолинейной) на атом накладывается внешнее поле

$$V(R) = V(\sqrt{\rho^2 + v^2 t^2}), \quad (4.55)$$

где  $t = 0$  – момент наибольшего сближения, а  $v$  – относительная скорость. Сдвиг частоты перехода при этом равен

$$\Delta\omega(t) = C_n(\rho^2 + v^2t^2)^{-n/2}, \quad (4.56)$$

где  $n = 2$  для линейного и  $n = 4$  для квадратичного штарк-эффекта.

Предположим сначала, что продолжительность соударения мала по сравнению с временем между соударениями (*ударное приближение*). Тогда контур линии, излучаемой составной системой “возмущающая частица + излучающий атом”, имеет вид

$$I(\omega) = \frac{Nv\sigma'}{\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0 - Nv\sigma'')^2 + (Nv\sigma')^2}, \quad (4.57)$$

где сечения, определяющие уширение и сдвиг линии,

$$\sigma' = 2\pi \int_0^\infty [1 - \cos \eta(\rho)] \rho d\rho,$$

$$\sigma'' = 2\pi \int_0^\infty \sin \eta(\rho) \rho d\rho$$

зависят от полного сдвига фазы колебаний осциллятора за время столкновения

$$\eta(\rho) = \int_0^\infty \Delta\omega(R(t)) dt = \alpha \frac{C_n}{v\rho^{n-1}}.$$

Контур при ударном уширении (4.57), подобно естественному контуру, имеет дисперсионный вид. Выражения для вычисления уширения  $\gamma \equiv Nv\sigma''$  и сдвига  $\Delta \equiv Nv\sigma'$  для линейного эффекта Штарка ( $n = 2$ ), резонансного уширения при взаимодействии атомов одного и того же элемента ( $n = 3$ ), квадратичного эффекта Штарка ( $n = 4$ ) и уширения Ван-дер-Ваальса ( $n = 6$ ) приведены, например, в работах [31, 36]. Для оценок естественно считать *сильными* столкновения, для которых  $\eta \sim 1$ . Это соответствует пролетам с прицельным параметром, меньшим так называемого радиуса Вайскопфа

$$\rho_B = \left( \frac{\alpha_n C_n}{v} \right)^{1/(n-1)}, \quad (4.58)$$

где  $\alpha_n \leq 2$  (см. [36]). Отсюда частота уширяющих столкновений

$$\gamma \sim Nv\pi\rho_B^2. \quad (4.59)$$

Характерное время столкновения равно  $\tau_c \sim \rho_B/v$ , а соответствующая частота  $\Omega_B = 1/\tau_c$  называется вайскопфовской. Согласно критерию Мессе, контур (4.57) правильно описывает форму линии при условии  $\Delta\omega\tau_c \ll 1$ . Центральную часть линии, удовлетворяющую условию  $\Delta\omega \ll \Omega_B$ , называют ударной. Ее ширина может превосходить естественную ширину на много порядков. В обратном случае  $\Delta\omega\tau_c \gg 1$  атом находится в поле действия других частиц, которое меняется достаточно медленно по сравнению со временем спонтанного излучения. В этом случае справедливо *статическое* (*квазистатическое*, *статистическое*) приближение. Для вычисления контура линии достаточно найти плотность распределения осцилляторов по частотам. Будем считать, что основное поле создает ближайшая частица (*приближение*

ближайшего соседа.) Вероятность нахождения ближайшей частицы на расстоянии  $R, R + dR$  равна

$$W(R)dR = 4\pi R^2 N \exp[-(4\pi/3)NR^3] dR = \exp[-(R/R_0)^3] d(R/R_0), \quad (4.60)$$

где  $R_0 = (3/4\pi N)^{1/3}$ . Введя  $\Delta\bar{\omega} = C_n/R_0^n$ , получаем

$$I(\omega)d\omega = \frac{4\pi N C_n^{3/n}}{n(\omega - \omega_0)^{(3+n)/n}} \exp\left[-\left(\frac{\Delta\bar{\omega}}{\omega - \omega_0}\right)^{3/n}\right] d\omega. \quad (4.61)$$

Выражение (4.61) имеет смысл только для достаточно больших значений  $(\omega - \omega_0)$ , для которых  $R = [(\omega - \omega_0)/C_n]^{-1/n} \ll R_0$ , и бинарное приближение справедливо.

Таким образом, центральная часть уширенной линии – лоренцовская, тогда как для больших значений  $\Delta\omega \ll \Omega_B$  она описывается статическим контуром. Статическое крыло может располагаться как с длинноволновой, так и с коротковолновой стороны линии в зависимости от направления сдвига термов. В области частот, противоположных по знаку статическому крылу, лоренцовское распределение сменяется экспоненциальным [36, С. 257].

Если бинарное приближение  $h = N\rho_0^3 \ll 1$  становится несправедливым, то при  $h \gg 1$  статическая теория должна учитывать многочастичные взаимодействия. Такая теория была создана Хольцмарком (см. [36]). Распределение Хольцмарка совпадает в асимптотике с выражением (4.61). Напомним, однако, что более полно уширение давлением описывает квановомеханическая теория.

## 4.6. Возбуждение и тушение электронных состояний

При столкновении атома, находящегося в некотором состоянии  $k$ , с электроном он может перейти в другое, более высокое возбужденное состояние  $n$ .



Вероятность перехода  $k \rightarrow n$ :

$$w_{kn} = n_e \langle v \sigma_{kn} \rangle = n_e \int_{\sqrt{2\Delta\mathcal{E}_{kn}/m}}^{\infty} 4\pi v^3 \sigma_{kn}(v) f(v) dv = n_e \int_{\Delta\mathcal{E}_{kn}}^{\infty} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} \sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sqrt{\mathcal{E}} f(\mathcal{E}) d\mathcal{E}, \quad (4.63)$$

Обратный процесс безызлучательного перехода при столкновении с электроном называют тушением или дезактивацией. Этот процесс беспороговый. Скорость обратного процесса можно найти из принципа детального равновесия

$$n_k^0 w_{kn} = n_n^0 w_{nk}. \quad (4.64)$$

Характерный вид зависимости сечения возбуждения разных состояний в зависимости от энергии налетающих электронов в сравнении с сечениями ионизации и упругого рассеяния приведен на рис. 4.7. Сечение резко растет после достижения



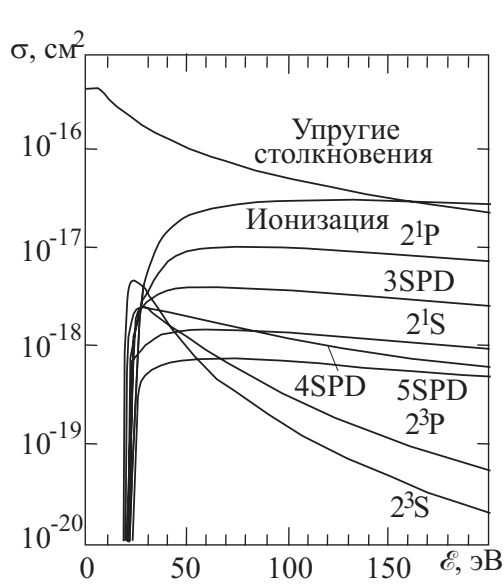


Рис. 4.7. Сечение возбуждения разных уровней He электронами

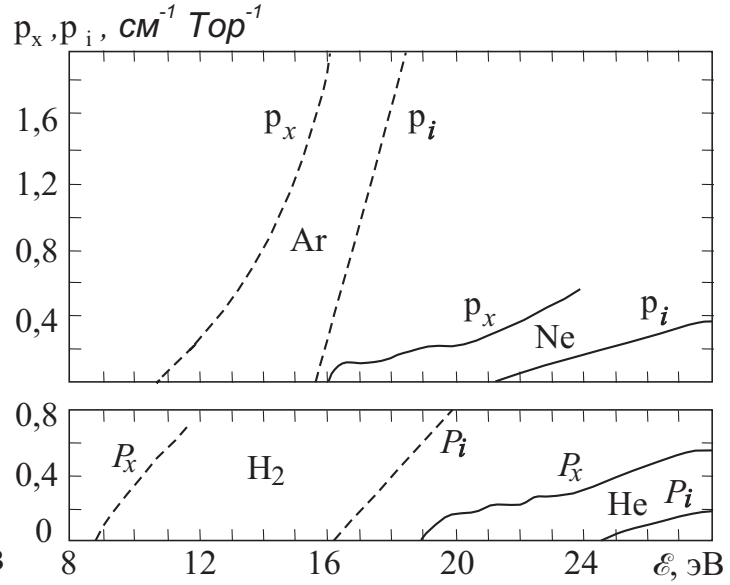


Рис. 4.8. Вероятности возбуждения и ионизации вблизи атомов порога

порога реакции, а затем медленно спадает. При больших энергиях ( $\mathcal{E} \gg \Delta\mathcal{E}_{kn}$ ) для оптически разрешенных переходов сечение аппроксимируется выражением

$$\sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sim \frac{\ln \mathcal{E}}{\mathcal{E}}, \quad (4.65)$$

тогда как для запрещенных переходов зависимость имеет вид [37, 38]

$$\sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sim \frac{1}{\mathcal{E}}. \quad (4.66)$$

В низкотемпературной плазме температура электронов гораздо меньше потенциалов возбуждения, и только хвосты функции распределения электронов участвуют в процессе возбуждения атомов. Понятно, что макроскопическая скорость реакции существенным образом определяется как видом функции распределения, так и видом зависимости сечения возбуждения вблизи порога от энергии. Согласно теории, в борновском приближении на пороге ( $\mathcal{E} \sim \Delta\mathcal{E}_{kn}$ ) зависимость от энергии имеет вид

$$\sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sim \sqrt{\mathcal{E} - \Delta\mathcal{E}_{kn}}. \quad (4.67)$$

Экспериментальные данные, однако, свидетельствуют, что эта зависимость скорее является линейно возрастающей

$$\sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sim a(\mathcal{E} - \Delta\mathcal{E}_{kn}). \quad (4.68)$$

Для оценок обычно пользуются линейной аппроксимацией. Для атома водорода в состоянии  $2^1S$   $\Delta\mathcal{E}_{kn} = 10,2$  эВ и  $a = 2,5 \cdot 10^{-17}$  см<sup>2</sup>/эВ, а для атома гелия в состоянии  $2^1S_0$   $\Delta\mathcal{E}_{kn} = 20,6$  эВ и  $a = 4,6 \cdot 10^{-18}$  см<sup>2</sup>/эВ [2, С. 67].

Все сечения возбуждения могут быть унифицированы, если ввести безразмерную энергию электрона, отсчитываемую от порога возбуждения

$$u = \frac{\mathcal{E} - \Delta\mathcal{E}_{kn}}{\Delta\mathcal{E}_{kn}}. \quad (4.69)$$

Тогда в приближении Бете—Борна, применимом для диполь-дипольных переходов, сечение имеет вид

$$\sigma_{kn} = 4\pi a_0^2 \frac{\text{Ry}^2 f_{kn}}{\Delta \mathcal{E}_{kn}^2 (u+1)} \ln[c(1+u)], \quad (4.70)$$

где  $f_{kn}$  — сила осциллятора, а  $c$  — некоторый численный множитель [3]. Используя формулу Крамерса для силы осциллятора (4.35), получаем зависимость сечения возбуждения от квантовых чисел верхнего и нижнего уровней<sup>2</sup>

$$\sigma_{kn} = \frac{128a_0^2}{3\sqrt{3}} \frac{1}{k^5} \frac{1}{n^3} \frac{\text{Ry}^5 \ln[c(1+u)]}{(\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_n)^5 (u+1)}. \quad (4.71)$$

Отсюда также следует, что зависимость сечения от разности энергий уровней очень сильная

$$\sigma_{kn} \sim \frac{1}{\Delta \mathcal{E}_{kn}^5} \quad (4.72)$$

и наиболее вероятны столкновительные переходы между близлежащими уровнями. Ранее (см. (4.40)) мы нашли, что излучательное время быстро растет с номером уровня ( $\sim k^5$ ). В совокупности с выражением (4.71) это означает, что время жизни нижних состояний определяется, главным образом, излучательным распадом, тогда как заселенность верхних состояний определяется, в основном, столкновительными процессами. Именно поэтому при столкновениях атома со свободными электронами говорят о диффузии в энергетическом пространстве связанного электрона, находящегося на ридберговских уровнях.

## 4.7. Диффузия связанного электрона в энергетическом пространстве; ударно-радиационная рекомбинация

Поскольку энергии частиц в низкотемпературной плазме значительно ниже потенциалов возбуждения и ионизации, то ступенчатые процессы ионизации и рекомбинации преобладают над рассмотренными в предыдущих разделах прямыми процессами. Иными словами, ионизация имеет место большей частью из возбужденных состояний, а скорость рекомбинации связана со скоростью распада возбужденных состояний. Во всех этих процессах важную роль играют высоко возбужденные состояния и величина скорости их релаксации при столкновениях с другими частицами.

При столкновениях атомов, находящихся в верхних возбужденных состояниях, со свободными электронами наиболее вероятны переходы связанного электрона на близлежащие уровни [3]. Поскольку плотность ридберговских уровней очень высока, то хорошим приближением является модель диффузии связанного электрона в квазинепрерывном энергетическом пространстве связанных состояний. В соответствии со стандартным определением диффузии в обычном пространстве

$$D(x) = \frac{1}{2} \frac{d(\Delta x^2)}{dt} \quad (4.73)$$

<sup>2</sup>Для аналитических расчетов можно также использовать приведенные в работе [3] таблицы и полуэмпирические приближения для  $\sigma_{kn}$ .

можно ввести коэффициент диффузии в энергетическом пространстве

$$D(\mathcal{E}) = \frac{1}{2} \frac{d(\Delta\mathcal{E}^2)}{dt}. \quad (4.74)$$

При рекомбинации электрон захватывается на один из верхних уровней с энергией связи ( $\mathcal{E}_k \sim T_e$ ). Поскольку, как уже говорилось, время жизни ридберговских состояний очень велико, а сечение столкновительных переходов большое, то связанный электрон под действием соударений блуждает (рис. 4.9) по верхним уровням. В результате блужданий он может либо перейти в континуум (процесс завершился ионизацией), либо полностью потерять энергию, когда атом переходит в основное состояние. В этом случае рекомбинацию можно считать состоявшейся.

Для случая столкновений атома со свободными электронами коэффициент диффузии связанного электрона был получен Гуревичем. Он имеет вид ([3])

$$D(\mathcal{E}) = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^4 n_e \mathcal{E}}{\sqrt{mT_e}} \Lambda_{\text{bound}}, \quad (4.75)$$

где  $\Lambda_{\text{bound}}$  — кулоновский логарифм для связанного электрона [25, С. 159], [32, С. 174]. Если возбужденный атом сталкивается с атомами, то

$$D(\mathcal{E}) = \frac{32\sqrt{2}n_a\sigma_{\text{tr}}\mathcal{E}^{3/2}\sqrt{mT}}{3\pi M}. \quad (4.76)$$

Рассмотрим плазму, состоящую из ионов ( $n_+$ ), тяжелых частиц ( $n_a$ ), и электронов ( $n_e$ ) со средней энергией  $\mathcal{E} = (3T_e/2)$ . В общем случае эта плазма неравновесна. Запишем уравнение изменения концентрации электронов

$$\frac{dn_e}{dt} = \sum_{k,q} (n_k w_{ke}^q - n_e n_+ w_{ek}^q) + F_e - n_e G_e, \quad (4.77)$$

где  $\sum_{k,q} (n_k w_{ke}^q - n_e n_+ w_{ek}^q) \equiv j_e$  — поток электронов через границу ионизации в пространстве энергий. Здесь  $k$  — дискретные состояния, индекс  $q$  — тип элементарного процесса,  $F_e$  и  $G_e$  — источники и стоки электронов за счет процессов, не входящих в сумму (диффузионные потоки, ионизация примесей, включение внешнего ионизатора). Чтобы решить уравнение (4.77), населенности  $n_k$  находят из уравнения баланса

$$\frac{dn_k}{dt} = \sum_{m,q} (n_m w_{mk}^q - n_k w_{km}^q) + F_k - n_k G_k. \quad (4.78)$$

В квазистационарном приближении эта система алгебраическая. Решив ее и подставив  $n_k$  в уравнение (4.77), получим

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \alpha - n_e^2 n_+ \beta + F_e - n_e G_e. \quad (4.79)$$

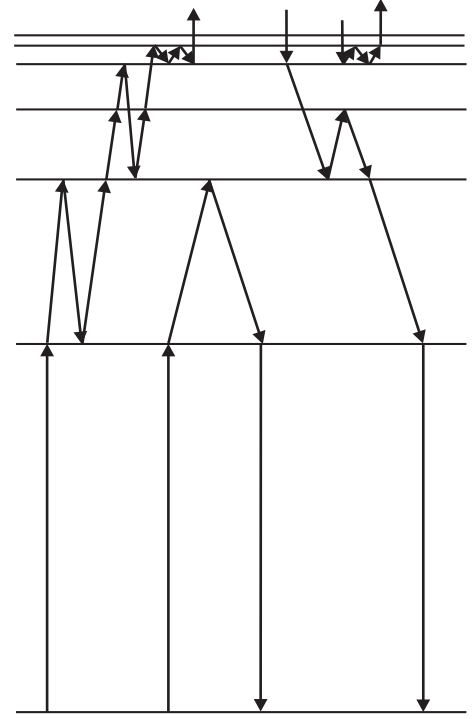


Рис. 4.9. Схема блужданий электрона по атомным состояниям при столкновениях атома с окружающими частицами

Данное выражение для суммы всех процессов носит совершенно иной смысл, чем выражения, записанные для элементарных процессов. В частности, коэффициенты ионизации  $\alpha$  и рекомбинации  $\beta$  в данном случае не связаны соотношением детального равновесия;  $\alpha$  определена формально как константа второго порядка ( $\text{см}^3/\text{с}$ ), а  $\beta$  – третьего ( $\text{см}^6/\text{с}$ ). Соотношение между  $\alpha$  и  $\beta$  носит не термодинамический, а кинетический характер и зависит от отношений вероятностей элементарных процессов. Выражение  $n_1 n_e \alpha$  означает, что при нашем определении  $\alpha$  и  $\beta$  только атомы в основном состоянии считаются реагентами и продуктами, а все остальные состояния рассматриваются как промежуточные.

В квазистационарном приближении, когда  $F_e = 0$  и  $G_e = 0$ , имеем

$$j_e = n_1 n_e \alpha - n_e^2 n_+ \beta. \quad (4.80)$$

Если  $j_e > 0$ , имеем режим ионизации; если  $j_e < 0$ , – рекомбинацию. При  $j_e = 0$  имеем квазистационарное состояние, но не обязательно равновесие, так как ионизация и рекомбинация могут осуществляться разными процессами.

Из рис. 4.9 видно, что полное описание процессов в плазме возможно в рамках представления о диффузии электронов в энергетическом пространстве. Она описывается уравнением Фоккера-Планка

$$\frac{\partial n(\mathcal{E})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mathcal{E}} \left( B(\mathcal{E}) n(\mathcal{E}) + D(\mathcal{E}) \frac{\partial n(\mathcal{E})}{\partial \mathcal{E}} \right), \quad (4.81)$$

где  $B(\mathcal{E}) = -d\langle \Delta \mathcal{E} \rangle / dt + dD(\mathcal{E}) / d\mathcal{E}$  – коэффициент динамического трения, а  $D(\mathcal{E}) = (1/2) d\langle \Delta \mathcal{E}^2 \rangle / dt$  – коэффициент диффузии. Так как поток

$$j(\mathcal{E}) = B(\mathcal{E}) n(\mathcal{E}) + D(\mathcal{E}) \frac{dn(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}} \quad (4.82)$$

должен обращаться в нуль при равновесии, можно записать

$$B(\mathcal{E}) = -D(\mathcal{E}) \frac{dn^o}{n^o d\mathcal{E}}. \quad (4.83)$$

Введя обозначение

$$y(\mathcal{E}) = n(\mathcal{E}) / n^o(\mathcal{E}), \quad (4.84)$$

из уравнений (4.81), (4.83) и (4.84) найдем

$$j = D(\mathcal{E}) n^o(\mathcal{E}) \frac{dy}{d\mathcal{E}}. \quad (4.85)$$

Итак, задача нахождения  $\alpha$  и  $\beta$  сводится к решению уравнения (4.81).

В условиях квазистационарности  $dn/dt = 0$  и  $j = \text{const}$ . Тогда при столкновениях связанного (ридберговского) электрона со свободным, используя уравнение (4.75), получим коэффициент ударной рекомбинации

$$\beta = \frac{4\sqrt{2\pi}\pi}{9} \frac{e^{10}\Lambda}{\sqrt{m}T_e^{9/2}}. \quad (4.86)$$

Аналогично, используя диффузионное приближение для трехчастичной (с участием атома) рекомбинации, получим

$$\beta = \frac{16\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^6 \sqrt{m} \sigma_{\text{tr}} n_a}{MT_e^{5/2} n_e}. \quad (4.87)$$

Те же функциональные зависимости мы получали из формулы Томсона, но теперь мы имеем численные коэффициенты.

## 4.8. Модифицированное диффузионное приближение

В предыдущем разделе мы игнорировали тот факт, что для нижних уровней, расстояние между которыми значительно превышает температуру электронов, диффузионное приближение не может работать. Оно должно быть заменено теорией, учитывающей дискретность атомных уровней. Имеется несколько приближенных подходов к решению этой задачи. Не останавливаясь на этом детально, отметим, что одной из наиболее успешных моделей является развитое Л. М. Биберманом с соавт. [3] *модифицированное диффузионное приближение* (МДП). В этом приближении перемещение связанного электрона рассматривается как диффузия в дискретном пространстве, которая описывается конечно-разностным аналогом уравнения Фоккера—Планка. Величина потока электронов в энергетическом пространстве может быть, по электротехнической аналогии, связана с “сопротивлением участка цепи”, которое обратно пропорционально константе скорости соответствующего процесса. Наибольшее сопротивление соответствует *узкому месту* в последовательности процессов. Способы решения задач в модели МДП и полученные для разных систем результаты подробно описаны в работе [3].

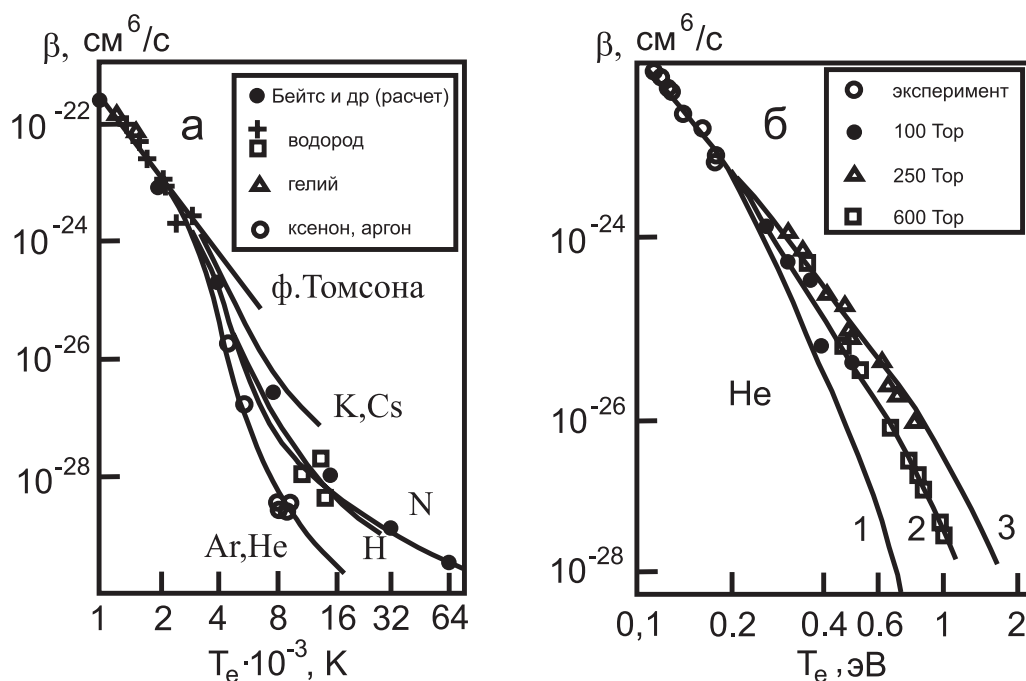


Рис. 4.10. Коэффициенты ударной и ударно-радиационной рекомбинации как функция температуры [3]: *a* – ударная рекомбинация; прямая – теория Томсона; остальные кривые – расчеты Бейтса и др. и экспериментальные данные для различных элементов; *б* – ударно-радиационная рекомбинация гелиевой плазмы; точки – экспериментальные данные, кривые – расчеты в модифицированном диффузионном приближении (1 – чисто столкновительный режим, 2 – оптически тонкий слой, 3 – полностью реабсорбированы линии резонансной серии, для остальных переходов газ оптически прозрачен)

Наряду со столкновительными процессами, для некоторых переходов могут играть существенную роль излучательные переходы. Такие процессы называют ударно-радиационными. В частности, рекомбинация с участием третьей частицы также но-

сит в общем случае ударно-радиационный характер. На рис. 4.10 приведены результаты экспериментальных измерений и численных расчетов коэффициентов ударной и ударно-радиационной рекомбинации в некоторых газах<sup>3</sup>. Видно, что в обоих случаях экспериментальные точки хорошо ложатся на теоретические зависимости, полученные МДП методом.

Ударная рекомбинация реализуется при больших плотностях электронов, когда заселенность уровней определяется в основном столкновениями. В этом случае при низкой температуре электронов экспериментально измеренные коэффициенты рекомбинации соответствуют расчетам по формуле Томсона (прямая на рис. 4.10, а). Поскольку в процессе рекомбинации основную роль играют верхние состояния, на которых электрон находится дольше всего, можно использовать классическое диффузионное приближение, игнорируя процессы на нижних уровнях (как уже упоминалось, такой подход называют *методом узкого места*). При этом  $\beta \sim T^{-9/2}$ . С ростом температуры электронов зависимости отклоняются от томсоновской. При больших  $T_e$  узкое место перемещается в область перехода  $1 \rightleftharpoons 2$ . При этом коэффициент ударной рекомбинации наиболее чувствителен к виду сечения столкновений с переходом  $1 \rightleftharpoons 2$ , и зависимость  $\beta(T)$ , как можно видеть из рисунка, существенно отклоняется от классической.

При низких плотностях электронов частота столкновений падает и в процессах релаксации основную роль начинают играть излучательные переходы и реабсорбция излучения, которые должны быть учтены в кинетических уравнениях. В этом случае мы имеем дело с ударно-излучательной рекомбинацией (см. рис. 4.10, б). Сравнение расчетов с экспериментами показывает, что теория, не учитывающая излучательных процессов, не согласуется с экспериментальными данными. Экспериментальные значения коэффициентов рекомбинации лежат в интервале между двумя теоретическими кривыми, представляющими предельные случаи учета излучения. Заметим, однако, что и здесь при низких температурах электронов скорость рекомбинации соответствует теории Томсона.

## 4.9. Ударно-диссоциативная рекомбинация и ударно-ассоциативная ионизация

Как было показано ранее, когда в плазме присутствуют молекулярные ионы, существенную роль в ней играет диссоциативная рекомбинация. Продукты диссоциативной рекомбинации обычно находятся в возбужденном электронном состоянии. В соответствии с принципом, принятым в настоящей главе, рекомбинация считается завершившейся только тогда, когда атом перейдет в основное состояние. Следовательно, и в случае диссоциативной рекомбинации вычисление скорости процесса должно в качестве составной части включать в себя учет стадии диффузии электрона в энергетическом пространстве связанных состояний. Если при этом радиационные процессы несущественны, то процесс называют ударно-диссоциативной рекомбинацией. Если радиационными процессами пренебречь нельзя, то нужно рассматривать совместно диссоциативную и ударно-радиационную рекомбинации. Ситуация с обратным процессом, — ассоциативной ионизацией, — аналогична. Мы должны учитывать ионизацию не только с основного уровня, но и с возбужденных уровней, которые

<sup>3</sup>Подобные зависимости для коэффициентов ионизации также приведены в уже упомянутой монографии.

заселяются в столкновительных или излучательных процессах, а далее учитывать диффузию в пространстве скоростей.





# Глава 5

## Радиационный перенос

### 5.1. Особенности распространения излучения в плотной плазме

Радиационный перенос возбуждения, т. е. последовательность актов излучения возбужденными атомами фотонов и их поглощения в пределах рассматриваемого объекта, часто играет важную, а иногда и определяющую роль в низкотемпературной плазме, космическом пространстве, звездах и их атмосферах. В случае низкотемпературной плазмы перенос излучения можно рассматривать как перемещение в пространстве возбужденных атомов, поскольку их время жизни значительно больше времени пролета фотона внутри системы  $A_{km}^{-1} \gg L/c$ , где  $L$  — характерный размер системы или характерная длина поглощения. В данном разделе мы рассмотрим основы теории переноса. Для более детального изучения вопроса можно рекомендовать монографии [3, 31, 35].

Главной проблемой, возникающей при описании распространения излучения в среде, является невозможность в общем случае использовать для фотонов понятие длины свободного пробега, которое весьма удобно при описании взаимодействия частиц. Этот факт удобно показать на примере распространения линейчатого излучения.

В каждом акте излучения частота фотона лежит в пределах спектральной линии излучения  $\varepsilon_\omega$ , ширина и форма которой определяется конкретным механизмом (или механизмами) уширения. Естественно, что вероятность пробега фотона без поглощения с расстоянием уменьшается экспоненциально  $f(\rho, \omega) \sim \exp(-k_\omega \rho)$ , точно так же, как в случае обычной диффузии частиц  $f(\rho) \sim \exp(-k_0 \rho)$ . На этом, однако, сходство кончается, так как мы при переносе излучения не имеем права разбить линию на ряд интервалов и рассматривать перенос отдельно в каждом из них. Это связано с тем, что после поглощения фотона с частотой  $\omega$  атом может излучить новый фотон на другой частоте, где длина пробега будет отличаться от первоначальной. Следовательно, вероятность того, что испущенный атомом фотон пройдет расстояние  $\rho$  без поглощения, должна быть записана как среднее по ансамблю, где в качестве весовой функции выступает контур спектральной линии  $\varepsilon_\omega$  (с нормировкой  $\int \varepsilon_\omega d\omega = 1$ ):

$$f(\rho) = \int \varepsilon_\omega \exp(-k_\omega \rho) d\omega. \quad (5.1)$$

Отметим, что выражение (5.1) справедливо, если после поглощения атомом фото-

на некоторой частоте он излучает фотон с любой частотой, лежащей в пределах спектральной линии излучения  $\varepsilon_\omega$ , т. е. имеет место *полное перераспределение излучения по частоте в акте переизлучения*<sup>1</sup> (ППИ). В противном случае *частичного перераспределения излучения по частоте* (ЧПИ), который мы обсуждать не будем, описание переноса возбуждения становится более сложным. Очевидно, что вид  $f(\rho)$  зависит от формы линии поглощения  $k_\omega$  и испускания  $\varepsilon_\omega$ , однако в любом случае  $f(\rho)$  убывает медленнее, чем экспонента.

Предположим сначала, что форма линии – лоренцовская (естественное или ударное уширение):

$$\varepsilon_\omega = \frac{\gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}; \quad (5.2)$$

$$k_\omega = \frac{k_0}{1 + (\omega - \omega_0)^2(\gamma/2)^{-2}}. \quad (5.3)$$

Если уширение естественное, то модель полного перераспределения (ПП) справедлива вследствие выполнения принципа неопределенности:

$$\gamma = \tau^{-1} = A_{21}; \quad (5.4)$$

$$k_0 = \frac{1}{4} \lambda^2 \frac{g_2}{g_1} A_{21} n_1 \frac{2}{\pi \gamma} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{g_2}{g_1} n_1. \quad (5.5)$$

Выражения (5.2) и (5.3) остаются справедливыми и при уширении давлением. В этом случае  $\gamma = 2\nu$ , где  $\nu$  – частота уширяющих столкновений.

Подставляя (5.2) в (5.1) и вводя безразмерную частоту  $\varphi = 2(\omega - \omega_0)/\gamma$ , имеем

$$f(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varphi}{1 + \varphi^2} \exp \left[ -\frac{k_0 \rho}{(1 + \varphi^2)} \right] = \exp \left( -\frac{k_0 \rho}{2} \right) I_0 \left( \frac{k_0 \rho}{2} \right), \quad (5.6)$$

где  $I_0(k_0 \rho/2)$  – функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента.

Нас интересуют большие оптические плотности, когда  $k_0 \rho \gg 1$ . В этом случае

$$I_0 \left( \frac{k_0 \rho}{2} \right) \simeq \exp \left( \frac{k_0 \rho}{2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi k_0 \rho}}. \quad (5.7)$$

подставив (5.7) в (5.6), получим

$$f_L(\rho) = \frac{1}{\sqrt{\pi k_0 \rho}}, \quad k_0 \rho \gg 1. \quad (5.8)$$

Таким образом, для лоренцовского контура вероятность пробега фотона на расстояние  $\rho$  спадает медленнее, чем экспонента.

Перейдем теперь к случаю доплеровского контура линии, предполагая, однако, что модель ППИ остается справедливой. В этом случае, который реализуется при небольших плотностях плазмы,

$$k_\omega = k_0 \exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega_0)^2}{(\Delta\omega)^2} \right\}; \quad (5.9)$$

<sup>1</sup>В спектроскопии такие линии называют *однородно уширенными*, в отличие от *неоднородно уширенных*. Естественное и ударное уширения однородны, тогда как доплеровское и статическое в общем случае неоднородны.

$$k_0 = \frac{\lambda^2 g_2 A_{21} n_1}{4 g_1 \sqrt{\pi} \Delta\omega}; \quad (5.10)$$

$$\gamma = 2\sqrt{\ln 2} \Delta\omega; \quad (5.11)$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{2T}{M}}. \quad (5.12)$$

Вероятность пробега на расстояние  $\rho$  будет, очевидно, равна

$$f(\rho) = \int_0^\infty \exp(-\varphi^2) \cdot \exp[-k_0\rho \cdot \exp(-\varphi^2)] \frac{d\varphi}{\sqrt{\pi}}. \quad (5.13)$$

На больших расстояниях ( $k_0\rho \gg 1$ ) подынтегральное выражение практически равно нулю как в центре линии из-за малости второй экспоненты, так и на далеких крыльях линии, где второй член становится большим, но зато первый член очень мал. Поэтому основной вклад в интеграл будут давать промежуточные частоты, где  $k_0\rho \sim 1$ . С учетом всего этого получим асимптотику для доплеровского уширения (гауссов контур)

$$f_D(\rho) \simeq \frac{1}{k_0\rho\sqrt{\pi \ln k_0\rho}}, \quad k_0\rho \gg 1. \quad (5.14)$$

Видно, что вероятность пробега уменьшается с расстоянием также отнюдь не экспоненциально, но несколько быстрее, чем в случае лоренцовского контура. При больших расстояниях основной вклад вносят фотоны, излучаемые на крыльях линии. Отсюда ясно, что в общем случае диффузионное приближение неприменимо. При переносе возбуждения вклады ядра линии ( $k(\omega)r \geq 1$ ) и ее крыльев ( $k(\omega)r \leq 1$ ) по порядку величины сравнимы, причем для доплеровского контура эти вклады одинаковы, а для лоренцовского вклад крыльев в 3 раза выше, чем ядра.

Среднее время распространения возбуждения из начала координат на расстояние  $\rho$  (что эквивалентно времени выхода излучения из оптически толстого плазменного слоя толщины  $\sim \rho$ ) в отсутствие тушения по смыслу величины  $f(\rho)$  равно

$$\bar{t}(\rho) \sim \frac{\tau}{f(\rho)}, \quad (5.15)$$

где  $\tau$  – время жизни возбужденного состояния атома. Вид функции  $\bar{t}(\rho)$  существенно зависит от формы линии и является следствием конкуренции между *диффузионным* распространением излучения в ядре линии и *антидиффузионным* пролетом на большое расстояние на крыльях.

Используя полученные выше зависимости, можно составить *иерархию недиффузионности* радиационного переноса возбуждения. Для монохроматического излучения мы имеем истинную диффузию

$$\rho \sim \sqrt{t}.$$

При доплеровском уширении, пренебрегая корнем из логарифма, находим, что возбуждение переносится с постоянной скоростью

$$\rho \sim t.$$

Для лоренцовского контура получаем парадоксальную на первый взгляд зависимость

$$\rho \sim t^2,$$

которая соответствует равноускоренному движению – *антидиффузии*. Полученные зависимости свидетельствуют о том, что расчет переноса излучения – достаточно сложная задача даже в простых случаях, а тем более в неоднородной плазме или при неполном перераспределении излучения по частоте.

## 5.2. Уравнение радиационного переноса возбуждения

Теория радиационного переноса была разработана независимо Биберманом и Холстейном. Теория справедлива при выполнении условия полного перераспределения частоты в каждом акте переизлучения фотона. В этом случае для однородной плазмы уравнение радиационного переноса для двухуровневой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_2(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = & -n_2(\mathbf{r}, t)A_{21} - (n_2(\mathbf{r}, t)w_{21} - n_1(\mathbf{r}, t)w_{12}) + \\ & + \int_V n_2(\mathbf{r}', t)A_{21}\mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)d\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Здесь  $\mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$  – вероятность того, что фотон, испущенный в точке  $\mathbf{r}'$ , будет поглощен в точке  $\mathbf{r}$ . Связь  $\mathcal{K}(\rho)$  и  $f(\rho)$ , где  $(\rho = \mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , очевидна:

$$\mathcal{K}(\rho) = -\frac{1}{4\pi\rho^2} \frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}, \quad (5.17)$$

или

$$\mathcal{K}(\rho) = \frac{1}{4\pi\rho^2} \int \varepsilon_\omega k_\omega \exp(-k_\omega\rho) d\omega. \quad (5.18)$$

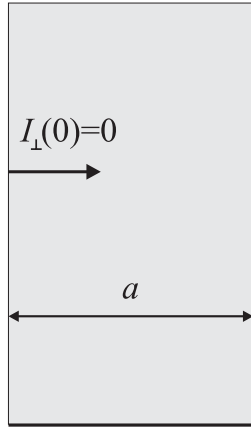
Первый член уравнения (5.16) описывает радиационный распад уровня, второй – столкновительное возбуждение и девозбуждение, третий – поглощение фотонов, излученных окружающими атомами. Уравнение радиационного переноса с успехом применяется для расчетов многих конкретных систем. Оно легко обобщается для случая неоднородной среды. Теория неприменима к плотным газам, где начинают играть роль коллективные эффекты. Хотя теория формально неприменима и к ситуациям с частичным перераспределением частоты, например, для доплеровского уширения, вычисления на основе уравнения радиационного переноса дают неплохое совпадение с экспериментом. Это можно связать с тем, что из-за многократного переизлучения корреляция между начальным и конечным фотоном теряется.

## 5.3. Перенос излучения в плоскопараллельном слое

Пусть  $I_\omega$  (эрг/см<sup>2</sup>с<sup>-1</sup>ср) – спектральная плотность излучения в направлении нормали к слою толщиной  $a$ . Уравнение переноса без учета столкновений принимает вид

$$\frac{dI_\omega}{dx} = \eta(\omega) - \varkappa(\omega)I_\omega, \quad (5.19)$$

где  $\eta(\omega)$  – спонтанная излучательная способность единицы объема в единицу телесного угла (эрг/см<sup>3</sup>·с<sup>-1</sup>·ср·с), а  $\varkappa(\omega)$  – эффективный коэффициент поглощения (1/см) (с учетом вынужденного излучения).



Предположим, что плазма термодинамически равновесна. Это означает для линейчатого излучения, что имеет место бoльцмановское распределение по состояниям, а для тормозного и фоторекомбинационного излучения – что функция распределения электронов по скоростям максвелловская. В этом случае справедлив закон Кирхгофа

$$\frac{\eta(\omega)}{\varkappa(\omega)} = B_{\text{Pl}}(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^3c^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1}; \quad (5.20)$$

где  $B_{\text{Pl}}(\omega)$  – функция Планка. Решая уравнение (5.19) для потока в одну сторону (рис. 5.1) и интегрируя по  $\omega$ , имеем

Рис. 5.1. К расчету переноса излучения в плоскопараллельном слое

$$\frac{dI_\omega \cdot (-\eta \cdot B)}{[\eta(\omega) - \eta(\omega) I/B_{\text{Pl}}(\omega)]} = dx \cdot \left(-\frac{\eta}{B}\right); \quad (5.21)$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{\eta}{B} dx \implies \ln \frac{y(a)}{y(0)} = -\frac{\eta}{B} a, \quad (5.22)$$

$$1 - \frac{I(a)}{B_{\text{Pl}}(\omega)} = \exp\left(\frac{-\eta(\omega)a}{B_{\text{Pl}}(\omega)}\right). \quad (5.23)$$

Отсюда поток на правой границе при условии  $I_\perp(0) = 0$  равен

$$I_\perp(a) = \int_0^\infty B_{\text{Pl}}(\omega) \left[1 - \exp\left(\frac{-\eta(\omega)a}{B_{\text{Pl}}(\omega)}\right)\right] d\omega \equiv \int_0^\infty I_{\perp\omega}(a) d\omega. \quad (5.24)$$

Проанализируем выражение (5.24), варьируя  $a$  от 0 до  $\infty$ . Пусть сначала  $a \ll B_{\text{Pl}}(\omega)/\eta(\omega)$ , что соответствует случаю *оптически тонкой плазмы*. Легко видеть, что

$$I_{\perp\omega}(a) \approx \eta(\omega)a \quad (5.25)$$

и

$$I_\perp \approx a \int_0^\infty \eta(\omega)a \omega d\omega. \quad (5.26)$$

В этом случае излучение наблюдается из всего объема. Его интенсивность пропорциональна объему излучающей плазмы, и запираение излучения отсутствует.

В случае  $a \gg B_{\text{Pl}}/\eta$ , что соответствует *оптически толстой плазме*, сразу получаем

$$I_{\perp\omega}(a) \approx B_{\text{Pl}}(\omega), \quad (5.27)$$

и

$$I_\perp \approx a \int_0^\infty B_{\text{Pl}}(\omega) d\omega \sim \sigma T^4. \quad (5.28)$$

Отсюда ясно, что излучает лишь поверхностный слой плазмы, которая представляет собой *абсолютно черное тело*. Из термодинамики известно, что такой *планковский излучатель* имеет максимально возможную при данной температуре спектральную мощность излучения.

Из этих двух предельных случаев ясно, как простейшим способом оценить излучение из плазмы, — реальные потери на излучение всегда меньше наименьшей из рассмотренных асимптот. Если оптическая толщина различна для разных частот, то для более корректной оценки необходимо отдельно рассматривать участки спектра, где плазма оптически толстая и где она оптически тонкая

$$I_{\perp}(a) \sim \int_{\kappa(\omega)a \geq 1} B_{\text{P1}}(\omega) d\omega + \int_{\kappa(\omega)a \leq 1} \eta(\omega) d\omega. \quad (5.29)$$

Из выражения (5.24) следует, что радиационные потери целиком определяются зависимостью  $\eta(\omega)$ , т. е. конкретным механизмом излучения. Наиболее интересна область частичного запыриания излучения.

## 5.4. Перенос тормозного излучения

Пусть  $n_i$  — плотность ионов,  $n_e = Z_i n_i$  — плотность электронов. Величину  $\eta(\omega)$  найдем в приближении Крамерса, усредняя по максвелловскому распределению электронов от  $\hbar\omega$  до  $\infty$ :

$$\eta(\omega) = \frac{1}{4\pi} n_e n_i \left\langle v \frac{dk(\omega)}{d\omega} \right\rangle. \quad (5.30)$$

Используя формулу Крамерса (4.20), получаем

$$\begin{aligned} \left\langle v \frac{dk}{d\omega} \right\rangle &= \int_{v_{\omega}}^{\infty} \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 v} \cdot 4\pi \left( \frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2T} v^2 dv = \\ &= \frac{32\pi}{3\sqrt{6\pi}} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^{3/2}} T^{-1/2} e^{-\hbar\omega/T}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Откуда спонтанная излучательная способность единицы объема в тормозном излучении равна

$$\eta(\omega) = \frac{8}{3\sqrt{6\pi}} \frac{e^6}{c^3 m^{3/2}} Z^3 n_i^2 T^{-1/2} e^{-\hbar\omega/T}. \quad (5.32)$$

Подставляя  $\eta(\omega)$  и  $B(\omega)$  в выражение (5.24) и вводя безразмерную переменную  $x = \hbar\omega/T$ , находим интенсивность излучения плоского слоя в виде универсальной функции безразмерного параметра  $\alpha$ , называемого *параметром черноты слоя*:

$$I_{\perp}(\alpha) = \frac{T^4}{4\pi^3 c^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} \left[ 1 - \exp\left(-\alpha \frac{1 - e^{-x}}{x^3}\right) \right] \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (5.33)$$

В этом выражении множитель перед интегралом пропорционален интенсивности планковского излучателя  $B_{\text{P1}}$ . Параметр черноты  $\alpha$  является функцией  $Z$ ,  $n_i$ ,  $T$  и  $a$ :

$$\alpha = \frac{32\pi^{5/2}}{3\sqrt{6}} \frac{\hbar^2 e^6}{c m^{3/2}} Z^3 n_i^2 T^{-7/2} a = 2,0 \cdot 10^{-37} \frac{Z^3 N_i^2 (\text{см}^{-3}) a (\text{см})}{T^{7/2} (\text{эВ})}. \quad (5.34)$$

Отношение  $I(\alpha, T)/B_{\text{P1}}(T)$  приведено на рис. 5.2, а. При  $\alpha \rightarrow 0$  отношение стремится к  $15\alpha/\pi^4$  (объемное излучение). При  $\alpha \rightarrow \infty$  отношение стремится к единице

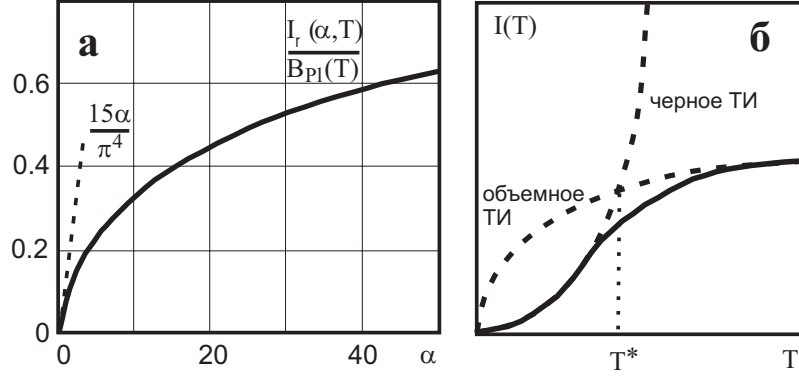


Рис. 5.2. Относительная интенсивность тормозного излучения в оптически толстой плазме как функция параметра черноты (а) ; переход излучения от объемного к поверхностному и определение критической температуры (б)

(поверхностное излучение). В интервале  $0, 1 \leq \alpha \leq 100$  безразмерная интенсивность хорошо аппроксимируется выражением

$$\frac{I_{\perp}(\alpha, T)}{B_{P1}(T)} \simeq \frac{\sqrt{\alpha}}{10}. \quad (5.35)$$

Отсюда видно, что при  $\alpha = 25$  интенсивность излучения слоя равна половине интенсивности излучения планковского излучателя

$$I_{\perp}(a) = \frac{1}{2} B_{P1}(T). \quad (5.36)$$

Соответствующая толщина *получерного* слоя плазмы, очевидно, равна

$$a_{1/2} = \frac{25}{(\alpha/a)} = 1,23 \cdot 10^{38} Z^{-3} n_i^{-2} (\text{см}^{-3}) T^{7/2} (\text{эВ}). \quad (5.37)$$

Видно, что  $a_{1/2}$  сильно зависит от плотности  $n_i$  и, особенно, от температуры  $T$ .

До сих пор мы игнорировали излучение, распространяющееся под углом к поверхности слоя. Полную интенсивность  $I(a)$  слоя получим интегрированием по полусфере выражения (5.33), в котором  $a$  следует заменить на  $a/\cos\theta$ . Учет наклонных лучей делает плазму более “толстой”. Даже при  $\alpha \ll 1$

$$I(a) \approx \sigma T^4 \cdot \frac{30\alpha}{\pi^4} \left( \ln \frac{1}{\alpha} + 1,58 \right), \quad \alpha \ll 1. \quad (5.38)$$

Полученные в данном разделе выражения позволяют определить область параметров, при которых плазма излучает в тормозном спектре как черное тело. В частности, температура  $T^*$ , при которой плазма из оптически тонкой превращается в оптически толстую, может быть определена (рис. 5.2, б) как точка пересечения двух упомянутых выше асимптот выражения (5.33). Эта температура равна

$$T^*[\text{эВ}] = 1,93 \cdot 10^{-11} Z^{6/7} (n_i [\text{см}^{-3}])^{4/7} (a [\text{см}])^{2/7}. \quad (5.39)$$

## 5.5. Перенос линейчатого излучения

Применим теперь выражение (5.33) к линейчатому излучению. Характерная ширина спектральной функции  $B_{\text{PI}}(\omega)$  равна, очевидно,  $T/\hbar$ . Ширина линий излучения  $\Gamma_i$  гораздо меньше этой величины. Тогда интенсивность излучения слоя можно записать в виде суммы интегралов:

$$I_{\perp}(a) \simeq \sum_i B_{\text{PI}}(\omega_i) \int_0^{\infty} [1 - e^{-\kappa_i(\omega) \cdot a}] d\omega. \quad (5.40)$$

Интервалы частот  $\Delta\omega_i$ , в пределах которого интеграл отличен от нуля, однако, существенно шире, чем стандартным образом определяемая полуширина линии  $\Delta\omega_{1/2}$  (полная ширина на половине высоты). Причину этого демонстрирует рис. 5.3, а, из которого видно, что при большой оптической толщине плазмы наблюдаемая ширина линии поглощения значительно больше, чем ширина линии излучения.

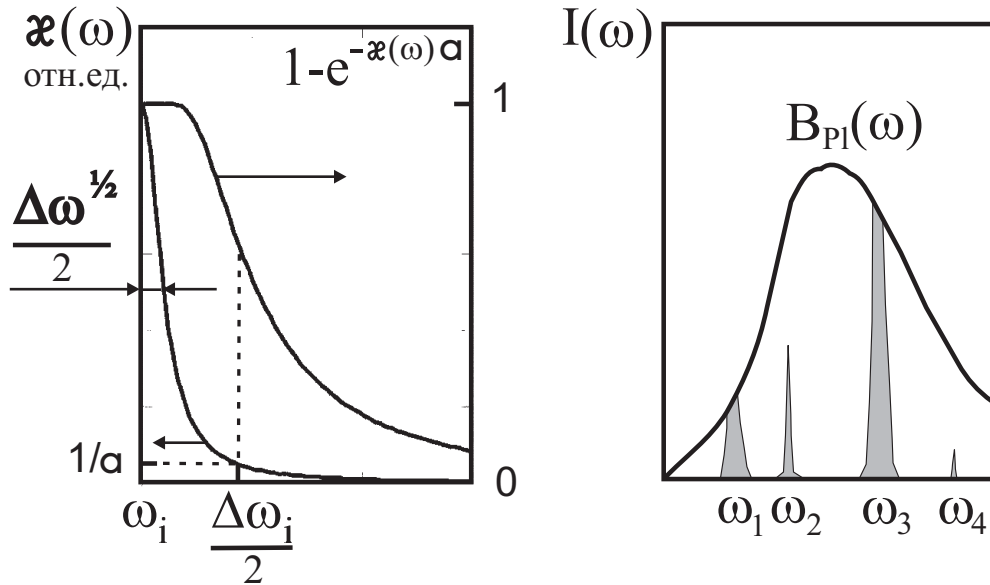


Рис. 5.3. К определению эффективной ширины линии поглощения в оптически плотной плазме (а); запертые и незапертые линии в плазме (б)

Таким образом, при регистрации спектра оптически плотного объекта интенсивность сильных линий будет ограничена по амплитуде планковской функцией  $B_{\text{PI}}$ . Ширина их  $\Delta\omega_i$  может быть существенно больше, чем  $\Delta\omega_{1/2}$ . Она определяется конкретным механизмом уширения линии. Из условия  $\kappa(\omega)a \sim 1$  нетрудно найти, что для доплеровского контура

$$\Delta\omega_i^D = \Delta\omega_i \sim \sqrt{\ln(\kappa_0 a)},$$

а для лоренцовского –

$$\Delta\omega_i^L = \Delta\omega_i \sim \sqrt{a}.$$

Линейчатое излучение плазмы с различной степенью “запертости” линий схематически показано на рис. 5.3, б. Незапертые линии имеют обычный контур, определяемый типом уширения. Запертые линии имеют существенно большую ширину и плоскую



вершину, ограниченную планковской функцией. Нетрудно понять, что интенсивность излучения таких линий при увеличении размеров плазмы за счет увеличения их эффективной ширины будет расти быстрее, чем площадь поверхности плазмы.

В заключение раздела заметим, что если плазма имеет горячее излучающее ядро и холодную, в основном поглощающую излучение периферию, то может наблюдаться так называемое *самообращение спектральных линий*. Этот эффект заключается в том, что при наблюдении извне в центре линии наблюдается провал, а при сильном самопоглощении линия может даже превратиться в двойную.



## Глава 6

# Явления на поверхностях

Из всего многообразия явлений на поверхностях мы рассмотрим в этом разделе лишь те из них, которые имеют отношение к процессам пробоя газового промежутка или могут влиять на состав и параметры низкотемпературной плазмы. Иными словами, нас будут интересовать следующие процессы на электродах и стенках камеры: десорбция газа с поверхностей; распыление поверхностей при бомбардировке тяжелыми частицами; вторичная ионно-электронная эмиссия; поверхностная ионизация; вторичная электрон-электронная эмиссия; фотоэлектронная эмиссия; термоэлектронная, автоэлектронная и взрывная эмиссии. Различные механизмы вторичной электронной эмиссии играют ключевую роль в процессе пробоя газового промежутка, а также в поддержании стационарного разряда в газе. Распыление и взрывная эмиссия вызывают эрозию электродов. Поступление примесей со стенок нарушает чистоту плазмы, а в вакууме замедляет процесс откачки объема.

### 6.1. Поверхность как источник примесей

Начнем с анализа источников появления примесей в рабочем объеме. Возможные пути появления примесей показаны на рис. 6.1. Наиболее тривиальным источником примесей являются течи. Проницаемость стенок также может быть источником примесей. Некоторые материалы, особенно в нагретом состоянии, могут быть частично проницаемы для газов. Ярким примером тому является палладий, скорость диффузии водорода через который при нагреве до 600 – 800 К становится на несколько порядков больше, чем через другие металлы. Это свойство палладия используется на практике для напуска водорода. Например, при давлении водорода 400 Тор поток водорода через нагретую до 780 С пластинку палладия толщиной 1 мм равен  $10^{-2}$  (атм·см<sup>3</sup>)/(см<sup>2</sup>·с), тогда как в аналогичной геометрии для железа при температуре 805 С он равен лишь  $0,75 \cdot 10^{-4}$  (атм·см<sup>3</sup>)/(см<sup>2</sup>·с), а для меди еще на два порядка меньше. Данные о растворимости газов в разных материалах, а также о проницаемости материалов для различных газов и о других поверхностных явлениях можно найти в фундаментальной классической монографии Дашмэна [40].

Почти всегда в твердых телах существует растворенный газ. Это явление называется абсорбцией. Металлы и стекла содержат от 1 до 100 объемных процентов растворенного в материале газа. Водород образует твердые растворы в железе, стали, никеле, меди, серебром, хромом, где может содержаться в количестве до одного



Рис. 6.1. Возможные источники примесей в плазме

объемного процента, в меньшей степени он растворяется в молибдене и вольфраме и совсем не растворим в алюминии, цинке, кадмии и индии. До  $1000 \text{ см}^3$  водорода (при нормальных условиях<sup>1</sup>) может содержать  $1 \text{ см}^3$  титана, циркония, ванадия, тантала, палладия. Диффундируя из стенок, растворенный газ также появляется в сосуде, но этот процесс достаточно медленный и может оказаться существенным только в высоковакуумных системах.

Во многих процессах важную роль играет газ, адсорбированный на поверхности<sup>2</sup>. Он покрывает стенку слоем толщиной от одной до нескольких молекул. Скорость поступления газа в объем существенно зависит от энергии связи молекул со стенкой. Потенциальная энергия частицы при адсорбции на поверхности изображена на рис. 6.2. Можно выделить физическую сорбцию, обусловленную слабыми силами Ван-дер-Ваальса с характерной энергией связи  $\sim 2 - 10 \text{ ккал/моль}$ .<sup>3</sup> Для наиболее часто встречающихся на практике газов  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$  характерная энергия физической сорбции на стекле и для инертных газов на любых поверхностях составляет  $\sim 10 \text{ ккал/моль}$ .

Если атомы (молекулы) газа способны вступать в химическую связь с атомами твердого тела (в частности, соединения с металлами образуют водород, азот и кислород), то они связываются с поверхностями более прочно с характерной энергией связи  $\sim 20 - 100 \text{ ккал/моль}$  и выше. Такая сорбция называется хемосорбцией, и энергия десорбции в этом случае намного выше, чем в случае физической сорбции. Это обстоятельство ярко демонстрирует рис. 6.3, на котором приведена зависимость теплоты десорбции  $\mathcal{E}_d$  кислорода и водорода от энергии связи соответствующего оксида и гидроксида. Естественно, что энергия связи молекул газа с поверхностью в каждом конкретном случае может несколько варьироваться, поскольку она зависит и от структуры поверхности, и от присутствия ранее сорбированных примесей.

Среднее время жизни атомов, адсорбированных на поверхности, при комнатной

<sup>1</sup>Если количество газа измеряется в единицах объема, то подразумевается, что он находится при давлении 760 Тор и температуре 25 С, которые называют *нормальными условиями*

<sup>2</sup>Для суммы процессов адсорбции и абсорбции иногда используют более общий термин – сорбция

<sup>3</sup>Напомним, что  $1 \text{ ккал/моль} = 0,0435 \text{ эВ/частицу}$ . Комнатная температура соответствует примерно  $0,027 \text{ эВ/частицу} \sim 0,6 \text{ ккал/моль}$ .

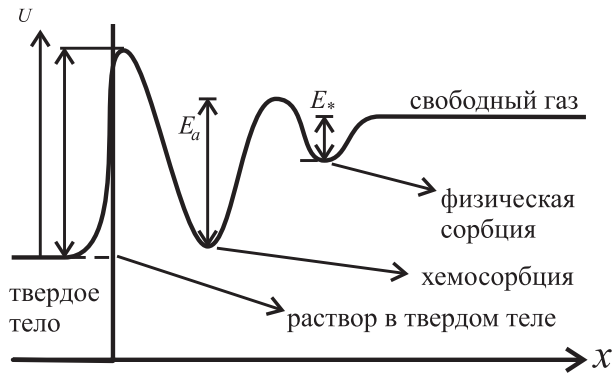


Рис. 6.2. Схема распределения потенциала взаимодействия частицы с поверхностью при адсорбции

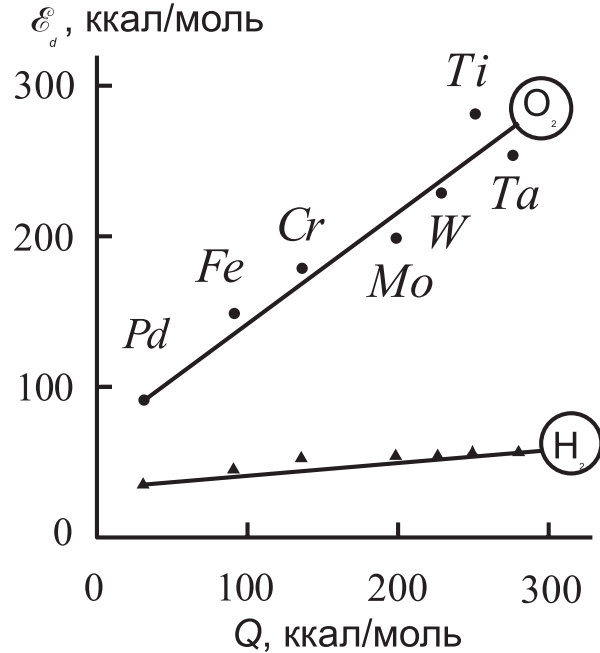


Рис. 6.3. Зависимость теплоты десорбции кислорода и водорода с поверхностей от энергии связи оксидов и гидридов соответствующих металлов

температуре равно

$$\bar{\tau} = \tau_0 \exp\left(\frac{\mathcal{E}_d}{RT}\right) = \begin{cases} \sim 1 \text{ мкс} & \text{при } \mathcal{E}_d = 10 \text{ ккал/моль,} \\ \sim 140 \text{ часов} & \text{при } \mathcal{E}_d = 30 \text{ ккал/моль,} \\ \sim 6 \cdot 10^{41} \text{ лет} & \text{при } \mathcal{E}_d = 100 \text{ ккал/моль,} \end{cases},$$

где  $\tau_0$  – период колебаний молекулы на поверхности, величина которого здесь принята равной  $10^{-13}$  с, а постоянная  $R = 2$  кал/моль·К. Видно, что время жизни атома в адсорбированном слое чрезвычайно быстро растет с ростом энергии десорбции, которая играет в этом процессе роль энергии активации. Скорость десорбции атомов примеси с поверхности, которая обратно пропорциональна  $\bar{\tau}$ , может быть записана как

$$-\frac{dN_a}{dt} = \frac{N_a}{\tau_0} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_d}{RT}\right).$$

В условиях равновесия между адсорбцией и десорбцией поверхностную плотность атомов  $N_a$  можно найти из кинетического уравнения

$$\frac{N_a}{\bar{\tau}} = \alpha_s \frac{dN_i}{dt}, \quad (6.1)$$

где  $\alpha_s$  – вероятность прилипания атома при столкновении с поверхностью, обычно равная 0,1 – 1, а  $dN_i/dt$  – поток атомов из объема на стенку. Откуда получим закон Генри

$$N_a = \alpha_s \frac{dN_i}{dt} \bar{\tau} \left(\frac{\text{ат}}{\text{см}^2}\right) \sim nv\bar{\tau} \sim p \quad (6.2)$$

— поверхностная плотность адсорбированных атомов пропорциональна давлению газа в камере. Этот закон справедлив с тем случае, если на поверхности имеется не более одного монослоя.

Предположим, что тем или иным способом мы создали в вакууме чистую поверхность. Оценим время  $\Delta t_1$ , за которое на поверхности образуется первый монослой адсорбированных молекул. Приняв диаметр молекул атмосферных газов равным  $d_a \sim 3 \text{ \AA}$ , найдем, что их число в одном монослое на  $1 \text{ см}^2$  поверхности равно  $N_1 \sim 1/a_0^2 \sim 10^{15} \text{ см}^{-2}$ . Поскольку при максвелловском распределении молекул по скоростям плотность потока на стенку равна  $n_i v_T/4$ , время прилипания одного монослоя будет равно

$$\Delta t_1 \simeq \frac{4N_1}{\alpha_s n_i v_T}. \quad (6.3)$$

Для азота и кислорода тепловую скорость молекул при комнатной температуре с хорошей точностью можно принять равной  $3 \cdot 10^4 \text{ см/с}$ . Учитывая, что при нормальных условиях  $1 \text{ Тор} = 3,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , время налипания одного монослоя можно оценить выражением

$$\Delta t_1 [\text{с}] \simeq \frac{4 \cdot 10^{-6}}{\alpha_s p [\text{Тор}]}. \quad (6.4)$$

Приняв коэффициент прилипания  $\alpha = 1$ , увидим, что поверхность перестанет быть чистой за одну секунду, если вакуум в камере равен типичному для экспериментов значению  $4 \cdot 10^{-6} \text{ Тор}$ . В современных сверхвысоковакуумных установках с  $p < 10^{-8} \text{ Тор}$  поверхность может оставаться чистой несколько минут. Такая чистота может требоваться при производстве устройств микроэлектроники и в других чистых технологиях.

Посмотрим теперь, сколько примесей может дать поверхность, если с нее десорбируется один монослой. Для сферической камеры радиуса  $R$  изменение плотности газа в камере после десорбции, как легко видеть, равно

$$n_a = \frac{N_a \cdot 4\pi R^2}{(4/3)\pi R^3} = \frac{3N_a}{R}. \quad (6.5)$$

При  $R = 10 \text{ см}$  будем иметь

$$\Delta n_a = 3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$$

или  $\sim 0,1 \text{ Тор}$  (!), а при  $R = 100 \text{ см}$  —

$$\Delta n_a = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}.$$

В реальных системах отношение поверхности к объему всегда в 2–3 раза больше и плотность десорбированного газа будет еще больше. Практика показывает, что наилучшими вакуумными материалами являются стекло, алюминий, железо, сталь и медь.

Для уменьшения количества примесей поверхности необходимо обезгазить. Для этого сосуды длительное время откачивают. Если при откачке каждая десорбированная частица сразу удаляется из объема, то десорбция происходит по реакции первого порядка

$$-\frac{dN_a}{dt} = N_a k_1, \quad (6.6)$$

где

$$k_1 = \tau_0^{-1} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_d}{RT}\right). \quad (6.7)$$

Следовательно, плотность поверхностного газа уменьшается по экспоненте с постоянной времени  $1/k_1$

$$N_a = N_0 e^{-k_1 t}. \quad (6.8)$$

Давление десорбированного газа в объеме как функция времени при достаточной скорости откачки, естественно, зависит только от скорости десорбции. Константа скорости десорбции чрезвычайно сильно зависит от  $\mathcal{E}_d$ , как следует из (6.7) и (6.8). Это подтверждается экспериментальными данными рис. 6.4, на котором показана зависимость остаточного давления газа как функция времени для разных значений  $\mathcal{E}_d$ . Видно, что примеси с большими  $\mathcal{E}_d$  откачиваются медленно, но не портят вакуум. Примеси с малыми  $\mathcal{E}_d$  вначале сильно портят вакуум, но быстро удаляются. Наибольшую опасность представляют примеси с промежуточными значениями энергии десорбции  $\mathcal{E}_d \sim 24$ , откачка которых длится длительное время.

Эффективным способом очистки поверхностей является прогрев поверхности, который в соответствии с (6.7) и рис. 6.4 значительно ускоряет удаление газа в промежуточными значениями константы скорости десорбции. Еще более радикальным способом очистки является зажигание в камере тлеющего разряда или обработка поверхности пучками частиц или лазерным излучением. Как прогрев, так и очистка поверхностей являются рутинными методами в высоковакуумных системах. Кроме уже упомянутых технологических систем, сверхвысоковакуумные системы используются в современных ускорителях высоких энергий.

## 6.2. Распыление поверхности тяжелыми частицами

Перейдем теперь к процессам, вызванным взаимодействием с поверхностями заряженных частиц. Одним из таких процессов является бомбардировка поверхностей тяжелыми частицами. Одним из последствий бомбардировки может быть так называемое *распыление* материала электродов. Возможны два механизма удаления материала электрода – физическое распыление (выбивание нейтральных и заряженных частиц за счет передачи импульса налетающего иона кристаллической решетке) и более специфическое химическое распыление, возможное лишь для некоторых комбинаций бомбардирующей частицы — распыляемый материал, при котором образуются летучие соединения.

При химическом распылении энергия падающей частицы существенного значения не имеет. В случае физического распыления, естественно, имеется некоторый порог, равный 8–25 эВ, а затем наблюдается линейный рост коэффициента распыления с ростом энергии (рис. 6.5, а). При дальнейшем увеличении энергии бомбардирующей частицы растет глубина ее проникновения в материал, выход выбитых частиц достигает максимума и затем падает. Это связано с тем, что выбитым частицам не

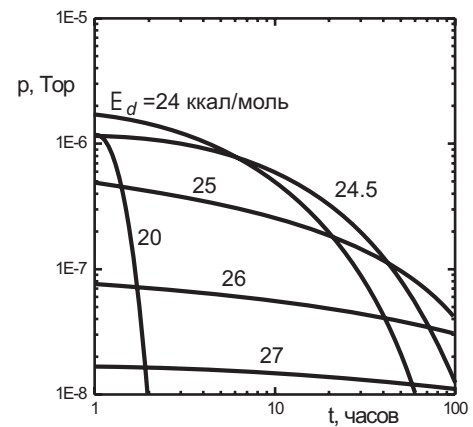


Рис. 6.4. Остаточное давление в вакуумной камере как функция времени и энергии десорбции при  $t = 25$  с и  $\tau_0 = 10^{-12}$  с.

хватает энергии для того, чтобы достичь поверхности. Надо понимать, однако, что разрушение кристаллической решетки металла при этом продолжается.

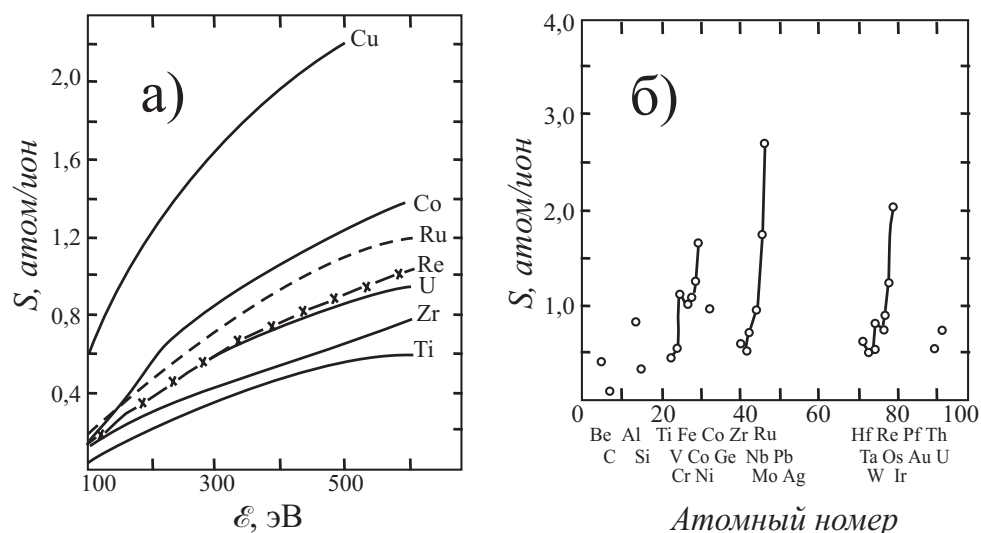


Рис. 6.5. Распыление поверхностей при бомбардировке тяжелыми частицами: *a* – коэффициент распыления материалов ионами аргона как функция энергии; *б* – зависимость коэффициента распыления от атомного номера мишени (ионы аргона с энергией 400 эВ) [41]

Характерная величина коэффициента распыления для приведенного на рисунке интервала энергий составляет  $\sim 1$  атом на ион. При энергии  $\sim 10\text{--}70$  кэВ он становится равным 6–7 атомов на ион, а для ионов ксенона на меди достигает величины 20 атомов на ион. Величина коэффициента распыления для одного и того же иона существенно зависит от материала мишени. Экспериментально измеренные значения коэффициента распыления разных металлов для иона аргона с энергией 400 эВ приведены на рис. 6.5, б. Видна четкая периодичность величины коэффициента распыления в зависимости от атомного номера материала мишени. Эта периодичность хорошо коррелирует с соответствующей периодичностью обратной величины энергии сублимации для указанных элементов.

### 6.3. Вторичная ионно-электронная эмиссия

Очень важным для многих областей физики процессом является вторичная ионно-электронная эмиссия (ВИЭЭ). Она играет важную роль в физике газового разряда, где коэффициент вторичной эмиссии в значительной мере определяет, например, как условия зажигания, так и характеристики стационарного тлеющего разряда. Существуют два основных механизма выбивания вторичных электронов ионами — *кинетическая эмиссия* и *потенциальная эмиссия*. При кинетической эмиссии энергия, необходимая для выхода электрона из поверхности, черпается из кинетической энергии налетающего иона или атома. При потенциальной эмиссии используется внутренняя энергия падающей частицы. Понятно, что потенциальная эмиссия — эффект практически беспороговый, но она возможна только в том случае, если налетающая частица — ион или метастабильный атом.



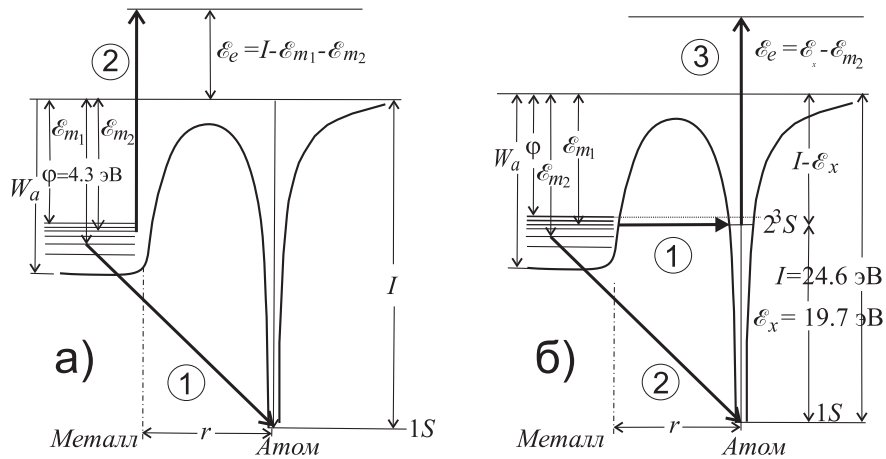


Рис. 6.6. Механизмы потенциального выбивания электронов из поверхности: а) прямая нейтрализация Оже при приближении иона с потенциалом ионизации  $I$  к поверхности металла, б) Оже-релаксация атома гелия (двухступенчатый процесс Оже)

Рассмотрим сначала потенциальную эмиссию. Имеется несколько механизмов потенциальной эмиссии электрона. Два из них представлены на рис. 6.6. Слева показана схема прямой оже-нейтрализации. К поверхности металла приближается ион, находящийся в основном электронном состоянии. При приближении к поверхности ширина потенциального барьера постепенно уменьшается и один из электронов зоны проводимости металла с энергией связи  $\mathcal{E}_{m1}$  совершает туннельный переход (1) в основное состояние образующегося в результате нейтрализации атома. Избыточная энергия при этом передается второму электрону металла, имевшего энергию связи  $\mathcal{E}_{m2}$ , который переходит в континуум (2). В результате этого процесса появляется свободный электрон с энергией  $I - \mathcal{E}_{m1} - \mathcal{E}_{m2}$ . Очевидно, что кинетическая энергия выбитого электрона будет находиться в интервале  $(I - 2\varphi) - (I - 2W_a)$  и процесс такого рода возможен только в том случае, когда потенциал ионизации атома не меньше, чем удвоенная работа выхода металла.

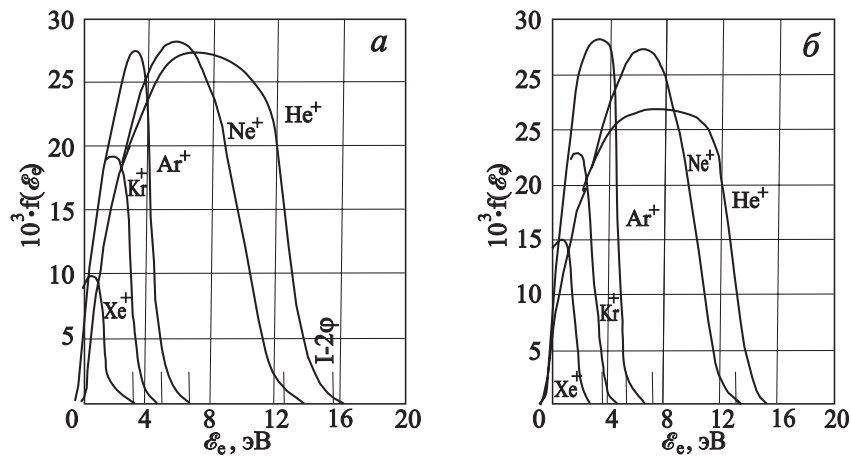


Рис. 6.7. Энергетические распределения  $f(\mathcal{E}_e)$  вторичных электронов, эмитированных с атомно-чистых поверхностей вольфрама (а) и молибдена (б) при потенциальной эмиссии, вызванной ионами инертных газов с энергией 10 эВ. Вертикальными штрихами показаны величины  $\mathcal{E}_e^{max} = I - 2\varphi$  [41]

Рис. 6.6, б демонстрирует более специфический случай, когда атом приближающегося иона имеет метастабильный уровень, изоэнергетический с заполненной частью зоны проводимости металла. Для такой системы возможен процесс, называемый *ожер-релаксацией*. На первой стадии процесса электрон из металла совершает туннельный переход (1) “по горизонтали” на метастабильный уровень атома. На второй стадии второй электрон металла совершает туннельный переход (2) в основное состояние атома, а избыточная энергия передается электрону с энергией связи  $I - \mathcal{E}_x$ , который переходит с метастабильного уровня атома в континуум (3).

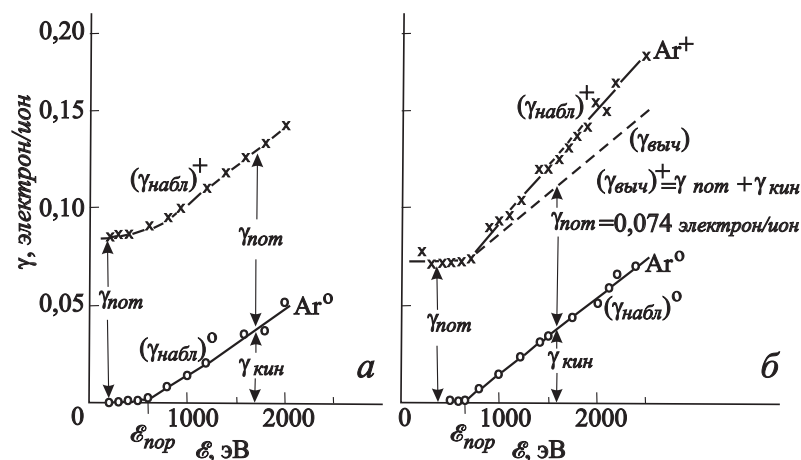


Рис. 6.8. Кинетическая и потенциальная ионно-электронная эмиссия при бомбардировке чистой поликристаллической поверхности молибдена ионами и атомами аргона, наблюдавшаяся разными исследователями [41]

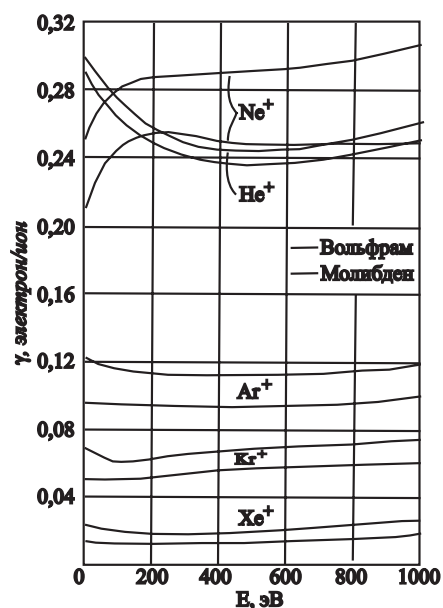


Рис. 6.9. Вторичная эмиссия электронов при бомбардировке атомно-чистых поверхностей вольфрама и молибдена ионами благородных газов

Кинетическая энергия освобожденного электрона, как следует из рисунка, равна  $\mathcal{E}_x - \mathcal{E}_{m2}$ . Данная реакция энергетически возможна, если  $\mathcal{E}_x > \varphi$ , а энергия выбитых

электронов лежит в интервале  $(\mathcal{E}_x - \varphi) - (\mathcal{E}_x - W_a)$ . Энергетические спектры электронов, выбитых из металла однозарядными ионами, показаны на рис. 6.7. Поскольку энергия бомбардирующих ионов равна всего 10 электронвольтам, то очевидно, что механизм освобождения электронов – потенциальная эмиссия. Из рисунка видно также, что спектры, действительно, лежат в пределах, предсказываемых теорией.

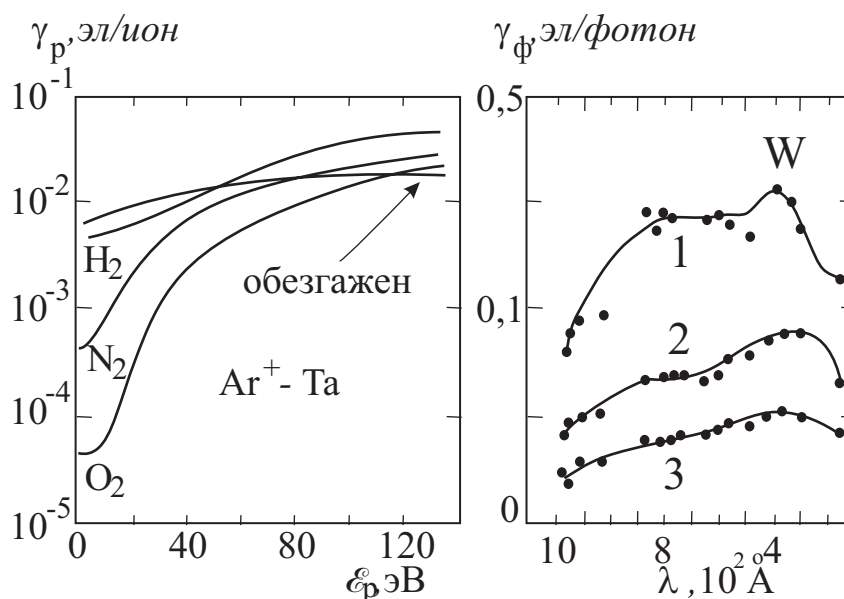


Рис. 6.10. Влияние состояния поверхности на эффективность вторичной электронной эмиссии: *a* – коэффициент ионно-электронной эмиссии при бомбардировке ионами аргона тантала, очищенного и покрытого газами; *b* зависимость коэффициента фотоэлектронной эмиссии от чистоты поверхности (1 – нетренированный катод, 2 – прогрев при  $T > 1000 \text{ C}$  в течение 5 минут в вакууме  $10^{-5} \text{ Тор}$ , 3 – прогрев при  $T > 1000 \text{ C}$  до получения воспроизводимых результатов)

На рис. 6.8 приведены коэффициенты вторичной ионно-электронной эмиссии для ионов и атомов аргона. Коэффициенты ВИЭЭ для иона отличаются от коэффициентов ВИЭЭ для атома при всех энергиях бомбардирующих частиц на постоянную величину. Эта величина и есть коэффициент потенциальной эмиссии. Кинетическая эмиссия электронов наблюдается тогда, когда энергия падающих частиц превышает некоторое пороговое значение, составляющее 600–700 эВ. Коэффициент вторичной эмиссии растет с энергией, достигая максимума при 100 кэВ для  $H^+$  и при нескольких МэВ для тяжелых частиц.

В заключение раздела приведем некоторые экспериментальные данные о коэффициенте вторичной эмиссии (который называют, как будет видно далее, также вторым коэффициентом Таунсенда). На рис. 6.9 приведен коэффициент вторичной эмиссии при бомбардировке атомно-чистых поверхностей ионами благородных газов. В широком интервале энергий коэффициент вторичной электронной эмиссии остается (с небольшими вариациями) постоянным, как это и должно быть при чисто потенциальной эмиссии. Величина коэффициент ВИЭЭ должна возрастать при возрастании потенциальной энергии налетающего иона, что и наблюдается, по крайней мере, для последовательности  $He^+$ ,  $Kr^+$ ,  $Ar^+$ ,  $Ne^+$  (более детальное обсуждение приведенных зависимостей можно найти в монографии [39]). На неочищенных поверхностях, покрытых монослоем газа, как видно из рис. 6.10 и 6.11, вторичная эмиссия существен-

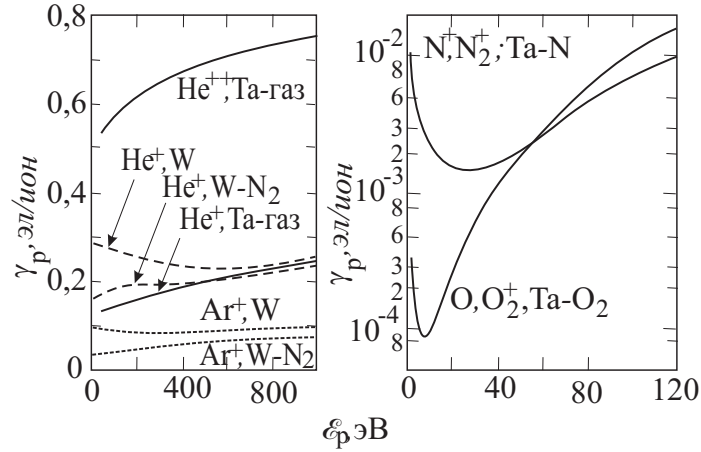


Рис. 6.11. Влияние состояния поверхности на эффективность вторичной ионно-электронной эмиссии; бомбардирующие ионы, материал поверхности и покрывающий ее газ указаны возле соответствующих кривых

но ниже, и особенно – при малых энергиях бомбардирующих частиц.

## 6.4. Поверхностная ионизация

Поверхностная ионизация — процесс, существенный в ионных источниках и детекторах атомных и молекулярных пучков, происходит, если атом (молекула, радикал) находится на горячей поверхности металла с работой выхода, превышающей потенциал ионизации электроположительного атома. При термоионизации температура испаряющихся с поверхности металла ионов соответствует температуре поверхности и они имеют больцмановское распределение по энергиям.<sup>4</sup> Обычно путем поверхностной ионизации получают ионы Cs ( $I = 3,87$  эВ), Rb ( $I = 4,16$  эВ), K ( $I = 4,3$  эВ), Na ( $I = 5,12$  эВ), Li ( $I = 5,36$  эВ), In ( $I = 5,76$  эВ) и Ga ( $I = 5,97$  эВ). Материалами, с которых можно испарять эти ионы, являются чистый вольфрам ( $\varphi = 4,54$  эВ) и оксидированный вольфрам ( $\varphi = 6$  эВ).

Независимо от способа поступления испаряемых атомов на поверхность (поток из объема или нанесение тем или иным способом на поверхность), выход ионов одинаков, поскольку этот процесс термодинамически равновесный. Если на поверхность падает поток атомов, то вероятность того, что они покинут поверхность в виде ионов, описывается уравнением Саха-Ленгмюра

$$\frac{n_+}{n_0} = (1 - r_0) \left[ 1 + \frac{g_0}{g_+} \frac{(1 - r_0)}{(1 - r_+)} e^{-(\varphi - I)/T} \right]^{-1}, \quad (6.9)$$

где множитель перед квадратными скобками учитывает вероятность отражения падающих частиц. Измеренные экспериментально значения вероятности поверхностной ионизации хорошо совпадают с расчетами по уравнению (6.9). В диапазоне температур 1000–2200 °К вероятности ионизации цезия на вольфраме почти постоянна и близка к единице. Для калия эта величина падает в том же диапазоне от 0,85 до 0,78.

<sup>4</sup>Атомы, обладающие большим сродством к электрону, могут испаряться в виде отрицательных ионов.

Для натрия вероятность ионизации даже в диапазоне от 2000 до 3700 К достаточно мала и возрастает от 0,05 до 0,08.

## 6.5. Вторичная электрон-электронная эмиссия

Электроны, падающие на поверхность металла, могут выбивать из него вторичные электроны. Кроме того, рассеиваясь на атомах решетки, часть первичных электронов может вновь покинуть металл. Эти рассеянные электроны трудно отличить от истинно вторичных, и поэтому вводят понятия полного выхода вторичной электронной эмиссии, истинного выхода и коэффициента обратного рассеяния. При энергии падающих электронов 180 эВ, например, большая часть вторичных электронов образует пик по оси энергий в диапазоне до 50 эВ. Эта популяция электронов условно интерпретируется как истинно вторичные электроны [39]. В области выше 50 эВ, включая пик при энергии падающих электронов при 180 эВ, находится популяция, которую условно считают обратно рассеянными электронами. Электрон-электронная эмиссия не играет сколько-нибудь существенной роли в газовых разрядах, но широко используется для усиления тока в таких устройствах как вторичные электронные умножители и фотоумножители.

## 6.6. Фотоэлектронная эмиссия

Фотоэлектронная эмиссия, или внешний фотоэффект, так же как вторичная ион-электронная эмиссия, часто играет важную роль в явлениях пробоя газа и в стационарных разрядах. Коэффициент (или квантовый выход) фотоэлектронной эмиссии иногда называют (так же, как в случае ионно-электронной эмиссии) вторым коэффициентом Таунсенда. Фотоэлектронная эмиссия происходит, если энергия падающего фотона превосходит работу выхода электрона из металла. Зависимость квантового выхода фотоэлектронной эмиссии для разных металлов от энергии фотона приведены на рис. 6.12. Порог фотоэлектронной эмиссии для большинства металлов лежит в области вакуумного ультрафиолетового излучения.

Видно, что квантовый выход порядка 0,01–0,1 достигается для всех металлов при энергии фотонов 11-12 эВ. При энергиях порядка 5 эВ квантовый выход для большинства материалов падает на несколько порядков. Квантовый выход фотоэлектронной эмиссии существенно зависит от чистоты поверхности. В случае “грязной” поверхности квантовый выход достаточно высокий ( $\sim 0,1$ ), а после тренировки или нагрева материала падает в 2-4 раза. Дополнительную информацию о вторичной электронной эмиссии поверхностей разных материалов при бомбардировке ионами и фотонами можно найти в работах [2, 15, 39, 41, 44].

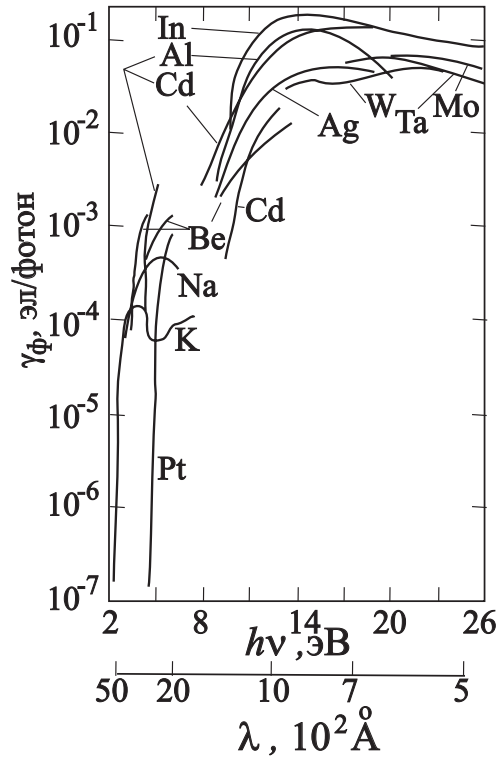


Рис. 6.12. Коэффициент фотоэлектронной эмиссии с поверхности металлов

## 6.7. Термоэлектронная, автоэлектронная и взрывная эмиссии

Эмиссия электронов из металлов происходит не только при бомбардировке поверхностей. Она возникает также при нагреве поверхности (термоэлектронная эмиссия) и при воздействии на поверхность электрического поля (автоэлектронная эмиссия). Существует также взрывная эмиссия, которая происходит при перегреве поверхности в процессе интенсивной автоэлектронной эмиссии. Первые два вида эмиссии в ряде экспериментальных ситуаций часто проявляют себя совместно, и в этом случае эмиссию называют термоавтоэлектронной эмиссией (см. [46, 47]).

Термоэлектронная эмиссия возникает при нагреве твердых тел до температуры 1000 – 2500 С. Чем больше температура термокатода, тем большее число электронов приобретает в соответствии со статистикой Ферми—Дирака высокую энергию и становится способным преодолеть потенциальный барьер у поверхности. Число электронов, испускаемых нагретой поверхностью, описывается формулой Ричардсона—Дэшмана

$$N_e = A_0(1 - r_0) \exp\left(-\frac{\varphi}{T}\right), \quad (6.10)$$

где  $r_0$  – коэффициент отражения от потенциального барьера, а  $A_0 = 120,4 \text{ А/см}^2 \cdot \text{К}^2$ .

Видно, что наиболее подходящими термоэмиттерами являются материалы с низкой работой выхода, к которым относится ряд металлов (например, торированный вольфрам с работой выхода 2,6 эВ), некоторые окислы, (“оксидные катоды”), металлопористые термокатоды с добавкой активных материалов, боридные термокатоды, их последних наиболее часто применяется  $\text{LaB}_6$ . Наличие на поверхности примесей и дефектов даже при очень малой их концентрации может существенно изменить ло-

кально работу выхода электронов и существенно увеличить термоэмиссию. Наиболее эффективно действующей примесью является цезий. Поскольку в дуговых разрядах, как правило, происходит разогрев катода протекающим током, то термоэмиссия может быть весьма значительной. В дуговом разряде с холодным катодом, например, разогреваются и эмитируют электроны локальные участки катода, называемые катодными пятнами. Иногда катод специально подогревают внешним источником (разряды с накаливаемым катодом). Вблизи поверхности нагретого электрода в отсутствие электрического поля устанавливается равновесная плотность электронов. Если к вакуумному промежутку с нагретым катодом приложить напряжение, то в промежутке будет течь ток, который при “неограниченной” эмиссии катода<sup>5</sup> описывается уравнением Чайльда—Ленгмюра [49]

$$j[\text{A}/\text{cm}^2] = 2.334 \cdot 10^{-2} \frac{(V[\text{B}])^{3/2}}{(a[\text{cm}])^2}. \quad (6.11)$$

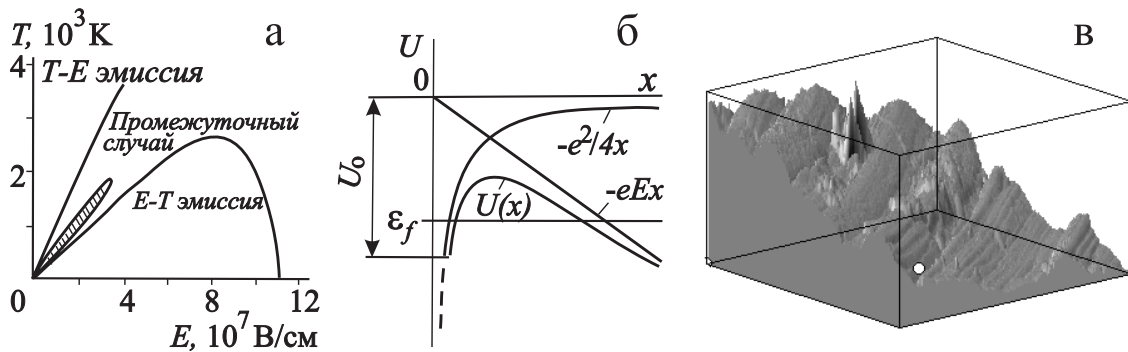


Рис. 6.13. *а* – Потенциальный барьер вблизи поверхности в присутствии электрического поля; *б* – области термоэлектронной, автоэлектронной и термоавтоэлектронной эмиссий, *в* – изображение участка  $37,3 \times 37,3$  мкм обработанной на токарном станке поверхности дюралюминия, полученное с помощью атомного силового микроскопа, высота рамки равна 1 мкм

Поскольку термоэммитеры используются как катоды в электронных пушках, то во всех представляющих практический интерес случаях к ним приложено некоторое электрическое напряжение. Диапазон температур и величин приложенного электрического поля, при которых эмиссия определяется, главным образом, “испарением” электронов, а электрическое поле практически не влияет на выход электронов из катода, назовем  $T - E$  эмиссией (рис. 6.13, *а*). Если приложенное поле становится достаточно большим, чтобы заметно уменьшить ширину потенциального барьера вблизи поверхности катода (рис. 6.13, *б*), электроны получают возможность покидать электрод за счет туннельного эффекта, и их выход существенно увеличивается. Сначала он становится сравнимым по порядку величины с термоэлектронной эмиссией (промежуточный случай на рис. 6.13, *а*), а затем — преобладающим ( $E - T$ ). Этот механизм работает и в отсутствие нагрева катода. Он называется автоэлектронной эмиссией. Эмиссия при этом происходит на участках с высокой напряженностью

<sup>5</sup>Термин “неограниченная эмиссия” означает, что катод способен эмитировать электронный ток, превышающий ток, который может пропустить диод в соответствии с законом Чайльда—Ленгмюра, и вблизи катода существует такое распределение пространственного заряда электронов, что величина электрического поля на катоде равна нулю.

электрического поля, а именно на микроостриях, которые всегда есть на любой поверхности, и на локальных диэлектрических вкраплениях, также усиливающих электрическое поле. Наглядное представление о характере поверхностей электродов дает рис. 6.13, в, на котором показан участок поверхности дюралюминиевого электрода после обработки на токарном станке. Характерная шероховатость поверхности составляет 0,25 мкм, но кроме регулярной кольцевой структуры, оставленной резцом, на поверхности наблюдается несколько мелких конических выступов и группа из трех высоких острий, на которых напряженность электрического поля на порядки может превышать его среднее значение.

Оценим теперь величину напряжения, при котором может происходить интенсивная автоэлектронная эмиссия. В соответствии с принципом неопределенности неопределенность величин импульса и положения электрона не может быть меньше, чем

$$\Delta p \cdot \Delta x \sim \hbar.$$

Ширина барьера при приложенном поле напряженностью  $E$  составляет

$$\Delta x \sim \frac{\varphi}{Ee}.$$

Величина импульса, который должен иметь электрон, чтобы преодолеть этот барьер, равна

$$\Delta p \sim \sqrt{2m\varphi}.$$

Из приведенных выше выражений нетрудно получить величину электрического поля, необходимого для преодоления барьера:

$$E \sim \frac{\sqrt{2m\varphi^{3/2}}}{\hbar e}. \quad (6.12)$$

Для вольфрама, имеющего работу выхода  $\varphi = 4,5$  эВ, получим численное значение для пороговой величины поля

$$E \sim 5 \cdot 10^7 \text{ В/см}.$$

Эта величина достаточно велика, но вполне достижима в современных высоковольтных устройствах. Кроме того, как уже говорилось, такие поля могут возникать на микроостриях и в микрозазорах. В последнем случае даже небольшая разность потенциалов может обеспечить очень высокую локальную напряженность электрического поля даже при умеренных полных напряжениях.

Плотность тока автоэлектронной эмиссии описывается выражением

$$j = e \int_0^\infty n(\varepsilon_x) D(\varepsilon_x, E) d\varepsilon_x, \quad (6.13)$$

где  $(\varepsilon_x)$  – функция распределения Ферми–Дирака, а  $D(\varepsilon_x, E)$  – прозрачность барьера. Отсюда при работе выхода, выраженной в эВ, и электрическом поле, выраженном в В/см, можно получить следующую формулу для плотности тока автоэлектронной эмиссии:

$$j[\text{А/см}^2] = 1.55 \cdot 10^{-6} \frac{E^2}{\varphi} \exp \left\{ -\frac{6.85 \cdot 10^7 \varphi^{3/2}}{E} \Theta \left( \frac{3.62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E}}{\varphi} \right) \right\}. \quad (6.14)$$



Здесь

$$\Theta(y) \simeq 0,95 - 1,03y^3$$

— функция Нордгейма, таблица для которой приведена в работе [46]. Наличие этой функции в уравнении не нарушает существенно свойства зависимости  $j(E)$  быть прямой линией в координатах  $\log(j/E^2)$  и  $1/E$ .

Автоэлектронная эмиссия может происходить при холодном катоде. Энергия практически всех электронов металла при этом лежит ниже уровня Ферми. Однако омический нагрев острия в совокупности с нагревом за счет эффекта Ноттингема<sup>6</sup> приводят к повышению температуры до величины, при которой становится заметной роль термоэлектронной эмиссии. Эмиссию, происходящую при совместном действии температуры и электрического поля называют термоавтоэлектронной. Выражения для плотности тока в этом случае зависят от  $T$  и  $E$  и имеют разный вид для каждой из трех областей, показанных на рис. 6.13. Читатель может найти эти выражения в [46].

При протекании тока температура острия повышается до тех пор, пока не происходит фазовый переход кончика острия из твердого состояние в плазменное<sup>7</sup>, в результате чего эмиттером электронов становится плазма. Этот тип эмиссии называется взрывной эмиссией. По понятным причинам взрывная эмиссия используется в подавляющем большинстве случаев в устройствах, работающих в импульсном режиме. Из сказанного ясно, что предельный ток, который можно снять с автоэмиссионного катода без его разрушения, ограничивается взрывом микроострий. Именно поэтому одним из лучших автоэмиссионных катодов является катод, состоящий из графитовых волокон, имеющих очень высокую температуру испарения.

Можно связать теплофизические свойства материала острия с электрическими характеристиками, при которых происходит взрыв микроострий. Рассмотрим острие, имеющее сечение  $S$  и длину  $l$ . При протекании в нем тока автоэлектронной эмиссии выделяется омическое тепло, которое за время  $dt$  равно приросту тепловой энергии острия

$$i^2 R dt = \rho c \cdot (S \cdot l) dT. \quad (6.15)$$

Подставив удельное сопротивление  $\kappa(T)$

$$j^2 S^2 \left( \kappa(T) \frac{l}{S} \right) t = \rho c dT S l \quad (6.16)$$

и приняв, что взрыв начинается при температуре острия  $T_{\text{кон}}$ , получим параметр, постоянный для данного вещества и определяющий время задержки взрывной эмиссии  $t_{\text{зад}}$ :

$$j^2 t_{\text{зад}} \simeq \int_{T_{\text{нач}}}^{T_{\text{кон}}} [\kappa(T)]^{-1} dT. \quad (6.17)$$

При токах порядка  $10^9$  А/см<sup>2</sup> это время составляет несколько наносекунд. Действительно, еще в 1953 г. Дайк и др. получили без разрушения катода плотность тока

<sup>6</sup>Калориметрический эффект Ноттингема — поглощение или выделение энергии на эмитирующей поверхности, возникающее из-за разницы между энергией эмитируемых электронов и энергией электронов, приходящих взамен из толщи металла. При низких температурах катода происходит его нагрев, а при высоких — охлаждение [47].

<sup>7</sup>Вычисленные из экспериментальных данных значения температур, при которых происходил взрыв, варьируются от 3300 К у алюминия до 12000 К для вольфрама.

$j_e \simeq 6 \cdot 10^7$  А/см<sup>2</sup> за время  $10^{-6}$  с, а Месяц и Фурсей в 1970 году получили на катоде плотность тока  $5 \cdot 10^9$  А/см<sup>2</sup> за  $5 \cdot 10^{-9}$  с без разрушения катода при параметре  $j_e^2 t \simeq 4 \cdot 10^9$  А<sup>2</sup>·с/см<sup>4</sup>.

Взрывная эмиссия позволяет получать еще большие токи. Хотя при ней происходит постепенное разрушение катода, тем не менее она широко используется в мощных импульсных устройствах. В частности, взрывная эмиссия используется как источник плазмы на высоковольтных электродах мощных электронных и ионных ускорителей прямого ускорения. К настоящему времени выяснены многие новые детали взрывной эмиссии, однако их обсуждение выходит за рамки данного курса. Отметим только, что взрывная эмиссия может играть важную роль в вакуумных дугах. Подробно об этом см. [46].

# Глава 7

## Функция распределения электронов и процессы переноса

### 7.1. Кинетическое уравнение для плазмы

Для каждого сорта зарядов можно записать их плотность как интеграл от функции распределения по скоростям

$$n(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}. \quad (7.1)$$

Зависимость от  $\mathbf{r}$  указывает, что плазма может быть пространственно неоднородной. Если время столкновения значительно меньше времени между столкновениями, то можно учитывать только макроскопическое поле  $\mathbf{E}$ . Если за интересующее нас время плазму можно считать бесстолкновительной, то материальная производная  $df/dt$  (производная вдоль траектории) от функции распределения равна нулю (теорема Лиувилля). Поскольку

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q\mathbf{E}}{m},$$

из уравнения (7.1) получаем закон сохранения плотности частиц в элементе объема, движущемся вместе с выделенной группой частиц:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{df}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q\mathbf{E}}{m} \frac{df}{\partial \mathbf{v}} = 0. \quad (7.2)$$

Дописав условие согласования внешнего поля с пространственным зарядом плазмы

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho = 4\pi(q_i \int f_i(\mathbf{v}) d\mathbf{v} - q_e \int f_e(\mathbf{v}) d\mathbf{v}), \quad (7.3)$$

получим систему самосогласованных уравнений, которые используем для вычисления функции распределения электронов в низкотемпературной плазме, находящейся во внешнем электрическом поле. Если в установлении функции распределения существенную роль играют столкновения, то в правой части уравнения (7.2) вместо нуля появится *интеграл столкновений*  $(df/dt)_{\text{col}}$ .

Для простоты будем считать плазму пространственно изотропной и рассмотрим только функцию распределения по скоростям (энергиям). Поскольку в большинстве процессов функции распределения по скоростям тяжелых частиц не играют существенной роли, будем рассматривать далее только *функцию распределения электронов* (ФРЭ), средняя энергия которых к тому же часто бывает значительно выше,

чем температура ионов и газа<sup>1</sup>. Знание функции распределения электронов очень важно для понимания процессов в ионизованном газе и для вычисления многих макроскопических характеристик плазмы. Например, несимметричная часть функции распределения (см. далее) определяет величину теплопроводности и электропроводности среды, а особенности высокоэнергичного хвоста симметричной части функции распределения определяют скорости ионизации, диссоциации, рекомбинации и возбуждения атомов и молекул.

## 7.2. Столкновения электронов с атомами в электрическом поле

Заменив в выражении (7.2)  $q$  на  $(-e)$ , запишем уравнение для функции распределения электронов, сталкивающихся с тяжелыми частицами в присутствии электрического поля

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla f - \frac{e\mathbf{E}}{m} \nabla_v f = \left( \frac{df}{dt} \right)_{\text{col}}. \quad (7.4)$$

Справа символом  $(df/dt)_{\text{col}}$  обозначен интеграл столкновений, явный вид которого зависит от типа столкновений и параметров плазмы. Введем сферические координаты (рис. 7.1, а) с полярной осью, совпадающей с направлением вектора напряженности электрического поля. Поскольку оператор набла в сферических координатах

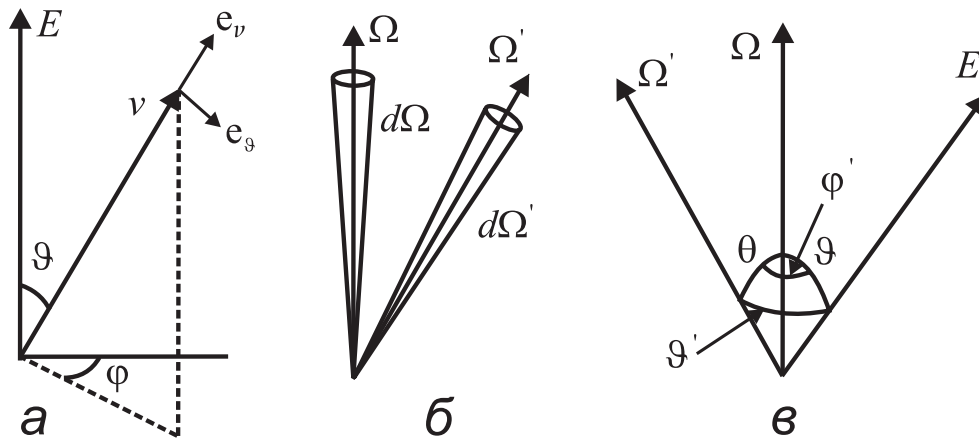


Рис. 7.1. К вычислению функции распределения: а – Вектор скорости в сферических координатах; б – схема упругого рассеяния; в – определение углов

имеет вид (здесь и далее  $e_v$ ,  $e_\vartheta$ , и  $e_\varphi$  – символы, обозначающие единичные векторы в соответствующих направлениях)

$$\nabla_v \equiv e_v \frac{\partial}{\partial v} + e_\vartheta \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + e_\varphi \frac{1}{v \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad (7.5)$$

<sup>1</sup>Во всех процессах столкновений электронов с тяжелыми частицами мы в качестве относительной скорости столкновения всегда принимали и будем принимать далее просто скорость электрона. Такое приближение не вносит в результат сколько-нибудь существенной ошибки.

то, считая плазму пространственно однородной и учитывая, что

$$E_v \cdot \left( \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \right)_\vartheta = (-E \sin \vartheta) \cdot \left( \frac{1}{\vartheta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\sin \vartheta} \right), \quad (7.6)$$

получаем уравнение для определения ФРЭ

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{e\mathbf{E}}{m} \left[ \cos \vartheta \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\sin^2 \vartheta}{v} \frac{\partial f}{\partial(\cos \vartheta)} \right] = \left( \frac{df}{dt} \right)_{\text{col}}. \quad (7.7)$$

Производная по  $\varphi$  исчезает ввиду симметрии относительно полярной оси.

Решение этого уравнения в общем виде очень сложное, так как в общем случае в его правой части следует учитывать столкновения электронов с электронами, атомами и ионами, что делает уравнение нелинейным. В низкотемпературной плазме, однако, достаточно учитывать столкновения электронов только с нейтральными частицами. Поскольку они имеют большую массу, и их скорости малы, мы можем не учитывать их ФР и использовать модель тяжелых, покоящихся атомов и молекул. Разделив столкновения на упругие (индекс “el”) и неупругие (индекс “inel”), запишем интеграл столкновений в виде суммы двух интегралов:

$$\left( \frac{df}{dt} \right)_{\text{col}} = \left( \frac{df}{dt} \right)_{\text{el}} + \left( \frac{df}{dt} \right)_{\text{inel}} \equiv I(f) + Q(f) \quad (7.8)$$

Рассмотрим подробнее неупругие столкновения. Примем сначала, что  $M/m = \infty$  (правильное значение мы введем позднее). Тогда модуль скорости  $|v|$  и энергия  $\varepsilon$  электрона при рассеянии не изменяются, т. е. функцию распределения можно сначала рассматривать как величину, зависящую только от угла между направлением скорости электрона и направлением внешнего электрического поля:

$$f(\mathbf{v}) = f(v, \boldsymbol{\Omega}) \equiv f(\boldsymbol{\Omega}). \quad (7.9)$$

Пусть (рис. 7.1, б)  $q(v, \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\Omega'$  – вероятность того, что электрон в результате рассеяния перейдет из элемента телесного угла  $d\Omega$  с направлением  $\boldsymbol{\Omega}$  в элемент телесного угла  $d\Omega'$  с направлением  $\boldsymbol{\Omega}'$ , причем

$$\int q(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\Omega' = 1. \quad (7.10)$$

Тогда скорость ухода частиц из объема  $d\Omega$  равна

$$f(\boldsymbol{\Omega}) d\Omega \cdot \nu_c = \nu_c \int_{\Omega'} f(\boldsymbol{\Omega}) d\Omega q(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\Omega', \quad (7.11)$$

где  $\nu_c$  – частота упругих столкновений. Правая часть это, в сущности, — просто более подробная запись левой. Скорость возврата частиц в объем  $d\Omega$  будет равна

$$\nu_c \int_{\Omega'} f(\boldsymbol{\Omega}') d\Omega' q(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}) d\Omega. \quad (7.12)$$

Разность между (7.11) и (7.12) и даст нам интеграл упругих столкновений  $I[f(\boldsymbol{\Omega})] d\Omega$ .

Очевидно, что, во-первых,  $q(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') = q(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}) = q(\theta)$  и, во-вторых, вероятность с равными основаниями можно интегрировать как по начальным ( $\boldsymbol{\Omega}$ ), так и по конечным ( $\boldsymbol{\Omega}'$ ) направлениям, — это никак не изменит результат интегрирования. Тогда, сокращая на  $d\Omega$ , получаем интеграл столкновений в следующем виде:

$$I(f) = \nu_c(v) \int_{\Omega'} [f(\boldsymbol{\Omega}') - f(\boldsymbol{\Omega})] q(\theta) d\Omega'. \quad (7.13)$$

### 7.3. Симметричная и асимметричная части ФР

Кинетическое уравнение асимметрично по  $\vartheta$  и является интегро-дифференциальным. Это связано с влиянием внешнего поля  $\mathbf{E}$ . На практике в большинстве случаев энергия, набираемая между столкновениями, много меньше тепловой, поэтому будем учитывать влияние поля лишь как поправку к симметричной ФРЭ. В такой ситуации в сферической системе координат решение может быть представлено в виде разложения по полиномам Лежандра

$$P_0 = 1,$$

$$P_1 = \cos \vartheta,$$

$$P_2 = (3 \cos^2 \vartheta - 1) \dots,$$

моменты которых подчиняются следующим правилам:

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x) P_m(x) dx = 0; \quad (7.14)$$

$$\int_0^\pi P_n(\cos \vartheta) P_m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = 0; \quad (7.15)$$

$$\int_{-1}^{+1} [P_n(x)]^2 dx = \frac{2}{2n+1}. \quad (7.16)$$

Ограничимся лоренцовским приближением, в котором учитывается лишь первые два члена разложения,

$$f(t, v, \vartheta) = f_0(t, v) + \cos \vartheta f_1(t, v), \quad (7.17)$$

где  $f_0$  и  $f_1$  — искомые функции. Симметричная часть функции распределения  $f_0$  описывает по смыслу энергетический спектр электронов

$$n(\varepsilon) d\varepsilon = \varphi(v) dv = 4\pi v^2 f_0(v) dv. \quad (7.18)$$

Асимметричная часть функции распределения  $f_1$  описывает процессы переноса, такие как электрический ток ( $\mathbf{j} = -n_e e \int \mathbf{v} f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$ ):

$$\mathbf{j} = -n_e e \int \int v \cos^2 \vartheta f_1 2\pi v^2 dv \sin \vartheta d\vartheta = -\frac{4\pi}{3} n_e e \int v^3 f_1 dv. \quad (7.19)$$

Подставив (7.17) в (7.4) и, воспользовавшись методом моментов, умножим получившееся выражение сначала на  $P_0$ , а затем на  $P_1$ . Взяв интеграл по телесному углу получим следующее выражение для первых двух моментов ( $k = 0, 1$ ):

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial f}{\partial t} P_k d\Omega - \frac{eE}{4\pi m} \left[ \int \cos \vartheta \frac{\partial f}{\partial v} P_k d\Omega + \right. \\ \left. + \int \frac{\sin^2 \vartheta}{v} \frac{\partial f}{\partial(\cos \vartheta)} \cdot P_k d\Omega \right] = \frac{1}{4\pi} \int \left( \frac{df}{dt} \right)_{\text{col}} \cdot P_k d\Omega. \end{aligned} \quad (7.20)$$

Поскольку  $f_0$  и  $f_1$  не зависят, по определению, от угла  $\vartheta$ , и

$$d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta;$$

$$\begin{aligned}\overline{\cos \vartheta} &= (1/4\pi) \int \cos \vartheta d\Omega = 0; \\ \overline{\cos^2 \vartheta} &= 1/3; \\ \overline{\sin^2 \vartheta} &= 2/3,\end{aligned}$$

то получим для первого момента следующее выражение:

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{eE}{m} \left[ \frac{1}{3} \frac{\partial f_1}{\partial v} + \frac{2f_1}{3v} \right] = \frac{1}{4\pi} \int [I + Q] d\Omega = Q(f_0). \quad (7.21)$$

Интеграл упругих столкновений  $\int I d\Omega$  исчезает при интегрировании, поскольку полное число электронов сохраняется. Интеграл  $\int Q d\Omega$  зависит только от энергетического спектра, а не от направления движения, поэтому  $Q = Q(f_0)$ . Преобразуя выражение в квадратных скобках, получаем

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{eE}{m} \frac{1}{3v^2} \frac{\partial(v^2 f_1)}{\partial v} + Q(f_0). \quad (7.22)$$

Для второго момента ( $P_1 = \cos \vartheta$ ), используя левую часть уравнения (7.20) и интеграл столкновений в виде (7.13), получим

$$\frac{1}{3} \frac{\partial f_1}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = \frac{\nu_c}{4\pi} \int \cos \vartheta d\Omega \int [f(\Omega') - f(\Omega)] q(\theta) d\Omega'. \quad (7.23)$$

где учтено, что

$$\int_0^\pi \sin^3 \vartheta \cos \vartheta d\vartheta = 0.$$

Неупругие столкновения не играют роли, так как не влияют на формирование энергетического спектра, а степень асимметрии по скоростям определяется скорее “трением”, т.е. упругими столкновениями, меняющими направление скорости электрона.

Рассмотрим подробнее правую часть уравнения (7.23). В уравнении имеется множитель  $q(\theta)$ , а интеграл берется по  $d\Omega'$  при фиксированном  $\Omega$ , поэтому здесь удобнее сменить исходную систему координат с полярной осью, параллельной  $\mathbf{E}$ , на систему, связанную с  $\Omega$  (рис. 7.1, в). Тогда элемент телесного угла можно записать как  $d\Omega' = d\varphi' \sin \theta d\theta$ . Теперь можно подставить в выражение (7.23) ФР в виде (7.17) и записать внутренний интеграл в виде

$$J \equiv \int [f(\Omega') - f(\Omega)] q(\theta) d\Omega' = f_1 \int (\cos \vartheta' - \cos \vartheta) q(\theta) d\varphi' \sin \theta d\theta. \quad (7.24)$$

Здесь угол  $\vartheta$  фиксирован, а член с  $f_0$  исчез, так как он не зависит от  $\vartheta$ . Соотношение между углами определяется известным соотношением сферической тригонометрии

$$\cos \vartheta' = \cos \vartheta \cos \theta + \sin \vartheta \sin \theta \cos \varphi'. \quad (7.25)$$

В дальнейшем, при подстановке  $J$  в выражение (7.23) и интегрировании по  $d\Omega'$ , слагаемое, содержащее  $\cos \varphi'$ , исчезает при интегрировании по  $d\varphi'$ . Поэтому оставим сразу только первый член и получим

$$J = f_1 \cos \vartheta \int (\cos \theta - 1) q(\theta) d\varphi' \sin \theta d\theta = f_1 \cos \vartheta (\overline{\cos \theta} - 1), \quad (7.26)$$

где  $\overline{\cos \theta}$  – средний косинус угла рассеяния. Он зависит от вида  $q(\theta)$  или, говоря точнее, от деталей строения рассеивающего атома.

Теперь, вспомнив определение эффективной частоты столкновений, введенное в разд. 3.1 как частоты столкновений с передачей импульса, запишем  $\nu_m = \nu_c(1 - \overline{\cos \theta})$ . Подставив ее в правую часть выражения (7.23), получим

$$-\frac{\nu_c}{4\pi} \int f_1 \cos^2 \vartheta (1 - \overline{\cos \theta}) d\Omega = -\frac{\nu_m f_1}{3}, \quad (7.27)$$

или окончательно

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \nu_m f_1 = \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v}. \quad (7.28)$$

Таким образом, используя приближение (7.17), мы получили вместо интегро-дифференциального уравнения два дифференциальных уравнения — (7.22) и (7.28), которые определяют симметричную и несимметричную части функции распределения. Они справедливы для любой зависимости  $E(t)$ .

## 7.4. Уравнение для энергетического спектра электронов

В предыдущем разделе получена система двух уравнений, связывающих  $f_0$  и  $f_1$ . Общего ее решения не существует. Рассмотрим важный частный случай гармонического внешнего поля

$$E = E_0 \sin \omega t. \quad (7.29)$$

Согласно (7.22), можно считать, что симметричная часть ФР  $f_0$  состоит из двух частей: основной, медленно меняющейся со временем благодаря неупругим столкновениям и постепенному набору энергии от поля (влияние второго члена в правой части), — и поправки, связанной с влиянием первого члена. Так как  $f_1 \sim E_0$ , то этот член  $\sim E_0^2$  и осциллирует с частотой приложенного поля. Средняя величина этого члена и определяет темп набора энергии от поля. Поскольку эти быстрые осцилляции не существенны для формирования энергетического спектра, при решении уравнений будем использовать усредненные за период значения  $\langle f_0 \rangle$  и  $\langle \partial f_0 / \partial v \rangle$ , т. е. пренебрегать “мелкими” вариациями ФРЭ в течение периода и считать, что она заметно изменяется только в течение многих периодов.

Поэтому при интегрировании второго уравнения (7.28) мы тоже подставим усредненную за период производную  $\langle \partial f_0 / \partial v \rangle$ . В результате получим линейное уравнение

$$y' + P(x)y = Q(x), \quad (7.30)$$

которое решается методом интегрирующего множителя

$$\mu = \exp\left\{\int P dx\right\} \implies y = \frac{1}{\mu} \left[\int Q \cdot \mu dx + C\right]. \quad (7.31)$$

В нашем случае

$$\int P dx = \nu_m t, \quad (7.32)$$

а

$$\int Q \mu dx = \int \frac{eE_0}{m} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \cdot e^{\nu_m t} \cdot \sin \omega t dt. \quad (7.33)$$



Решив систему (7.30)–(7.33), получим

$$f_1 = -\frac{eE_0}{m(\omega^2 + \nu_m^2)} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle (\omega \cos \omega t - \nu_m \sin \omega t). \quad (7.34)$$

Введя обозначение

$$\alpha = \arctan \frac{\omega}{\nu_m},$$

найдем решение для несимметричной части функции распределения

$$f_1 = \frac{eE_0}{m\sqrt{\omega^2 + \nu_m^2}} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \sin(\omega t - \alpha). \quad (7.35)$$

Видно, что  $f_1 \sim E_0$  и осциллирует с частотой внешнего поля, но со сдвигом по фазе на угол  $\alpha$ .

В пределе высоких частот ( $\omega^2 \gg \nu_m^2$ )  $\alpha \approx \pi/2$ . Тогда  $\sin(\beta - \pi/2) = -\cos \beta$  и

$$f_1 \approx -\frac{eE_0}{m\omega} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \cos \omega t = -u \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \cos \omega t. \quad (7.36)$$

Здесь  $u$  – амплитуда колебательной скорости электрона в осциллирующем поле

$$u = \frac{eE_0}{m\omega}. \quad (7.37)$$

Поскольку

$$\frac{\partial f_0}{\partial v} \sim \frac{f_0}{v},$$

где  $v$  – характерная скорость теплового движения, получим в высокочастотном пределе оценку для  $f_1$ :

$$f_1 \sim \frac{u}{v} f_0. \quad (7.38)$$

В пределе низких частот ( $\omega^2 \ll \nu_m^2$ ) сдвиг по фазе мал, и мы имеем

$$f_1 \approx \frac{eE_0}{m\nu_m} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \sin \omega t \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} \frac{eE_0}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v}. \quad (7.39)$$

Последнее выражение можно сразу получить из уравнения (7.28), положив  $\partial f_1 / \partial t = 0$ . Асимптотическое значение  $f_1$ , устанавливающееся через одно столкновение в пределе  $\omega \rightarrow 0$ , есть

$$f_1 = \frac{eE_0}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \sim \frac{v_d}{v} f_0. \quad (7.40)$$

Здесь

$$v_d = \frac{eE_0}{m\nu_m} \quad (7.41)$$

представляет собой абсолютную величину дрейфовой скорости электрона.

Выражения (7.38) и (7.40) определяют критерии малости  $f_1/f_0$  поправки к симметричной ФРЭ, что было исходным условием применимости рассматриваемого приближения. Теперь его можно сформулировать так: асимметрия функции распределения электронов по скоростям может считаться малой, если амплитуда скорости колебаний электрона в переменном поле или дрейфовая скорость в постоянном поле малы по сравнению со средней тепловой скоростью электрона.

## 7.5. Уравнение для симметричной части функции распределения

Подставив (7.34) в (7.22), получим уравнение для функции  $f_0$ , определяющей энергетический спектр электронов. При этом мы проведем усреднение за период осцилляций поля с учетом выражений  $\langle \cos \omega t \sin \omega t \rangle = 0$  и  $\langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$ . Далее для упрощения записи знак усреднения  $\langle \rangle$  в выражениях опустим. Тогда

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{eE_0}{3m} \cdot v^2 \left( -\frac{eE_0}{m(\omega^2 + \nu_m^2)} \right) \frac{\partial f_0}{\partial v} \cdot \left( -\frac{\nu_m}{2} \right) \right\} + Q(f_0). \quad (7.42)$$

Заменив  $E_0^2/2$  на  $E^2$  – величину среднеквадратичного поля, получим окончательно

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[ \frac{e^2 E^2 \nu_m(v) v^2}{3m^2 \omega^2 + \nu_m^2} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] + Q(f_0). \quad (7.43)$$

Полученное уравнение справедливо и для переменного, и для постоянного поля.

Последнее выражение можно преобразовать в уравнение для ФРЭ по энергиям. Вспомнив одно из ее определений

$$n(t, \varepsilon) d\varepsilon = 4\pi v^2 f_0(v) dv,$$

из (7.43) получим

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( A \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{n}{\varepsilon^{1/2}} \right) + Q(n), \quad (7.44)$$

где

$$A = \frac{2e^2 E^2}{3m} \frac{\nu_m}{\omega^2 + \nu_m^2} = \frac{e^2 E_0^2}{3m} \frac{\nu_m}{\omega^2 + \nu_m^2}. \quad (7.45)$$

Напомним, что выражение  $(n/\varepsilon^{1/2} \equiv f(\varepsilon))$  в литературе часто тоже называют функцией распределения электронов по энергиям.

Сделаем дальнейшие преобразования в уравнении (7.44), раскрыв производную

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon} (n \varepsilon^{-1/2}) = \varepsilon^{-1/2} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} - \frac{1}{2} n \varepsilon^{-3/2}. \quad (7.46)$$

В результате получим выражение

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( A \varepsilon \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} - \frac{A}{2} n \right) + Q(n), \quad (7.47)$$

которое после введения обозначений

$$J = -\mathcal{D} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} + n \mathcal{U}; \quad (7.48)$$

$$\mathcal{D} = A \varepsilon; \quad \mathcal{U} = A/2. \quad (7.49)$$

принимает вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial \varepsilon} + Q, \quad (7.50)$$

аналогичный уравнению одномерной диффузии частиц. Очевидно, что по физическому смыслу уравнение (7.50) является уравнением диффузии электронов в энергетическом пространстве. Здесь  $\varepsilon$  играет роль координаты,  $J$  – поток,  $Q$  – источник,  $\mathcal{D}$  – коэффициент диффузии (величина которого, правда, зависит от “координаты”) и  $\mathcal{U}$  – скорость.

Диффузия частицы в пространстве энергий связана со случайным характером набора и потери энергии при столкновениях частицы, дрейфующей в поле со скоростью  $u$ , с другими частицами:

$$\mathcal{D} \sim \frac{\overline{\Delta x^2}}{\tau} \implies (mvu)^2 \cdot \nu_m. \quad (7.51)$$

Скорость сноса  $\mathcal{U}$ , очевидно, связана с набором энергии от поля

$$\mathcal{U} \sim mu^2 \nu_m \sim \frac{(mvu)^2 \nu_m}{mv^2} \sim \frac{\mathcal{D}}{\varepsilon}. \quad (7.52)$$

В этих формулах  $u$  – амплитуда колебательной скорости электрона в переменном поле или скорость дрейфа в постоянном.

Исходя из понятия о потоке энергии, теперь легко дополнить полученные для ФРЭ уравнения опущенными ранее членами, связанными с упругими потерями. Эти потери вызывают дополнительный поток по шкале энергий в сторону уменьшения  $\varepsilon$ . Потеря энергии за одно столкновение

$$\Delta \varepsilon_{\text{el}} = \frac{2m}{M} (1 - \overline{\cos \theta}) \varepsilon. \quad (7.53)$$

Поэтому скорость движения вниз равна  $\tau_c = \nu_c^{-1}$

$$\mathcal{U}_{\text{el}} = -\frac{\Delta \varepsilon_{\text{el}}}{\tau_c} = -\frac{2m}{M} \nu_m \varepsilon. \quad (7.54)$$

Иначе говоря, к потоку  $J$  следует добавить  $n\mathcal{U}_{\text{el}}$ . Вернувшись к исходным уравнениям, получим искомые выражения

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[ \frac{e^2 E^2}{3m^2} \frac{\nu_m v^2}{\omega^2 + \nu_m^2} \frac{\partial f_0}{\partial v} + \frac{m}{M} \nu_m v^3 f_0 \right] + Q(f_0); \quad (7.55)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( A \varepsilon^{3/2} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \varepsilon^{1/2} + \frac{2m}{M} \varepsilon \nu_m n \right) + Q(n), \quad (7.56)$$

в которых теперь учтена роль упругих потерь в формировании ФРЭ.

## 7.6. Влияние неупругих столкновений

Процессы возбуждения и ионизации, а также обратные им процессы тушения и рекомбинации ведут к скачкообразным изменениям энергии электрона. При этом для каждого неупругого процесса, при котором поглощается или выделяется энергия  $\mathcal{E}^*$ , электрон скачком переходит из энергетического интервала в окрестностях  $\varepsilon$  в

интервал вблизи  $\varepsilon + \mathcal{E}^*$  (или наоборот). В этом случае интеграл столкновения можно символически представить выражением

$$Q^*(n(\varepsilon)) = -n(\varepsilon)\nu^*(\varepsilon) + n(\varepsilon + \mathcal{E}^*)\nu^*(\varepsilon + \mathcal{E}^*). \quad (7.57)$$

Первый член справа описывает уход электронов за счет данного (одного из многих) неупругого процесса в интервал  $\varepsilon + E^*$  (сверхупругое столкновение), а второй – приход в данный энергетический интервал электрона, потерявшего энергию в неупругом столкновении с атомом. Такие выражения описывают, например, процессы возбуждения и тушения электронных термов атомов или колебательных уровней молекул.

В случае ионизации и рекомбинации спектр  $\mathcal{E}^*$  (в определенных пределах) непрерывен. Поэтому слагаемое, связанное с ионизацией, выглядит чуть сложнее (рождаются два электрона):

$$Q_i = -n(\varepsilon)\nu_i(\varepsilon) + 2 \int_{\varepsilon+I}^{\infty} n(\varepsilon')\nu_i(\varepsilon')\Psi(\varepsilon', \varepsilon)d\varepsilon'. \quad (7.58)$$

Здесь  $\Psi(\varepsilon', \varepsilon)$  – вероятность того, что один из двух электронов будет иметь энергию  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$ , если  $\varepsilon'$  – энергия налетающего электрона. Впрочем, такой процесс уже обсуждался в разд. 3.2.

## 7.7. Стационарные ФРЭ в атомарном газе

Выведенные выше уравнения (7.22) и (7.28) для ФРЭ не допускают общего решения. Рассмотрим упрощенные ситуации, наиболее близкие к реально возникающим на практике. Прежде всего, будем считать плазму стационарной  $\partial f/\partial t = 0$  и найдем ФРЭ для случая стационарного газового разряда в разреженном, слабоионизованном, атомарном газе. Температуру газа будем считать достаточно низкой, чтобы неупругие процессы оказывали малое влияние на формирование ФРЭ, тогда членом  $Q(f_0)$  в уравнении (7.55) можно пренебречь. Проинтегрируем это выражение. Очевидно, что поток в квадратных скобках в этом случае равен константе, которая к тому же равна нулю вследствие требования равенства потока нулю при  $\varepsilon \rightarrow \infty$ . Отсюда получаем дифференциальное уравнение для  $f_0(v)$ , которое снова легко интегрируется:

$$\frac{A}{m}v^2 \frac{df_0}{dv} = -\frac{m}{M}\nu_m v^3 f_0; \quad (7.59)$$

$$\frac{df_0}{f_0} = -\frac{m^2\nu_m}{AM}v dv; \quad (7.60)$$

$$f_0 = C \exp \left[ -\frac{\sigma m^3}{Me^2 E^2} \int_0^v v(\omega^2 + \nu_m^2) dv \right]. \quad (7.61)$$

Дальнейшее решение возможно только после конкретизации зависимости  $\nu_m(v)$ . Если считать, что частота не зависит от  $v$ , то в результате интегрирования получаем максвелловскую ФР:

$$f_0 = C \exp \left[ -\frac{3m^2(\omega^2 + \nu_m^2)mv^2}{Me^2 E^2} \right] = C \exp \left( -\frac{\varepsilon}{T_e} \right), \quad (7.62)$$

где использовано выражение для средней энергии электронов  $\bar{\varepsilon}$  в виде

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}T_e = \frac{M}{2m} \frac{e^2 E^2}{m(\omega^2 + \nu_m^2)}. \quad (7.63)$$

Часто, однако, встречается другой случай, когда транспортное сечение приблизительно постоянно<sup>2</sup>. В этом случае  $\nu_m = \langle n_a \sigma_m v_e \rangle \sim v \sim \sqrt{\varepsilon}$  и постоянной можно приближенно считать длину свободного пробега  $\ell = (v/\nu_m) = \text{const}(v)$ . Интегрирование тогда дает

$$\int v(\nu_m^2 + \omega^2)dv = \int \frac{v^3}{e^2}dv + \int v\omega^2 dv = \frac{v^4}{4e^2} + \frac{v^2\omega^2}{2}; \quad (7.64)$$

$$f_0 = C \exp \left[ -\frac{3m^2}{4Me^2 E^2 \ell^2} (v^4 + 2v^2\omega^2\ell^2) \right]. \quad (7.65)$$

Такую ФРЭ называют распределением Маргенау, которое в постоянном поле ( $\omega \rightarrow 0$ ) переходит в распределение Дрюйвестейна:

$$f_0 = C \exp \left( -\frac{3m}{M} \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2} \right), \quad \varepsilon_0 = eE\ell. \quad (7.66)$$

Вид функций распределения Максвелла и Дрюйвестейна при одной и той же сред-

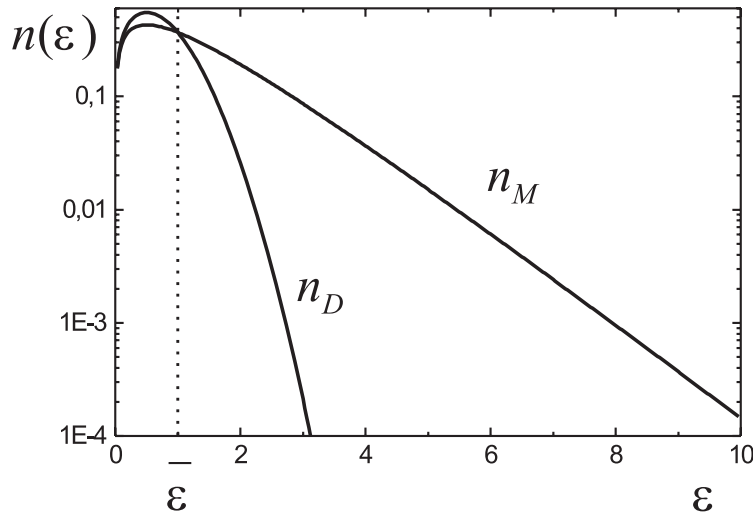


Рис. 7.2. Стационарные функции распределения по энергиям Максвелла и Дрюйвестейна при одинаковой средней энергии  $\bar{\varepsilon}$  (в произвольных единицах)

ней энергии представлен на рис. 7.2. Функция распределения Дрюйвестейна гораздо быстрее спадает в области больших энергий. Это значит, что при равной средней энергии процессы с большим порогом протекают быстрее при максвелловской ФР, чем при дрюйвестейновской.

<sup>2</sup>Хотя зависимости транспортного сечения от энергии для разных атомов и молекул сильно варьируются, тем не менее данное приближение достаточно хорошее для молекул водорода, азота, кислорода в интервале ниже 1 эВ, где влияние неупругих потерь мало даже для молекулярных газов. Напротив, транспортное сечение инертных газов в этом интервале в области вне провала, связанного с эффектом Рамзауэра, растет с ростом энергии (см., например, [48]).

В общем случае  $\nu_m(v)$  является сложной функцией от скорости, поэтому решение уравнения нужно искать численно, используя экспериментально найденную зависимость  $\nu_m(v)$ . В оригинальной литературе можно найти много примеров подобных расчетов.

## 7.8. Стационарные ФРЭ в молекулярном газе

Функция распределения электронов в молекулярном газе в диапазоне энергий, где начинают играть роль неупругие процессы, не может быть описана ни максвелловской, ни дрюйвестейновскими функциями. В свое время в связи с исследованиями газовых лазеров, где знание функции распределения и управление ею являются ключевой проблемой, определяющей эффективность генерации лазера, были проведены широкие экспериментальные исследования и выполнен ряд численных расчетов по вычислению ФРЭ в молекулярных газах.

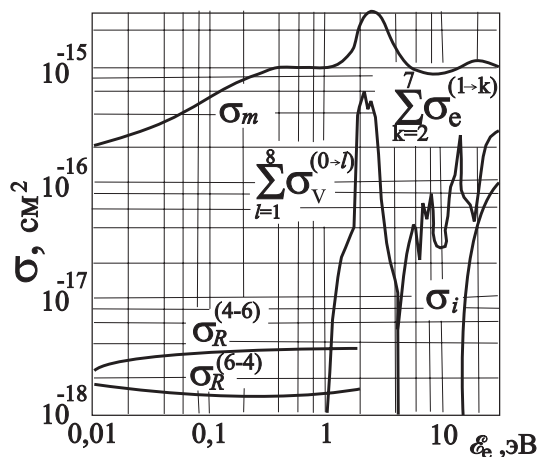


Рис. 7.3. Сечения элементарных процессов для молекулы азота. Обозначения – стандартные.

Отметим сразу, что результаты, полученные с помощью этой простой модели, не так уж плохо совпадают с численными расчетами Нигана. В данном разделе мы получим ФРЭ в молекулярном газе, основываясь на модели Эллиса и Хауса.

Итак, слабоионизованный молекулярный газ находится в постоянном электрическом поле  $E$ . Характерная средняя энергия электронов в таких случаях равна 1 – 3 эВ. Из приведенных на рис. 7.3 сечений элементарных процессов для молекулы азота видно, что в этом интервале кроме транспортного сечения существенными являются сечение возбуждения колебаний молекулы и сечение возбуждения нижних электронных состояний. Поскольку сечение колебательного возбуждения сравнимо с сечением упругого рассеяния  $\sigma_V^{0-1} \sim \sigma_m$ , а эффективность передачи энергии в упругом столкновении с тяжелой частицей равна всего лишь  $m/Am_p$ , т. е. порядка  $10^{-4}$ , то в данном случае можно пренебречь упругими столкновениями при расчетах формирования функции распределения. Порог сечения ионизации достаточно велик и, соответственно, ионизацией при расчетах ФРЭ также можно пренебречь.

Вспомним полученное нами ранее выражение для симметричной части функции

распределения

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[ \frac{e^2 E^2}{3m^2} \frac{\nu_m v^2}{\omega^2 + \nu_m^2} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] + Q(f_0), \quad (7.67)$$

где  $E$  – среднеквадратичное поле, а  $\nu_m = n_a \sigma v$ . В стационарном случае для постоянного электрического поля выражение примет следующий вид:

$$-\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[ \frac{e^2 E^2}{3m^2} \frac{v}{n_a \sigma_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] = Q(f_0). \quad (7.68)$$

Перейдем в этом выражении к функции распределения по энергии, выраженной теперь не в эрг, а в эВ, введя новую переменную

$$\frac{\varepsilon}{e} \left[ \frac{\text{эрг}}{e} \right] = u \text{ [эВ]}.$$

Используя в соответствии с Приложением А соотношение (А.6) между  $f(\varepsilon)$  и  $f_0(v)$ , обе части которого домножим на  $e^{3/2}$ , и опуская в обозначении функции распределения нижний индекс ( $f_0 \rightarrow f$ ), получаем для ФРЭ, отнесенной к энергии в электронвольтах, выражение

$$f(u) = 2\pi \left( \frac{2e}{m} \right)^{3/2} f(v). \quad (7.69)$$

Здесь  $f(u)$  определено как  $f(u) = f_0(\varepsilon) \cdot e^{3/2}$  и имеет размерность  $[\text{эВ}^{-3/2}]$ .

Поскольку

$$u = \frac{mv^2}{2e},$$

то

$$v^2 = \left( \frac{2e}{m} \right) u$$

и

$$dv = \frac{1}{2} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} u^{-1/2} du.$$

Переписав уравнение для  $f(v)$  в виде

$$\frac{d}{dv} \left[ \frac{e^2 E^2}{3m^2 \nu_m} v^2 \frac{df(v)}{dv} \right] = -v^2 \left( \frac{\partial f(v)}{\partial t} \right)_{\text{inel}}, \quad (7.70)$$

теперь легко перейти к  $f(u)$ . Из уравнения видно, что для этого в левой и правой частях  $df(v)$  следует просто заменить на  $df(u)$ , а  $v^2$  — на  $u$ . Подставив оставшиеся “нескомпенсированными”  $d/dv$

$$\frac{d}{dv} = \left( \frac{2m}{e} \right)^{1/2} \sqrt{u} \frac{d}{du}, \quad (7.71)$$

получим

$$\sqrt{u} \left( \frac{2m}{e} \right)^{1/2} \frac{d}{du} \left[ \frac{e^2 E^2}{m^2 3\nu_m} u \cdot \sqrt{u} \left( \frac{2m}{e} \right)^{1/2} \frac{df(u)}{du} \right] = -u \left( \frac{\partial f(u)}{\partial t} \right)_{\text{inel}}. \quad (7.72)$$

И окончательно приходим к выражению

$$\frac{d}{du} \left[ \frac{2e}{3m} \left( \frac{E}{\nu_m} \right)^2 \nu_m u^{3/2} \frac{df}{du} \right] = -\sqrt{u} \left( \frac{\partial f(u)}{\partial t} \right)_{\text{inel}} \equiv -S_{\text{inel}}. \quad (7.73)$$

Ясно, что  $S_{\text{inel}}$  есть *источник* электронов на единицу энергетического диапазона, связанный с изменением энергии за счет неупругих столкновений и имеющий размерность  $[\text{эВ}^{-1}]$ . Обозначим член в скобках  $(-G_E)$ . По смыслу — это *ток* в пространстве энергий.  $G_E$  похож на ток проводимости в среде, только он пропорционален  $E^2$ , а не  $E$ . В результате получим уравнение

$$\frac{dG_E}{du} = S_{\text{inel}}, \quad (7.74)$$

являющееся уравнением непрерывности по оси энергии.

Полученное уравнение может быть решено, если конкретизировать функцию источника  $S_{\text{inel}}$ . Используем для этого упомянутое выше приближение Эллиса. Схема *источников* и *стоков*, соответствующая этой модели, показана на рис. 7.4, а. Предположим, что электроны набирают энергию от поля, а теряют только за счет

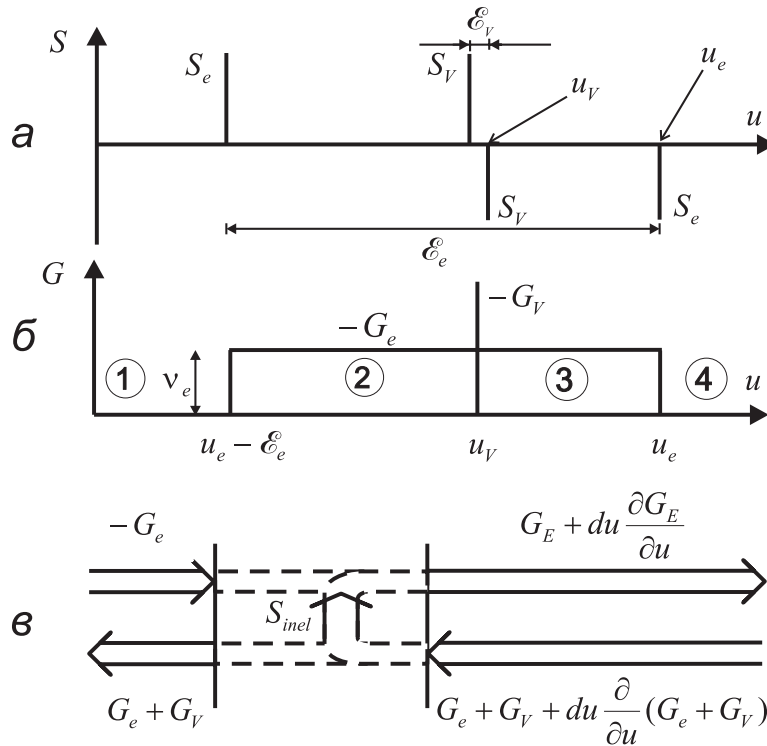


Рис. 7.4. К выводу уравнения непрерывности: а – функции источников; б – потоки; в – схема потоков в пространстве энергий

двух процессов — возбуждения одного электронного уровня и одного колебательного уровня молекулы. Сильно упрощая ситуацию, принимаем, что энергичные электроны, достигая порога возбуждения  $u_e$ , возбуждают электронный уровень с энергией возбуждения  $\mathcal{E}_e$  и возвращаются назад, перескакивая по оси энергий в интервал вблизи  $u = u_e - \mathcal{E}_e$  (здесь все энергии измеряются в эВ). Тогда функция источника для электронного возбуждения примет вид разности двух дельта-функций:

$$S_e(u) = -[\nu_e \cdot \delta(u - u_e) - \nu_e \delta(u - [u_e - \mathcal{E}_e])]. \quad (7.75)$$

При этом энергия электронов в принципе не может превысить энергию  $\mathcal{E}_e$ .

Точно так же для колебательного возбуждения можно записать

$$S_V(u) = -[\nu_V \delta(u - u_v) - \nu_V \delta(u - [u_v - \mathcal{E}_V])]. \quad (7.76)$$



Если бы  $\mathcal{E}_V$  было большим, то электроны не преодолели бы энергию  $u_V$ , но в отличие от электронного возбуждения, где  $\varepsilon_e$  и  $\mathcal{E}_e$  — величины одного порядка и скачок по шкале энергии очень большой, величина  $\mathcal{E}_e \ll u_V$ . Поэтому можно аппроксимировать правую часть производной от дельта-функции, положив  $du \simeq \mathcal{E}_V$ :

$$S_V(u) \simeq +\nu_V \frac{d\delta(u - u_e)}{du} \cdot \mathcal{E}_V. \quad (7.77)$$

Вернувшись к исходному уравнению, получим интегрируемое выражение

$$\frac{dG_E}{du} = -\frac{d}{du} \left[ \frac{2}{3} \frac{e}{m} \left( \frac{E}{\nu_m} \right)^2 \nu_m u^{3/2} \frac{df}{du} \right] = S_e(u) + S_V(u). \quad (7.78)$$

Первое интегрирование по энергии дает

$$G_E = -\frac{2}{3} \frac{e}{m} \left( \frac{E}{\nu_m} \right)^2 \nu_m u^{3/2} \frac{df}{du} = \int_0^u (S_e(u) + S_V(u)) du, \quad (7.79)$$

где интеграл справа представляет собой сумму потоков в пространстве энергий (рис. 7.4, б)

$$\int_0^u S_e(u) du = -G_e(u); \quad (7.80)$$

$$\int_0^u S_V(u) du = -G_V(u). \quad (7.81)$$

В результате имеем выражение

$$G_E + G_e + G_V = 0, \quad (7.82)$$

которое иллюстрируется схемой рис. 7.4, в и отражает закон сохранения числа электронов (ионизация в данной модели отсутствует). Эти потоки легко получаются интегрированием  $\delta$ -функции ( $S_e$ ) и производной  $\delta$ -функции ( $S_V$ ) и имеют вид

$$-G_e = \begin{cases} 0 & \text{при } u < u_e - \mathcal{E}_e, \\ \nu_e & u_e - \mathcal{E}_e < u < u_e, \\ 0 & \text{при } u > u_e; \end{cases}$$

$$-G_V = \nu_V \mathcal{E}_V \delta(u - u_V).$$

Перепишем уравнение (7.79) в виде

$$-\frac{2}{3} \frac{e}{m} \left( \frac{E}{\nu_m} \right)^2 \nu_m u^{3/2} \frac{df}{du} = -(G_e + G_V). \quad (7.83)$$

Чтобы его решить, нужно знать зависимость  $\nu_m(v)$ . Примем для простоты, что  $\nu_m = \text{const.}$  Введем, кроме того, дрейфовую энергию, которую определим выражением

$$u_d = \frac{1}{e} \frac{m v_d^2}{2}. \quad (7.84)$$

Здесь

$$v_d = \frac{eE}{m} t_m = \frac{eE}{m\nu_m}. \quad (7.85)$$

Следовательно,

$$u_d = \frac{m}{2e} \cdot e^2 E^2 m^2 \nu_m = \frac{e}{2m} \left( \frac{E}{\nu_m} \right)^2. \quad (7.86)$$

Подставим ее в уравнение (7.83) и получим

$$\frac{df}{du} = \frac{3}{4\nu_m u_d} u^{-3/2} (G_e + G_V). \quad (7.87)$$

Это выражение легко интегрируется. Стартуя от  $u = 0$  и учитывая, что  $G_e + G_V = 0$  в интервале энергий от нуля до  $u = u_e - \mathcal{E}_e$ , находим, что ФРЭ в области 1 (рис. 7.4, в) есть константа

$$f(u) = f(u_e - \mathcal{E}_e) \quad \text{при } u < u_e - \mathcal{E}_e. \quad (7.88)$$

Далее, проще вычислять интеграл начиная с правой границы. Учитывая требование равенства ФРЭ нулю при бесконечной энергии, запишем ФРЭ для области 4

$$f(u)| = 0 \quad \text{при } u > u_e. \quad (7.89)$$

Это выражение одновременно является граничным условием для ФРЭ в интервале 3. Отсюда получим

$$f(u) = \frac{3}{3u_d} \cdot \frac{\nu_e}{\nu_m} \left( \frac{1}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{u_e}} \right) \quad \text{при } u_V < u < u_e. \quad (7.90)$$

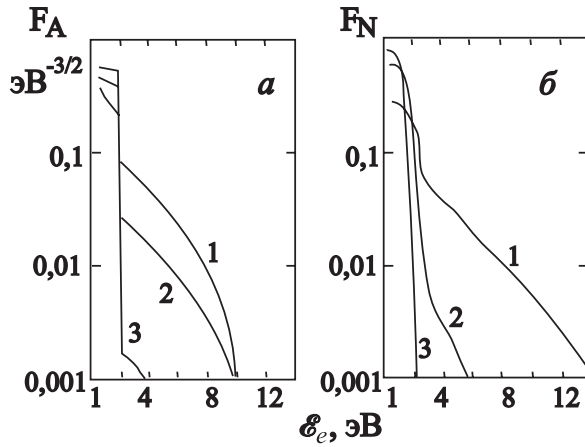


Рис. 7.5. Функция распределения электронов в азоте: *a* – вычисленные по упрощенной аналитической модели Эллиса; *б* – точный численный расчет Нигана

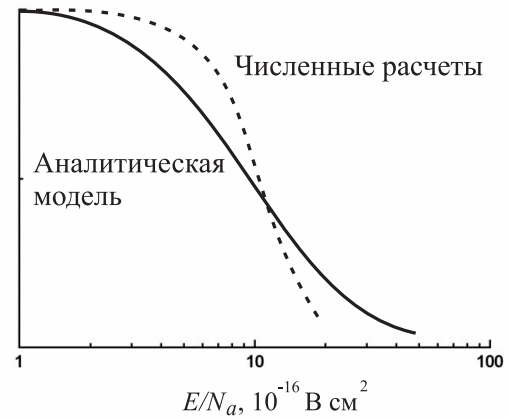


Рис. 7.6. Сравнение эффективности возбуждения колебательных уровней в молекуле СО, вычисленной по упрощенной модели, с точными численными расчетами

На левой границе области 3, при переходе к области 2 функция распределения имеет скачок, мощность которого определяется величиной  $\mathcal{E}_V$  перед  $\delta$ -функцией, в то время как функциональная зависимость сохраняется. Сшивка функций дает для области 2

$$f(u) = \frac{3}{2u_d} \cdot \frac{\nu_e}{\nu_m} \left( \frac{1}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{u_e}} + \frac{\nu_V}{\nu_e} \frac{\mathcal{E}_V}{2u_V^{3/2}} \right) \quad \text{при } u_e - \mathcal{E}_e < u < u_V. \quad (7.91)$$

Выражения (7.88), (7.91), (7.90) и (7.89) описывают модельную ФР для электронов в молекулярном газе.

На рис. 7.5, а приведены результаты расчетов функции распределения электронов в азоте по полученным выше выражениям, в которых принималось, что  $u_V = 2$  эВ,  $\mathcal{E}_V = 0,2$  эВ,  $u_e = \mathcal{E}_e = 10$  эВ. Результаты расчетов весьма неплохо совпадают с численными расчетами Нигана (рис. 7.5, б), выполненными с реальными сечениями с учетом всех уровней. Исключение, естественно, представляет зона 4, которая не

Таблица 7.1. Типы функции распределения электронов, наблюдавшиеся экспериментально в разных газах:  $F_M$  – Максвелла,  $F_D$  – Дрюйвестейна,  $F_N$  – Нигана

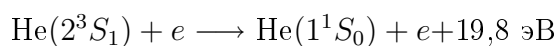
Газ	N <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	Воздух	H <sub>2</sub>	He	He	Ne	Cd
$\bar{\varepsilon}$ , эВ	1 – 3	3 – 4,5	3,7	5,6	6 – 7	4 – 8	3,5	2,0
$n_e/n_a$	$\leq 10^{-6}$	$\leq 10^{-6}$	$\leq 10^{-6}$	–	$\leq 10^{-6}$	$\leq 10^{-6}$	$\leq 10^{-3}$	$\leq 10^{-4}$
Вид ФР	$F_N$	$F_N$	$F_N$	$F_N$	$F_M$	$F_D$	$F_M$	$F_M$

описывается моделью. Тем не менее и простая модель в ряде случаев может дать качественно верные результаты. Например, используя полученную выше аналитическую ФРЭ и вычисленную на ЭВМ ФРЭ, была вычислена эффективность возбуждения колебательных состояний в СО. Результаты приведены на рис. 7.6 [52]. Простая модель дает более или менее разумное согласие с точными расчетами. Выше в таб. 7.1 приведены данные экспериментов о виде ФРЭ в различных газах, где указаны характерная “температура газа” и степень его ионизации.

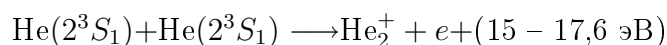
## 7.9. ФРЭ при наличии источника быстрых электронов

Быстрые электроны могут быть инжектированы в плазму извне или возникнуть непосредственно в нестационарной плазме, например на стадии рекомбинации и/или распада метастабильных атомов. Плазма несамостоятельного разряда, создаваемая инъекцией пучка с энергией десятки и сотни кэВ, широко используется для получения мощной генерации в инфракрасных лазерах на молекулярных газах. Быстрые электроны появляются также в рекомбинационных лазерах, которые вызывают интерес как возможные генераторы когерентного излучения в рентгеновском диапазоне. Плазма, поддерживаемая инъекцией электронов, подробно описана в приложении В.

Ограничимся здесь лишь самым общим обсуждением особенностей плазмы, имеющей популяцию быстрых электронов. ФРЭ электронов в двух типах плазм такого рода приведена на рис. 7.7, позаимствованном из работы [3]. Типичным примером рекомбинирующей плазмы, содержащей много метастабильных атомов, является распадающаяся плазма гелия. Реакции



и



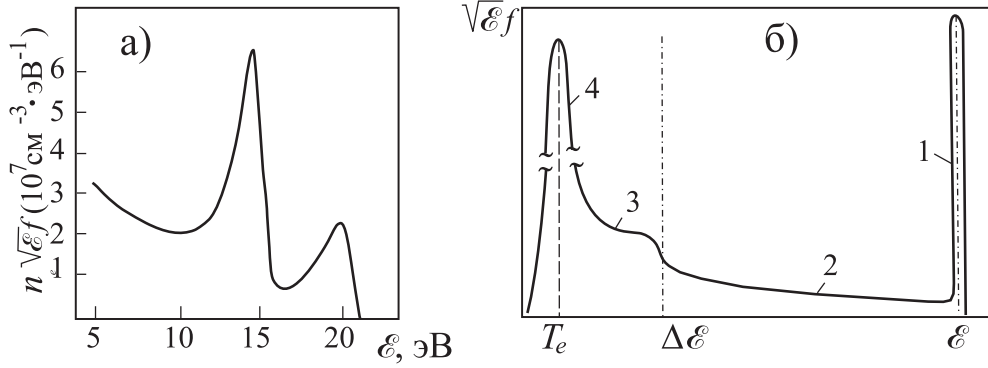
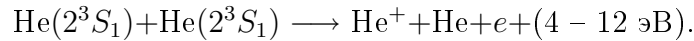


Рис. 7.7. Функции распределения: *a* – в распадающейся гелиевой плазме (1,5 Тор He, ток в импульсе 0,45 А, 50 мкс после конца импульса) и *б* – при инжекции в газ электронного пучка

ответственны за появление двух пиков на рис. 7.7, *a*, тогда как за сплошной спектр в диапазоне 4 – 12 эВ ответственна реакция



Качественная картина ФРЭ при инжекции в газ электронного пучка с энергией  $\mathcal{E}_0$  показана на рис. 7.7, *б*. В установившемся режиме в газе имеется группа электронов 1, принадлежащих пучку. От этой энергии вплоть до основной массы электронов расположена область электронов так называемого *ионизационного каскада* (область 2), где существенны только неупругие столкновения. Основная же масса электронов в газе (область 4) имеет низкую среднюю энергию с распределением, близким к максвелловскому (температура  $T_e$ ). Характерной особенностью такой *пучковой* плазмы является существование надпороговых электронов (область 3), которые имеют энергию выше, чем основная масса электронов, и постепенно охлаждаются за счет упругих соударений.

## 7.10. Диффузия и дрейф заряженных частиц в электрическом поле

Используя выражения для функции распределения, можно определить скорость дрейфа заряженных частиц, которая определяет макроскопический ток в газе. Ясно, что мы должны провести соответствующее усреднение скоростей электронов, используя функцию распределения по скоростям. Для выбранной группы частиц со значением абсолютной скорости  $v$ ,  $v + dv$  скорость дрейфа в направлении электрического поля равна

$$\begin{aligned} w(v) &= \frac{\int_{\Omega} v \cos \vartheta f(v, \Omega) d\Omega}{\int_{\Omega} f(v, \Omega) d\Omega} = \frac{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} v \cos \vartheta [f_0 + f_1 \cos \vartheta] \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}{\int f_0(v) d\Omega} \approx \\ &\approx \frac{2\pi \int_0^{\pi} v \cos \vartheta [f_0 + f_1 \cos \vartheta] \sin \vartheta d\vartheta}{4\pi f_0(v)}. \end{aligned} \quad (7.92)$$

Поскольку

$$\int_0^\pi f_0 \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta = 0$$

и

$$\int_0^\pi f_1 \sin \vartheta \cos^2 \vartheta d\vartheta = \frac{2}{3} f_1,$$

то, как и следовало ожидать, в выражении для  $w(v)$  остается лишь второй член, содержащий только несимметричную часть ФР.

Используя выражение (7.28), найдем  $f_1$

$$f_1 = \frac{eE}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \quad (7.93)$$

и подставим его в (7.92). В результате получим

$$\mathbf{w}(v) = \frac{v}{2f_0} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{e\mathbf{E}}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = \frac{v}{3f_0} \frac{e\mathbf{E}}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v}. \quad (7.94)$$

Для получения окончательного результата выполним усреднение  $w(v)$  по скоростям:

$$\mathbf{w} = \frac{\int_0^\infty \mathbf{w}(v) \cdot f_0(v) 4\pi v^2 dv}{\int_0^\infty f_0(v) \cdot 4\pi v^2 dv}. \quad (7.95)$$

Знаменатель, по определению, равен единице. Интегрируя далее, получим

$$\int_0^\infty \mathbf{w}(v) 4\pi v^2 f_0(v) dv = \int_0^\infty \frac{v}{3f_0} \frac{e\mathbf{E}}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} f_0 \cdot 4\pi v^2 dv; \quad (7.96)$$

$$\mathbf{w} = \frac{4\pi}{3} \frac{e\mathbf{E}}{m} \int_0^\infty \frac{v^3}{\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv. \quad (7.97)$$

Подставляя частоту столкновений в виде  $\nu_m = n_a \sigma_m v$ , имеем

$$\mathbf{w} = \frac{4\pi}{3} \frac{e\mathbf{E}}{m} \int_0^\infty \frac{v^2}{n_a \sigma_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv. \quad (7.98)$$

Взяв интеграл по частям, получим

$$I = -\frac{1}{4\pi n_a} \int_0^\infty v^{-2} \frac{\partial}{\partial v} \left[ \frac{v^2}{\sigma_m(v)} \right] \cdot 4\pi v^2 f_0 dv = -\frac{1}{4\pi n_a} \left\langle v^{-2} \frac{\partial}{\partial v} \frac{v^2}{\sigma_m(v)} \right\rangle. \quad (7.99)$$

Отсюда

$$\mathbf{w} = -\left(\frac{e}{m}\right) \left(\frac{\mathbf{E}}{n_a}\right) \frac{1}{3} \left\langle v^{-2} \frac{\partial}{\partial v} \frac{v^2}{\sigma_m(v)} \right\rangle \equiv \mu \mathbf{E}. \quad (7.100)$$

Полученное выражение представляет интерес вдвойне. Во-первых, мы получили коэффициент пропорциональности между  $\mathbf{w}$  и  $\mathbf{E}$ , называемый подвижностью (как мы увидим далее, эта зависимость выполняется далеко не всегда). Во-вторых, впервые встретили параметр  $(E/n_a)$  или  $E/p$  в старой литературе. Этот параметр часто встречается в физике газового разряда и называется параметром подобия Таунсенда (1900). Он имеет размерность

$$\frac{\text{В}}{\text{см} \cdot \text{см}^{-3}} = \text{В} \cdot \text{см}^2$$

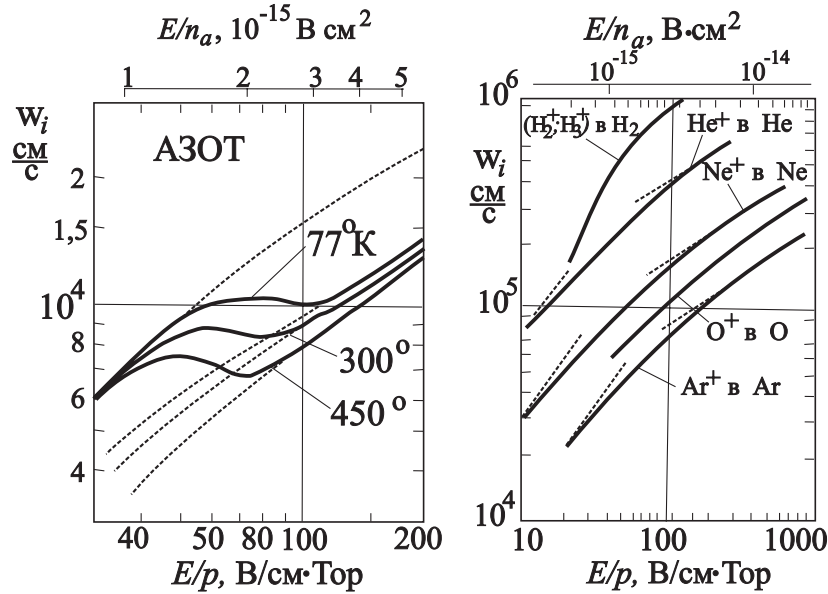


Рис. 7.8. Скорости дрейфа: *a* – собственных ионов в азоте (пунктир — теоретические значения); *б* – указанных ионов в газах

или

$$\frac{\text{В}}{\text{Тор}} \equiv \frac{\text{В}}{\text{мм} \cdot \text{рт} \cdot \text{ст}}.$$

В литературе встречается также внесистемная единица 1 Таунсенд (Td) =  $10^{-17}$  В·см<sup>2</sup>.

При дрейфе ионов существенную роль могут играть перезарядка, — особенно при дрейфе в собственном газе, — и образование комплексных ионов. Перезарядка и изменение молекулярного состава ионов приводят к сложной зависимости скорости дрейфа ионов от параметра подобия Таунсенда (рис. 7.8, *a*). Еще одной причиной, меняющей функциональную зависимость скорости дрейфа от  $E/n_a$  (рис. 7.8, *б*), является смена при больших скоростях поляризационного взаимодействия на столкновение типа твердых шаров [2]. Зависимость  $w = \mu E$  выполняется обычно при малых  $E/n_a$  и лучше для атомарных газов (рис. 7.9).

Теперь найдем связь коэффициента диффузии с подвижностью заряженных частиц. Рассмотрим для этого диффузию ионов в однородном газе при наличии градиента плотности ионов  $dn_i/dz$ , направленного в сторону направления электрического поля  $E$ . Тогда диффузионный поток направлен в противоположную сторону. Выберем величину электрического поля такой, чтобы скомпенсировать диффузионный поток. Условием равновесия потоков будет равенство

$$D \frac{dn_i}{dz} = wn_i = \mu En_i, \quad (7.101)$$

откуда получаем соотношение между коэффициентами диффузии  $D$  и подвижности  $\mu$ :

$$\frac{1}{n_i} \frac{dn_i}{dz} = \frac{\mu E}{D}. \quad (7.102)$$

Величину градиента плотности можно определить независимо другим способом, потребовав, чтобы сила газокINETического давления на торцы элементарного объема

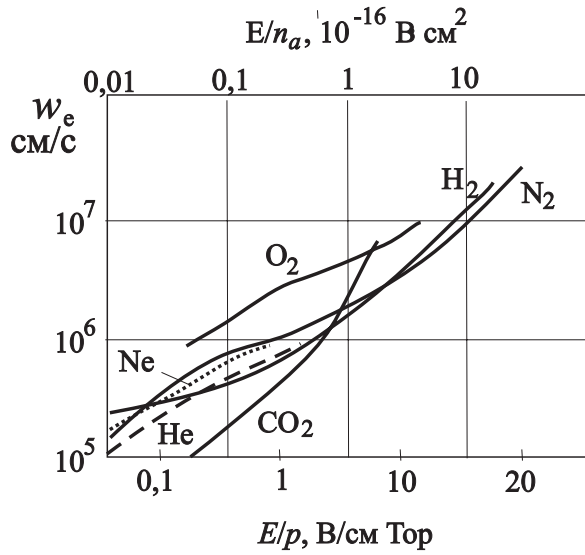


Рис. 7.9. Экспериментальные данные о скоростях дрейфа электронов в некоторых газах

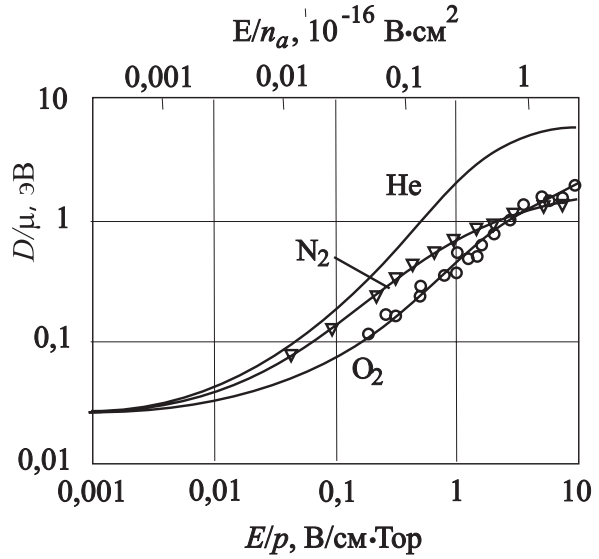


Рис. 7.10. Зависимость характеристической энергии электронов в газах от  $E/p$

$dV = S \cdot dz$  и сила Лоренца, действующая на ионы в объеме, уравновешивались

$$T_i dn_i = eE \cdot n_i dz. \quad (7.103)$$

Отсюда

$$\frac{1}{n_i} \frac{dn_i}{dz} = \frac{eE}{T_i}, \quad (7.104)$$

и, сравнивая (7.102) с (7.104), получим уравнение Эйнштейна

$$T_i = \frac{eD}{\mu}. \quad (7.105)$$

Это выражение справедливо, если имеется термодинамическое равновесие  $T_i = T_e = T_a$ . Температура электронов, находящихся в электрическом поле, часто устанавливается на уровне, превышающем температуру ионов  $T_e > T_i$ . При этом  $T_e > T_a \simeq T_i$ . В таком случае вводят энергетический коэффициент Таунсенда  $\eta$ , который подправляет формулу Эйнштейна

$$\frac{D}{\mu} = \eta \frac{T_a}{e}. \quad (7.106)$$

Из рис. 7.10 видно, что характерная энергия электронов в газе при низких напряженностях поля близка к температуре газа, но при повышении напряженности увеличивается и превышает ее на 1 – 2 порядка. Это и есть упоминавшееся ранее явление отрыва электронной температуры.





# Электрический разряд в газе



# Глава 8

## Основы теории пробоя газа

### 8.1. Первый коэффициент Таунсенда. Цена ионизации

Электрический пробой газа, заполняющего промежуток между электродами, к которым приложено напряжение, начинается с появления в промежутке заряженных частиц. Их источником могут быть, например, эмиссия электронов с поверхностей, ионизация газа космическим излучением или искусственным ионизатором, молекулярные процессы. Эти *первичные* электроны, дрейфуя в электрическом поле, при достаточной величине последнего могут возбуждать и ионизовать атомы (молекулы) среды<sup>1</sup>, что приводит к размножению электронов и появлению в объеме ионов и фотонов. Ток в промежутке возрастает. Образовавшиеся в промежутке ионы и фотоны достигают катода, вызывая эмиссию *вторичных* электронов. В зависимости от обстоятельств совокупность этих процессов может привести к возникновению самостоятельного или несамостоятельного газового разряда. За редким исключением основную роль в развитии разряда играют электроны, которые, будучи легкими частицами, способны быстро набирать энергию в электрическом поле и ионизовать газ в промежутке.

Рассмотрим сначала механизм размножения электронов в газе. Будем обозначать здесь энергию электронов символом  $\varepsilon$ . Скорость ионизации газа электронами, имеющая размерность  $[1/\text{см}^3 \cdot \text{с}]$ , равна

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_i = \int_I^\infty n_a \sigma_i(\varepsilon) v n(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (8.1)$$

где функция распределения нормирована на полное число электронов

$$n_e = \int_0^\infty n(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (8.2)$$

Очевидно, что число актов ионизации, совершаемых в среднем электроном за одну секунду, которое называют частотой ионизации, можно записать следующим образом:

$$\nu_i = \frac{\int n_a \sigma_i(\varepsilon) v n(\varepsilon) d\varepsilon}{\int n(\varepsilon) d\varepsilon} = n_a \langle \sigma_i \cdot v \rangle \equiv n_a k_i, \quad (8.3)$$

---

<sup>1</sup>Как и ранее под термином “атомы” будут подразумеваться все нейтральные компоненты — как атомы, так и молекулы — кроме нескольких очевидных случаев, в которых поведение атомов и молекул специфично.

где  $k_i$  - константа скорости ионизации в кинетическом уравнении

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_i = k_i n_e n_a. \quad (8.4)$$

Если число электронов в газе очень мало, то, до тех пор пока не включатся процессы гибели частиц, в соответствии с этим уравнением число электронов нарастает лавинообразно:

$$\frac{dn_e}{dt} = \nu_i n_e, \quad n_e = n_e^0 e^{\nu_i t}. \quad (8.5)$$

Рассмотрим ионизацию при дрейфе электрона в однородном поле. Поскольку скорость дрейфа электрона  $w_e = \text{const}$ , удобно записать скорость рождения заряженных частиц следующим образом

$$\frac{dn_i}{dt} \equiv \frac{dn_e}{dt} = \alpha w_e n_e, \quad (8.6)$$

где величину

$$\alpha [\text{см}^{-1}] = \frac{\nu_i}{w_e} = \frac{\int_I^\infty n_a \sigma_i(v) v \cdot 4\pi f_{e0}(v) v^2 dv}{(4\pi/3) \int_0^\infty v f_{e1}(v) v^2 dv} \quad (8.7)$$

называют первым коэффициентом Таунсенда. В предыдущей главе было показано, что и скорость дрейфа  $w_e(E/n_a)$ , и функция распределения  $f_e(v) = f_e(E/n_a)$  являются функциями отношения  $E/n_a$ . Поэтому из (8.7) следует, что и частное от деления первого коэффициента Таунсенда на плотность газа также является функцией  $E/n_a$ :

$$\frac{\alpha}{n_a} = f\left(\frac{E}{n_a}\right). \quad (8.8)$$

Эта величина, которую можно назвать *нормализованным коэффициентом Таунсенда*, имеет размерность  $[\text{см}^2]$  и представляет собой некоторое усредненное по ансамблю сечение ионизации (не путать с  $\sigma_i$ ), характерное для данного газового состава при данном  $E/n_a$ . Подборка экспериментальных данных для первого коэффициента Таунсенда приведена на рис. 8.1.

Таунсенд нашел явный вид  $\alpha/n_a$  в простом приближении, предположив, что электрон ионизует атом, если в процессе его ускорения в электрическом поле он достигает энергии, превышающей потенциал ионизации:  $eEz \geq I$ . Если длина свободного пробега электрона -  $\lambda$ , то вероятность того, что он пройдет без столкновений расстояние  $z$ , равна  $W(z) = \exp(-z/\lambda)$ . На пути один сантиметр среднее число столкновений, очевидно, равно  $\lambda^{-1}$ , а число пробегов длиной, большей или равной  $z$ , будет определяться выражением  $P(z) = \lambda^{-1} \cdot \exp(-z/\lambda)$ . Так как длина свободного пробега обратно пропорциональна плотности газа, то

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{n_a \langle \sigma v_e \rangle}{v_e} = A n_a \quad (8.9)$$

и

$$\alpha \equiv P\left(z = \frac{I}{eE}\right) = A n_a \cdot \exp\left(-\frac{AI}{e(E/n_a)}\right) \quad (8.10)$$

или окончательно

$$\frac{\alpha}{n_a} = A \cdot \exp\left(-\frac{B}{E/n_a}\right). \quad (8.11)$$

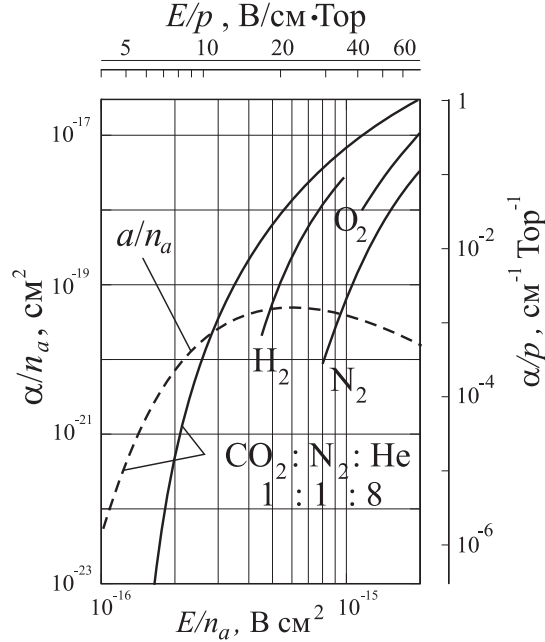


Рис. 8.1. Первый коэффициент Таунсенда  $\alpha$  для некоторых газов; пунктир — коэффициент диссоциативного прилипания  $a$  электрона  $\text{CO}_2 + e^- \rightarrow \text{CO} + \text{O}^-$

Это выражение оказывается применимым в широких пределах изменения  $E/n_a$ , если использовать в качестве констант  $A$  и  $B$  величины, эмпирически найденные для каждого газа.

В литературе, особенно старой, часто встречается представление  $\alpha$ , отнесенное к не к плотности, а к давлению газа  $p$ , выраженному в Торр или (что эквивалентно) в мм. рт. ст.<sup>2</sup> Тогда выражение имеет вид

$$\frac{\alpha}{p} = A_p \cdot \exp\left(-\frac{B_p}{E/p}\right), \quad (8.12)$$

где константы  $A_p$  и  $B_p$  имеют размерности [пар ионов/см·Торр] и [В/см·Торр] соответственно. Их значения для наиболее интересных для практики газов, позаимствованные из монографии [5], приведены в таб. 8.1, где величины, отмеченные звездочками, могут быть в два раза больше.

Используя эти эмпирические значения, по аналогии с выражениями (8.10) и (8.10) можно найти некий *эффективный потенциал ионизации*

$$V_* = \frac{B_p}{A_p},$$

приведенный в той же таблице. Эта величина выше, чем истинный потенциал ионизации соответствующего газа.

График зависимости  $\alpha/p = f(E/p)$  в приближении Таунсенда показан на рис. 8.2. Он правильно передает, по крайней мере качественно, ход зависимости, полученной в экспериментах. Перенесем теперь  $p$  в выражении (8.12) в правую часть, возьмем

<sup>2</sup>Здесь и далее уже не упоминается о том, что в этом случае давление измеряется при 25 С.

Таблица 8.1. Параметры для вычисления первого коэффициента Таунсенда и константы Столетова для некоторых газов

Газ	$A_p$ пар ионов/ см·Тор	$B_p$ В/см·Тор	$(\alpha/p)^*$ пар электрон- ион/см·Тор	$(E/\alpha)_{\min}$ эВ/пара электрон-ион	$V_*$ эВ/пара электрон-ион	$I$ эВ
Ar	12	200	4,43	45	16,7	15,7
Воздух	12,20	365	4,49	81	30	–
CO <sub>2</sub>	20*	466	7,36	63	23	13,7
H <sub>2</sub>	10,60	350	3,90	90	33	15,4
HCl	25	380	9,20	41	15	–
He	1,82	50	0,67	75	28	24,5
Hg	20	370	7,36	50	19	10,4
H <sub>2</sub> O	12,90*	289	4,75	61	22	12,6
Kr	14,50	220	5,32	41	15,2	14,0
N <sub>2</sub>	10,60	342	3,90	88	32	15,5
Ne	4,00	100	1,47	68	25	21,5
Xe	22,20	310	8,18	38	14	12,1

производную по  $p$  и приравняем ее нулю

$$\frac{d\alpha}{dp} = A_p \left[ 1 - \frac{pB_p}{E} \right] \exp \left( -\frac{B_p p}{E} \right) = 0. \quad (8.13)$$

Отсюда легко найти давление  $p^*$ , которому при заданном  $E$  соответствует максимальное значение первого коэффициента Таунсенда для данного газа

$$p^* = \frac{E}{B_p}. \quad (8.14)$$

Впервые существование давления, при котором ионизация максимальна, было эмпирически обнаружено для воздуха Столетовым в 1890 г. Найденная им величина хорошо совпадает с современными данными. Соответствующее этой точке значение переменной  $E/p$ , равное  $B_p$  (см. таб. 8.1), называется точкой Столетова. Касательная к нормализованному коэффициенту Таунсенда в этой точке, как видно из рис. 8.2, проходит через начало координат. Вычислив из уравнения (8.12) величину  $E/\alpha$  в точке Столетова, мы найдем минимальную энергию, которую нужно затратить на образование одной пары электрон–ион в данном газе:

$$\left( \frac{E}{\alpha} \right)_{\min} \left[ \frac{\text{эВ}}{\text{пара эл.-ион.}} \right] = e \cdot \frac{B_p}{A_p}, \quad (8.15)$$

где  $e$  – основание натуральных логарифмов. Эта энергия называется *ценой ионизации*. Она также приведена в таблице. Цена ионизации в газовом разряде отличается от цены ионизации при взаимодействии быстрых электронов с веществом. В воздухе, например, последняя для быстрых электронов равна 33 эВ [2], что почти вдвое меньше, чем цена ионизации в газовом разряде, равная (см. таб. 8.1) 63 эВ.

Еще одной важной точкой на рис. 8.2 является точка перегиба кривой при  $E/p = B_p/2$ . Она играет важную роль в теории пробоя, учитывающей положительный про-

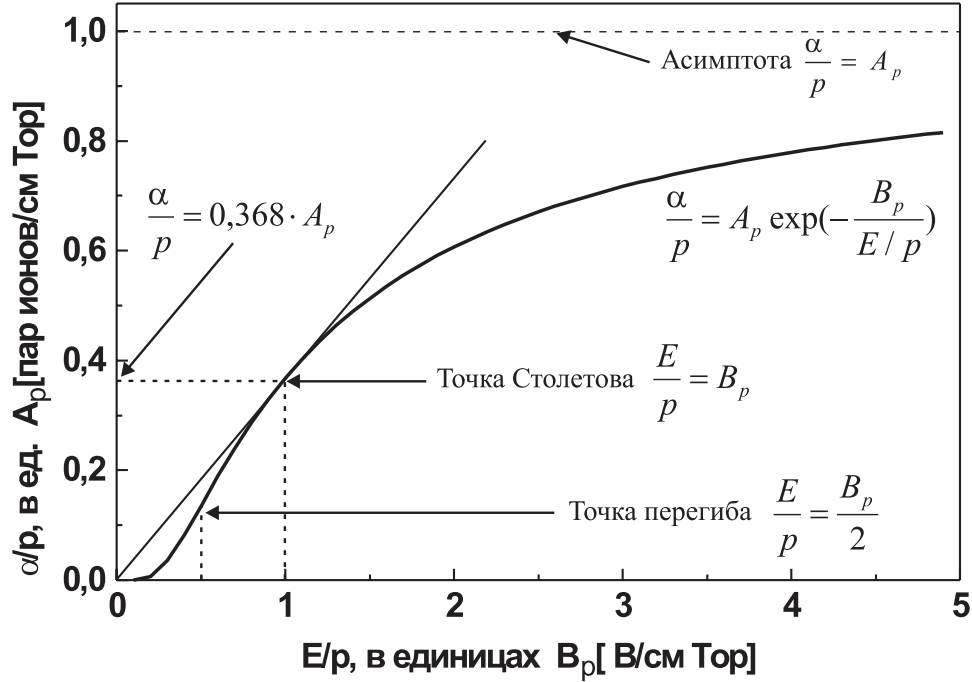


Рис. 8.2. Зависимость  $\alpha/p$  от  $E/p$  согласно теории Таунсенда

пространственный заряд, накапливающийся в промежутке, и мы вернемся к этому вопросу в разд. 9.1. При больших значениях величины  $E/p$  нормализованный коэффициент Таунсенда асимптотически стремится к значению  $\alpha/p = A_p$ . В действительности, однако, эта область не имеет реального значения для газового разряда, поскольку при больших  $E/p$  разряд развивается, как будет показано ниже, по другому механизму.

## 8.2. Электронные лавины

Таунсенд в 1915 г. выдвинул идею о развитии разряда как серии последовательных лавин. В 1935 г. Дж. Ретер [53] визуально наблюдал одиночные лавины в камере Вильсона. На рис. 8.3 показаны плоский разрядный промежуток, используемая далее система координат и схема электрической цепи разряда. Здесь и далее  $w_e$  и  $w_p$  — дрейфовые скорости электрона и положительного иона в газе.

На начальной стадии развития лавины рекомбинацией и влиянием пространственного заряда можно пренебречь. Поскольку скорости дрейфа и диффузии ионов гораздо меньше, чем электронов, то лавина приобретает вид клина. Ее сферическая головка содержит все электроны, тогда как ионы распределены по всей лавине, причем вне головки существуют только ионы. Уравнение, описывающее динамику плотности электронов в промежутке, имеет вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + w_e \frac{\partial n_e}{\partial z} = \alpha w_e n_e + D \nabla^2 n_e. \quad (8.16)$$

Решение этого уравнения есть

$$n_e(\mathbf{r}, t) = \frac{n_e(0, 0)}{(4\pi Dt)^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2 + (z - w_e t)^2}{4Dt} + \alpha w_e t \right\}, \quad (8.17)$$

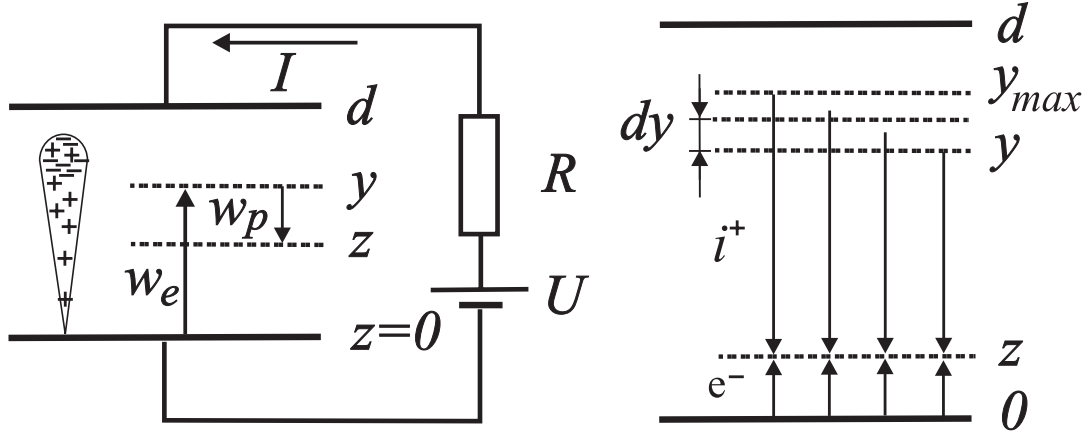


Рис. 8.3. Схема развития одиночной лавины в плоском разрядном промежутке. Справа — система координат для расчета токов электронов и ионов в одномерном приближении

где  $w_e t \equiv z$ . Число электронов в лавине растет со временем экспоненциально. Их плотность в головке лавины спадает по радиусу по закону Гаусса, а эффективный диффузионный радиус равен  $r_0 = \sqrt{6Dt}$ .

Поскольку

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \alpha w_e n_e, \quad (8.18)$$

то

$$n_p(\mathbf{r}, t) = \alpha w_e \int_0^t \frac{n_e(0, 0)}{(4\pi Dt')^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2 + (z - w_e t')^2}{4Dt'} + \alpha w_e t' \right\} dt'. \quad (8.19)$$

Иначе говоря, “неподвижные” ионы остаются в хвосте лавины, а их плотность экспоненциально нарастает вдоль оси  $z$ .

### 8.3. Токи носителей в плоском разрядном промежутке

Далее будем пренебрегать диффузией как более медленным, по сравнению с дрейфом, процессом. Тогда уравнения Таунсенда, описывающие токи электронов и ионов, для плоской геометрии можно записать в виде

$$\begin{cases} \frac{1}{w_e} \frac{\partial i_e}{\partial t} = -\frac{\partial i_e}{\partial z} + \alpha i_e; \\ \frac{1}{w_p} \frac{\partial i_p}{\partial t} = \frac{\partial i_p}{\partial z} + \alpha i_e, \end{cases} \quad (8.20)$$

где  $i_e(z, t)$  — плотность тока электронов в промежутке на расстоянии  $z$  от катода. Для их решения необходимы начальное условие для тока на катоде, вызванного иницирующим лавину внешним источником,

$$i_{e0}(0, t) = \begin{cases} eN_0(t) \equiv i_0(t), & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases} \quad (8.21)$$



и граничное условие, описывающее вторичные процессы на катоде,

$$i_e(0, t) = i_0(t) + \gamma_p i_p(0, t) + \int_0^d \delta g \gamma_\phi i_e(z', t) dz' . \quad (8.22)$$

В этой формуле  $i_0$  – ток, создаваемый внешним источником, второй член – ток вторичной ионно-электронной эмиссии с катода, последний член – ток, вызванный фотоэлектронной эмиссией, где  $\delta$  – число фотонов, рожденных при дрейфе одним электроном на пути 1 см, а  $g$  – геометрический фактор. Обратим особое внимание на множители  $\gamma_x$ , определяющие выход электродов из катода. Их называют вторым коэффициентом Таунсенда. Причем  $\gamma_p = N_e/N_p$  определяет коэффициент вторичной ионно-электронной эмиссии, а  $\gamma_\phi$  – коэффициент выхода электронов из поверхности под действием жесткого ультрафиолетового излучения.

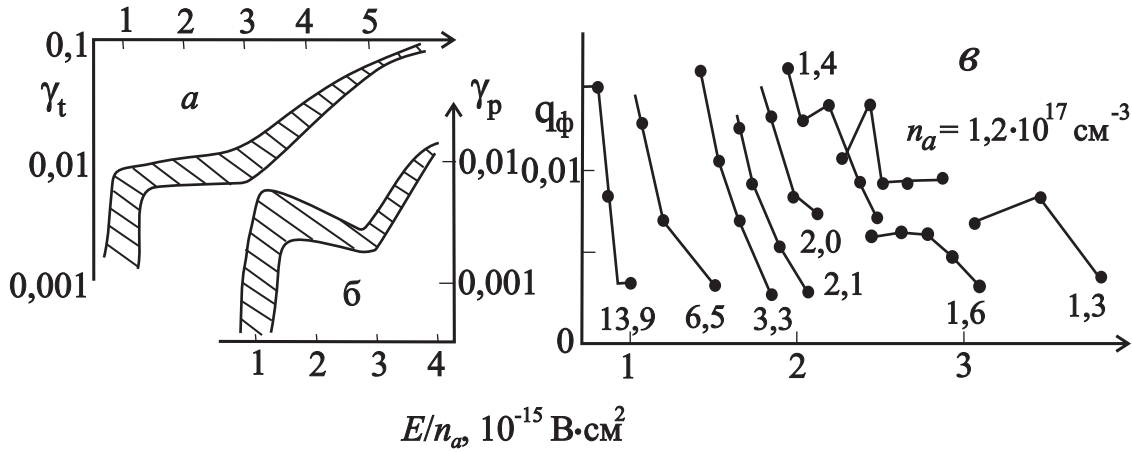


Рис. 8.4. Полный коэффициент вторичной эмиссии электронов с золотого катода в водороде (а); коэффициент  $\gamma_p$  (б) и коэффициент  $q_\phi$  как функция параметра  $E/n_a$  (в). Экспериментальные точки на графиках (а) и (б) лежат в заштрихованной области

Следует отметить, что  $\gamma_p$  является функцией уже известного нам параметра  $E/n_a$ , поскольку все входящие в него величины (число рождаемых ионов, их скорость дрейфа и тепловая скорость) сами являются функцией  $E/n_a$ . Напротив, среднее число электронов, рождаемых на катоде в расчете на одно ионизирующее столкновение электрона в объеме  $q_\phi = \delta g \gamma_\phi / \alpha$ , не может быть функцией только  $E/n_a$ , так как с изменением  $n_a$  меняется и вероятность тушения возбужденных атомов, и поглощение фотонов в газе. Следовательно, при фотоэлектронной эмиссии с катода коэффициент вторичной эмиссии, как это подтверждается и рисунком 8.4 [54], не будет универсально зависеть от  $E/n_a$ .

Из первого уравнения Таунсенда следует, что в момент времени  $t$  от старта лавины поток электронов через плоскость  $z$  равен

$$i_e(z, t) == \begin{cases} i_e(0, t - z/w_e) \cdot e^{\alpha z}, & \text{при } t \geq z/w_e, \\ i_e(z, t) = 0, & \text{при } t < z/w_e, \end{cases} \quad (8.23)$$

где  $i_e(0, t - z/w_e)$  – ток на катоде. Величину  $e^{\alpha z}$ , определяющую рост числа электронов в лавине после прохождения ею расстояния  $z$ , называют газовым усилением. Смысл полученного решения состоит в том, что ток в плоскости  $z$  в момент времени

$t$  равен току, эмитированному с катода в момент времени  $(t - z/w_e)$ , умноженному на величину газового усиления.

Перейдем теперь к вычислению ионного тока, протекающего в момент  $t$  через плоскость  $z$ . Он складывается из потоков ионов, рожденных в расположенных выше плоскостях в более ранние моменты времени. Например, из плоскости  $y$  в данный момент приходят ионы, рожденные в более ранний момент времени

$$t' = t - \frac{y - z}{w_p}. \quad (8.24)$$

Поток этих ионов в расчете на  $1 \text{ см}^2$  равен

$$dN_p [\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}] = \alpha n_e w_e dy = \frac{\alpha}{e} i_e \left(0, t' - \frac{y}{w_e}\right) e^{\alpha y} dy. \quad (8.25)$$

Здесь учтено, что газовое усиление для ионов равно нулю. Видно, что  $dN_p$  определяется током электронов, стартовавших с катода в момент времени

$$t' - \frac{y}{w_e} = t - \frac{y}{w_p} - \frac{y}{w_e} + \frac{z}{w_p} = t - \frac{y}{w_*} + \frac{z}{w_p}, \quad (8.26)$$

где введена величина, которую по известной аналогии можно назвать приведенной скоростью дрейфа

$$w_* = \frac{w_p w_e}{w_p + w_e} = \frac{w_p}{1 + \frac{w_p}{w_e}} \leq w_p. \quad (8.27)$$

Поскольку мы приняли, что момент старта лавины  $t = 0$ , то приравняв (8.26) нулю, найдем плоскость  $y_{max}$ , ионы с которой еще могут достигнуть плоскости  $z$  в момент времени  $t$ :

$$y_{max}(t) = w_* \left(t + \frac{z}{w_p}\right). \quad (8.28)$$

С ростом  $t$  эта плоскость  $y_{max}$  приближается к аноду и начиная с момента

$$t = \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p}$$

в плоскость  $z$  будут поступать ионы со всего расположенного выше промежутка.

Интегрируя  $dN_0$  от  $z$  до  $y_{max} \leq d$ , получим плотность ионного тока  $i_p = \int e N_p$ :

$$\begin{cases} i_p(z, t) = \int_z^{w_* \left(t + \frac{z}{w_p}\right)} \alpha i_e \left(0, t - \frac{y}{w_*} + \frac{z}{w_p}\right) e^{\alpha y} dy, & t < \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p}, \\ i_p(z, t) = \int_z^d \alpha i_e \left(0, t - \frac{y}{w_*} + \frac{z}{w_p}\right) e^{\alpha y} dy, & t \geq \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p}. \end{cases}$$

Последнее выражение можно записать более компактно:

$$\begin{cases} i_p(z, t) = \int_z^{y_{max}} \alpha i_e \left(0, t - \frac{y}{w_*} + \frac{z}{w_p}\right) e^{\alpha y} dy, \\ y_{max} = \begin{cases} w_* \left(t + \frac{z}{w_p}\right), & t < \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p} \simeq \frac{d - z}{w_p}, \\ d, & t \geq \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p}. \end{cases} \end{cases}$$

Это уравнение следует дополнить граничным условием, состоящим в том, что ионы не могут попадать на анод:

$$i_p(d, t) = 0 . \quad (8.29)$$

Таким образом, ток ионов в промежутке мы выразили через ток электронов в промежутке, который, в свою очередь, однозначно определяется током эмиссии электронов с катода  $i_e(0, t - z/w_e)$ , а он — граничным условием (8.22), учитывающим как внешний источник, так и вторичные процессы на катоде. Цепь замкнулась. Набор упомянутых уравнений позволяет вычислить все токи в промежутке. Теперь можно перейти к определению тока во внешней цепи.

## 8.4. Ток во внешней цепи

Перемещение любого заряда в промежутке индуцирует смещение зарядов во всей электрической цепи. Ток во внешней цепи равен полному току в промежутке, определяемому для каждого из носителей (электроны, положительные и отрицательные ионы) в соответствии с теоремой о среднем

$$I_{e,p,n}(t) = \frac{1}{d} \int_0^d i_{e,p,n}(z, t) dz . \quad (8.30)$$

Вероятность образования отрицательных ионов (которые нередко появляются за счет прилипания электронов к нейтральным частицам и играют существенную роль на стадии распада плазмы) в процессе пробоя газа обычно невелика, поэтому далее исключим их из рассмотрения.

Примем для простоты, что в начальный момент из катода мгновенно испускается  $N_0$  электронов, инициирующих начальный импульс тока

$$i_0(t) = e \cdot N_0 \cdot \delta(t) , \quad (8.31)$$

и вычислим  $I_e$  и  $I_p$ .

Подставив полученное в предыдущем разделе выражение для  $i_e(z, t)$  в (8.31), получим

$$\begin{aligned} I_e(t) &= \frac{1}{d} \int_0^d e N_0 \delta \left( t - \frac{z}{w_e} \right) \cdot w_e \cdot d \left( \frac{z}{w_e} \right) \cdot e^{\alpha z} = \\ &= \frac{e N_0 w_e}{d} \int_0^t e^{\alpha w_e (z/w_e)} \delta \left( t - \frac{z}{w_e} \right) d \left( \frac{z}{w_e} \right) . \end{aligned} \quad (8.32)$$

Введя время пересечения промежутка электроном  $T_e = d/w_e$ , получим

$$I_e^{(1)}(t) = \begin{cases} \frac{e N_0}{T_e} e^{\alpha w_e t} , & \text{если } 0 \leq t \leq T_e ; \\ 0 , & \text{если } t > T_e . \end{cases} \quad (8.33)$$

Здесь индекс (1) означает, что выражение описывает первичные токи, которые связаны только с процессом размножения частиц при пролете лавины через газовый промежуток.

Теперь перейдем к вычислению ионного тока. Прежде чем воспользоваться теоремой о среднем (8.30), возьмем интеграл в выражении тока ионов в промежутке  $i_p(z, t)$ :

$$\begin{cases} i_p(z, t) = \alpha e N_0 \int_0^{y_{max}} e^{\alpha y} \cdot \delta \left( t + \frac{z}{w_p} - \frac{y}{w_*} \right) dy = \\ = \alpha w_* e N_0 \cdot e^{\alpha w_* (t+z/w_p)}, & \text{при } \frac{z}{w_e} \geq t \geq \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p}; \\ i_p(z, t) = 0, & \text{вне этого интервала.} \end{cases}$$

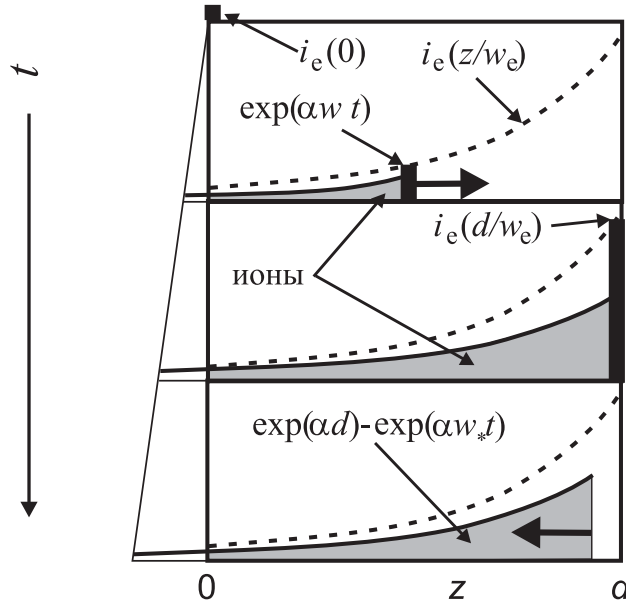


Рис. 8.5. Схема распределения ионов в промежутке при прохождении электронной лавины, вызванной мгновенной эмиссией электронов с катода, для трех последовательных моментов времени: *a* – электронная лавина (обозначена толстым столбиком) вблизи середины промежутка; *b* – электронная лавина достигла анода; *в* – дрейф ионного “шлейфа” после ухода электронов из промежутка. Площадь под кривой правее  $z = 0$  пропорциональна току во внешней цепи  $I_p$ , вызванному движением ионов в промежутке. Вторичная эмиссия с катода не учитывается

Смысл ограничения на время ясен из рис. 8.3 и 8.5. До прихода электронов в плоскость  $z$  (момент  $t = z/w_e$ ) ионный ток в этой плоскости также отсутствует. Далее в каждый момент времени  $t$  в плоскость  $z$  приходят ионы из некоторой выше лежащей плоскости  $y$ , удовлетворяющей условию

$$t = \frac{y}{w_e} + \frac{y-z}{w_p}. \quad (8.34)$$

Ток прекращается после прихода ионов, рожденных непосредственно у анода. Это произойдет в момент времени

$$\frac{d}{w_e} + \frac{d-z}{w_p} \equiv \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p}. \quad (8.35)$$

Теперь можно взять упомянутый выше интеграл по промежутку, что и даст нам ток во внешней цепи, вызванный движением ионов в промежутке:

$$I_p^{(1)} = \frac{\alpha w_* e N_0}{d} \int_0^d e^{\alpha w_* (t+z/w_p)} dz \cdot \frac{(\alpha w_*/w_p)}{(\alpha w_*/w_p)} = \frac{e N_0 w_p}{d} \cdot e^{\alpha w_* t} \cdot \left( e^{\alpha w_* z/w_p} \Big|_0^\zeta \right). \quad (8.36)$$

Мы обозначили здесь верхний предел интегрирования буквой  $\zeta$ , чтобы отметить, что, до того как электроны достигнут анода (при  $t < T_e$ ), ионы реально существуют (см. рис. 8.5) только в нижней части промежутка в области, где прошла электронная лавина  $z \leq w_e t$ . После того как электроны уйдут на анод ( $t > T_e$ ), верхняя граница этой области движется от анода к катоду вместе с дрейфующими ионами:

$$z_{max} = d - w_p(t - T_e).$$

Подставив  $z_{max}$  в качестве верхней границы интегрирования  $\zeta$  и объединив вместе обе экспоненты, получим выражение для первичного ионного тока в цепи:

$$I_p^{(1)}(t) = \begin{cases} \frac{e N_0}{T_p} (e^{\alpha w_e t} - e^{\alpha w_* t}), & \text{при } 0 \leq t \leq T_e, \\ \frac{e N_0}{T_p} (e^{\alpha d} - e^{\alpha w_* t}), & \text{при } T_e \leq t \leq T_e + T_p, \end{cases} \quad (8.37)$$

к которому допишем уже полученное ранее выражение для первичного электронного тока

$$I_e^{(1)}(t) = \begin{cases} \frac{e N_0}{T_e} e^{\alpha w_e t}, & \text{при } 0 \leq t \leq T_e. \end{cases} \quad (8.38)$$

Смысл полученных выражений очевиден. Первый член выражения для ионного тока в (8.37) в течение импульса электронов пропорционален электронному току, — число образующихся ионов равно числу образующихся электронов, — а амплитуда ионного тока меньше электронного в  $T_e/T_p$  раз, где  $T_p = d/w_p$  — время, за которое ион, рожденный возле катода, пересекает межэлектродный промежуток. Второй член выражения (8.37) учитывает уход за время, прошедшее от инициирования первичных электронов, части ионов из промежутка на катод. Графически это изображено на рис. 8.5. Ток в цепи как функция времени показан на рис. 8.6, где отношение  $(I_p^{(1)}/I_e^{(1)})_{max}$  сильно преуменьшено. Таким образом, для случая одиночной лавины, не сопровождаемой вторичной эмиссией с катода, во внешней цепи наблюдается короткий импульс электронного тока, завершающийся длинным импульсом ионного тока.

В электроотрицательных газах возможно прилипание электронов, конкурирующее с ионизацией атомов электронным ударом. Введя, аналогично первому коэффициенту Таунсенда  $\alpha$ , коэффициент прилипания  $a$ , запишем для этого случая коэффициенты размножения:

$$\begin{cases} \frac{N_e}{N_0} = e^{(\alpha-a)z}, \\ \frac{N_n}{N_0} = \frac{a}{\alpha-a} (e^{(\alpha-a)z} - 1), \\ \frac{N_p}{N_0} = \frac{\alpha}{a-a} (e^{(\alpha-a)z} - 1). \end{cases}$$

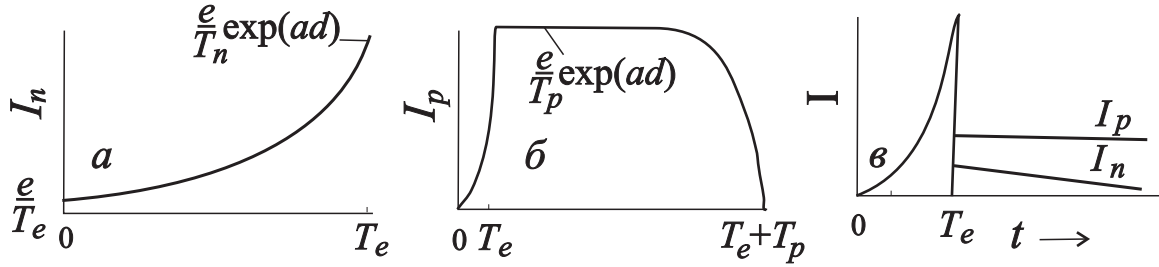


Рис. 8.6. К вычислению первичных токов во внешней цепи: *a* – ток электронной лавины; *б* – ток ионов; *в* – полный ток в цепи в случае образования отрицательных ионов (токи положительных и отрицательных ионов изображены отдельно). Масштаб не соблюден и соотношение электронных и ионных токов во много раз больше, чем показано на рисунках *a* и *в*

Единица в последних двух выражениях появляется из-за того, что электроны, эмитированные в начальный момент из катода, не имеют соответствующих им ионов, тогда как остальные заряженные частицы рождаются парами. Ток отрицательных ионов  $I_n$  спадает быстрее, чем  $I_p$ , так как большая часть отрицательных ионов сосредоточена вблизи анода, на который они и уходят. Что касается положительных ионов, то их плотность максимальна также вблизи анода, но, чтобы выйти из промежутка, они должны прорейфовать через весь зазор вплоть до катода.

## 8.5. Серии лавин

Как следует из изложенного выше, прохождение через промежуток лавины сопровождается рождением в промежутке ионов и фотонов, которые могут вызвать эмиссию вторичных электронов с катода. Это приводит к появлению следующей лавины и т. д. Иными словами, первичная лавина может инициировать последовательность лавин, которую называют *серией лавин*. Пусть  $N_1$  – число электронов *первой генерации*, стартовавших с катода (исходная лавина). Тогда в результате процессов рождения ионов и фотонов в промежутке и вторичной эмиссии на катоде с катода стартуют  $N_2$  электронов *второй генерации*. Их отношение, очевидно, будет равно величине

$$\mu \equiv \frac{N_2}{N_1} = \gamma(e^{\alpha d} - 1). \quad (8.39)$$

Величина  $\mu$ , называемая коэффициентом усиления промежутка, определяется величиной коэффициента газового усиления  $e^{\alpha d}$  и вторым коэффициентом Таунсенда  $\gamma$ , т. е. зависит как от процессов в объеме, так и на катоде.

Если  $\mu > 1$ , амплитуда последовательных пульсаций тока нарастает. Интервал между стартами двух последовательных лавин  $T_g$  зависит от типа доминирующей вторичной эмиссии на катоде. Если доминирует фотоэффект, то этот интервал достаточно короткий:  $T_g \leq d/w_e \sim T_e$ . Если эмиссия ионно-электронная, то  $T_g \leq d/w_d \sim T_p \gg T_e$ .

Ток лавинной серии достаточно просто получить для случая фотоэлектронной эмиссии, если первая лавина инициирована короткой вспышкой  $i_0(t) = eN_0\delta(0)$ . При очень больших  $e^{\alpha d}$  практически все фотоны излучаются в конце пути вблизи анода. В пределе ток в цепи имел бы вид, показанный на рис. 8.7, *a* пунктиром. Излучение

фотонов при  $t < T_e$  приводит к постепенному сглаживанию пульсаций со временем (см. рис. 8.7, а), а также к уменьшению интервала между последовательными генерациями.

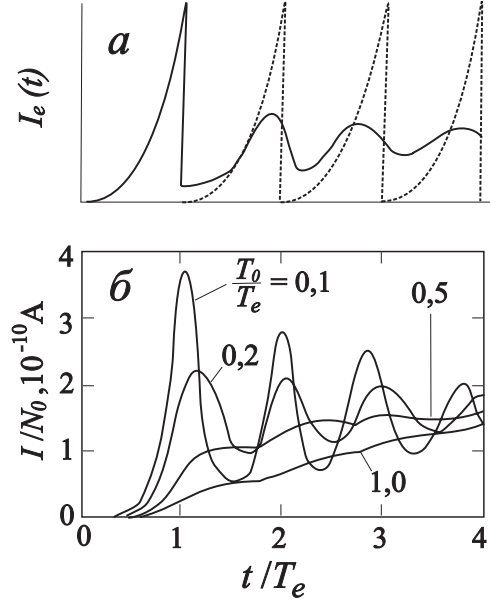


Рис. 8.7. Последовательности лавин в промежутке при доминировании фотоэлектронной эмиссии ( $q_\phi \gg \gamma_p$ ) при  $\mu = 1$ ,  $T_e = 360$  нс и  $\exp(\alpha d) = 2200$ : а – первичные электроны инициированы очень короткой вспышкой; б – при длительной эмиссии первичных электронов  $i_0(t) = (eN_0/T_e) (t/T_0) \exp(-t/T_0)$

Если инициирующая вспышка имеет длительность, сравнимую с  $T_e$ , то пульсации тока сглаживаются гораздо быстрее (рис. 8.7, б)). В обоих случаях со временем устанавливается асимптотическое значение тока в цепи:

$$I_e^\infty \simeq \frac{1}{T_g} \int_0^{T_e} \frac{eN_0 e^{\alpha \omega_e t}}{T_e} dt = \frac{eN_0}{T_g \alpha d} (e^{\alpha d} - 1). \quad (8.40)$$

Если  $\mu \neq 1$  амплитуды последующих лавин возрастают или падают в зависимости от значения  $\mu$ .

Теперь рассмотрим ионный ток. Очевидно, что (при большом газовом усилении) в течение первых  $K = T_p/T_e$  генераций ионы накапливаются в промежутке и только после этого начинают уходить на катод. При коэффициенте усиления  $\mu$  ток  $k$ -й генерации будет

$$\frac{eN_0}{T_p} e^{\alpha d} \cdot \mu^{k-1}, \quad k \leq KT_g, \quad (8.41)$$

а полный ток в момент  $t = KT_g \simeq KT_e$

$$I_p^{(K)} = \frac{eN_0}{T_p} e^{\alpha d} (1 + \mu + \dots + \mu^{K-1}). \quad (8.42)$$

При  $\mu = 1$  установившийся ионный ток есть

$$I_p^\infty = \frac{eN_0}{T_g} e^{\alpha d}, \quad t \geq T_p. \quad (8.43)$$

Полный ток в этом случае ( $\mu = 1$ ,  $e^{\alpha d} \gg 1$ ) будет

$$I^\infty = I_p^\infty + I_e^\infty \simeq \frac{eN_0}{T_g} e^{\alpha d} \cdot \left[ \frac{1}{\alpha d} + 1 \right]. \quad (8.44)$$

Рассмотрим теперь случай, когда основным вторичным процессом на катоде является ионно-электронная эмиссия. При очень больших  $e^{\alpha d}$  почти все первичные ионы образуются вблизи анода, и вторичная лавина, фактически, возникает когда они дойдут до катода, т. е.  $T_g \simeq T_p$ . Тогда идеализированная зависимость тока от времени имеет вид, показанный на рис. 8.8, а.

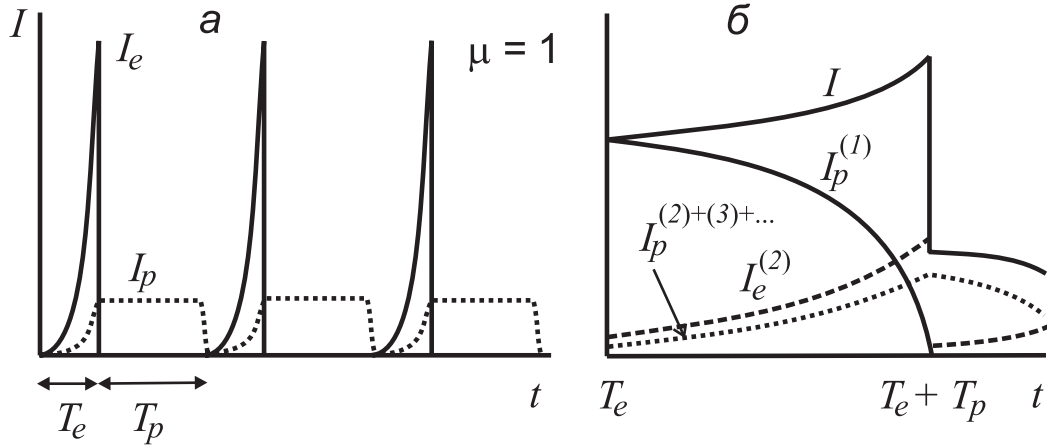


Рис. 8.8. Последовательность лавин при доминировании ионно-электронной эмиссии ( $\gamma_p \gg q_\phi$ ) при  $\mu = 1$ : а – ионный и электронный токи лавин при  $\exp(\alpha d) \gg 1$ ; б – Токи носителей в первой генерации (ток первичных электронов не показан)

Если  $e^{\alpha d}$  относительно невелика, то заметное количество вторичных электронов появляется в промежутке, когда из него еще не ушли электроны первого поколения. Эти электроны второго поколения также рожают ионы, которые выбивают электроны третьего поколения и т. д. Со временем должно установиться некоторое стационарное пространственное распределение потоков частиц в промежутке. На начальной стадии, однако, зависимость тока от времени будет испытывать скачкообразные изменения, отчасти похожие на скачки на предыдущем рисунке. Однако теперь ионный ток не будет падать до нуля. Зависимость токов от времени в период времени от  $t = T_e$  до  $t = T_e + T_p$  показана на рис 8.8, б.

Детали расчетов токов для этого случая может найти в работе [6], поэтому приведем здесь лишь их конечный результат. До момента разрыва соответствующие токи имеют вид

$$I_e^{(2)}(t) = \frac{eN_0}{T_p} \mu \cdot e^{\alpha w_p(1+\gamma_p)t}; \quad (8.45)$$

$$I_p(t) = I_p^{(1)} + I_p^{(2)} = \frac{eN_0}{T_p} \left\{ \frac{e^{\alpha d}}{1 + \gamma_p} + e^{\alpha w_p(1+\gamma_p)t} \cdot \left[ \frac{\gamma_p e^{\alpha d}}{1 + \gamma_p} - 1 \right] \right\}. \quad (8.46)$$

Величина скачка тока равна

$$\Delta I(T_e + T_p) = \frac{eN_0}{T_p} \mu e^{\alpha d}. \quad (8.47)$$



Если в промежутке образуется несколько сортов ионов, то может наблюдаться несколько скачков тока в течение одной генерации. Если определить  $\alpha$  независимым образом, то обработка осциллограмм токов первой генерации позволяет экспериментально определить  $T_p$  и  $\gamma_p$ .

Экспериментально было обнаружено, что на чистых катодах в благородных газах и азоте преобладает ионно-электронная эмиссия ( $\gamma_p \sim 0,2 - 0,01$ ), тогда как на загрязненных поверхностях  $\gamma_p$  может очень значительно падать. В одной из экспериментальных работ, например, сообщается об уменьшении  $\gamma_p$  на грязной поверхности до значения  $10^{-5}$ , в результате чего вторичная электронная эмиссия с катода происходила главным образом за счет бомбардировки его фотонами.

## 8.6. Статистика лавинного усиления

До сих пор мы считали усиление в лавине в точности равным  $\exp(\alpha d)$ . Очевидно, однако, что при малом числе иницирующих электронов случайный характер ионизирующих столкновений должен вести к статистическому разбросу коэффициента усиления. Статистические закономерности как для одиночной лавины, так и для серии лавин (см. раз. 8.7), были найдены в работах Леглера [55–57].

Определим лавинное усиление для заданного газа, геометрии и материала электродов, величины приложенного напряжения как среднее усиления по большому числу лавин:

$$\bar{n} = e^{\alpha d}. \quad (8.48)$$

Действительно,  $\alpha^{-1}$  является лишь средней величиной пробега, на которой имеет место один акт ионизации. До тех пор пока число электронов мало, статистические флуктуации длин пробегов весьма существенны. Лишь после того как число носителей достигнет  $\sim 100$ , дальнейшее размножение электронов начинает хорошо следовать экспоненциальному закону.

Введем  $v(n)$  – вероятность того, что лавина, созданная одним электроном, стартовавшим с катода, будет содержать при достижении ею анода в точности  $n$  электронов. В результате эмиссии вторичных электронов с катода, вызванной приходящими на катод ионами и фотонами, эта первичная лавина, имевшая  $n$  электронов, вызывает вторую генерацию (второе поколение) электронов, уходящих с катода, которую мы будем называть здесь второй лавиной. Эмиссия электронов с катода — процесс также статистический, характеризуемый вторым коэффициентом Таунсенда  $\gamma$ , тоже являющимся статистическим средним. Вероятность того, что лавина, пришедшая к аноду с  $n$  электронами, образует на катоде за счет всех вторичных процессов в точности  $\nu$  электронов обозначим  $w_n(\nu)$ . Описанные процессы описываются схемой, представленной на рис. 8.9.

Очевидно, что для рассмотренной выше цепи процессов можно ввести полную вероятность генерации первичным электроном вторичной лавины с  $\nu$  электронами  $u(\nu)$ , которая представляет из себя сумму по всем возможным значениям  $n$  произведения двух вероятностей

$$u(\nu) = \sum_{n=1}^{\infty} v(n) \cdot w_n(\nu) \simeq \int_0^{\infty} w_n(\nu) \cdot v(n) dn. \quad (8.49)$$

Здесь при переходе к интегралу мы учли, что  $n$ , как правило, – очень большое число. Таким образом, задача сводится к вычислению вероятностей  $w_n(\nu)$  и  $v(n)$ .

Что касается вероятности генерации  $\nu$  вторичных электронов с катода, то, как нетрудно понять, она описывается просто уравнением Пуассона

$$w_n(\nu) = \frac{(n\gamma)^\nu \cdot e^{-\gamma n}}{\nu!} = \frac{\bar{\nu}^\nu e^{-\bar{\nu}}}{\nu!} \quad (8.50)$$

для события с математическим ожиданием  $\bar{\nu} = n\gamma$  и среднестатистической величиной  $\gamma \ll 1$ .

Перейдем теперь к вычислению вероятности  $v(n)$  образования в промежутке лавины с  $n$  электронами. Для этого сначала вычислим вероятность  $v(n, z)$  того, что один электрон, вышедший с катода, образует лавину с  $n$  электронами, пройдя расстояние  $z$ . Поскольку в общем случае с учетом пространственного заряда электрическое поле в промежутке и, следовательно, первый коэффициент коэффициент Таунсенда  $\alpha$  могут зависеть от координаты  $z$ , учтем это, введя обозначение

$$\int_0^z \alpha(z') dz' \equiv S(z). \quad (8.51)$$

Выберем (см. рис. 8.10) некоторую произвольную плоскость  $z'$  и найдем вероятность того, что лавина, достигшая более удаленной плоскости  $z$ , имея  $n$  электронов, вызвала последний акт ионизации в интервале  $[z', z' + dz']$ . Эта вероятность  $dv(n, z')$  есть произведение трех вероятностей:

1. Вероятности  $v(n-1, z')$  прихода в плоскость  $z = z'$  лавины, содержащей  $(n-1)$  электронов, при условии, что с катода стартовал один электрон.

2. Вероятности того, что один и только один электрон из  $n-1$  электронов, достигших координаты  $z'$ , произведет ионизацию на пути от  $z'$  до  $z' + dz'$

$$(n-1) \alpha(z') dz' \cdot [1 - \alpha(z') dz']^{n-2}, \quad (8.52)$$

где первый множитель – вероятность ионизации для любого из  $(n-1)$  электронов, а второй – вероятность отсутствия ионизации для  $(n-2)$  оставшихся (в пределе  $dz' \rightarrow 0$  эта вероятность становится равной  $(n-1) \alpha(z') dz'$ ).

3. Вероятности того, что лавина, насчитывающая теперь  $n$  электронов, не ионизует больше на пути от  $z'$  до  $z$  ни одного атома

$$\exp\left(-n \int_{z'}^z \alpha(\zeta) d\zeta\right) = e^{-n[S(z)-S(z')]} . \quad (8.53)$$

Для получения полной вероятности  $v(n, z)$  нужно взять интеграл  $\int_0^z dv(n, z')$  по всем возможным промежуточным значениям  $z'$ . Искомое выражение имеет вид

$$v(n, z) = \int_0^z v(n-1, z') \cdot (n-1) \alpha(z') dz' \cdot e^{-n[S(z)-S(z')]} . \quad (8.54)$$

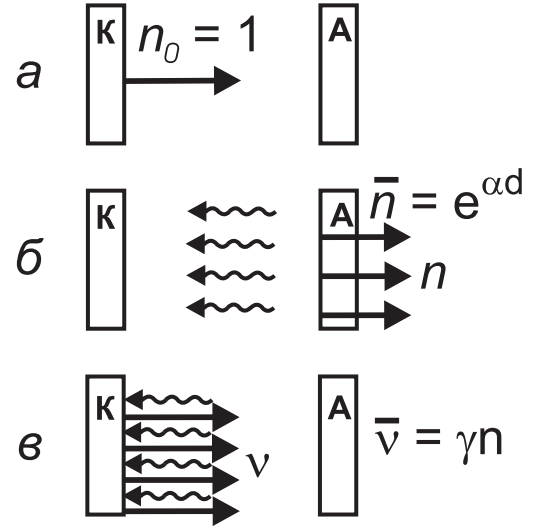


Рис. 8.9. Один электрон стартует с катода (а); на катод приходит  $n$  электронов, создающих в промежутке ионы и фотоны (волнистые стрелки) (б); в результате бомбардировки катода образуются  $\nu$  электронов второй генерации (в)

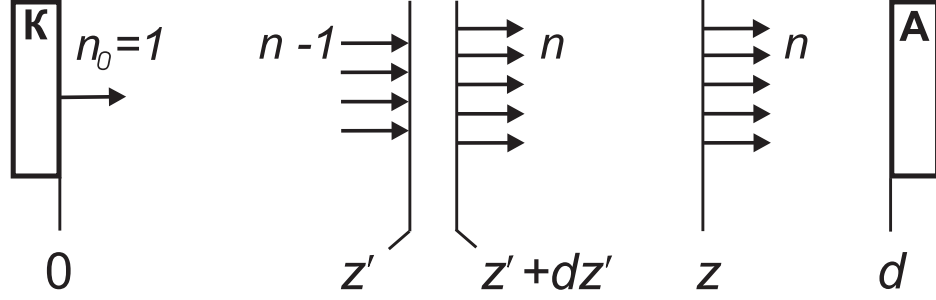


Рис. 8.10. К расчету вероятности  $v(n)$ .

В этом выражении только  $v(n-1, z')$  остается определенным не явно. Его можно найти, если определить  $v(1, z)$ , а последующие вероятности найти из выражения (8.54), рассматривая его как рекуррентную формулу. Вероятность отсутствия ионизации для одного электрона на пути  $z$  равна, очевидно,

$$v(1, z) = e^{-S(z)}. \quad (8.55)$$

Следующий член последовательности будет

$$v(2, z) = \int_0^z e^{-S(z')} \cdot 1 \cdot \alpha(z) dz' \cdot e^{-2[S(z)-S(z')]} = e^{-2S(z)} [e^{S(z)} - 1]. \quad (8.56)$$

Уже следующее интегрирование позволяет заключить, что

$$v(n, d) = e^{-nS(d)} \cdot [e^{S(d)} - 1]^{n-1}. \quad (8.57)$$

Учтем, что  $\exp(S(d)) \equiv \bar{n}$ . Тогда  $v(n, d)$  преобразуются к виду

$$v(n, d) = \frac{1}{\bar{n}} \left(1 - \frac{1}{\bar{n}}\right)^{n-1}. \quad (8.58)$$

Поскольку, как правило,  $\bar{n} \gg 1$ , скобку можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{\bar{n}}\right)^{n-1} &= 1 - \frac{n-1}{\bar{n}} + \frac{(n-1)(n-2)}{2!} \cdot \frac{1}{\bar{n}^2} - \dots \simeq 1 - \frac{n}{\bar{n}} + \frac{n^2}{2!} \frac{1}{\bar{n}^2} - \dots \simeq \\ &\simeq 1 - \left(\frac{n}{\bar{n}}\right) + \frac{1}{2!} \left(\frac{n}{\bar{n}}\right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{n}{\bar{n}}\right)^3 + \dots \simeq \exp\left(-\frac{n}{\bar{n}}\right). \end{aligned} \quad (8.59)$$

Т. о. мы получили выражение, не содержащее явно длину промежутка и зависящее только от  $\bar{n}$ :

$$v(n) \simeq \frac{1}{\bar{n}} \exp\left(-\frac{n}{\bar{n}}\right), \quad n \gg 1. \quad (8.60)$$

Подставив (8.50) и (8.60) в выражение (8.49) найдем вероятность  $u(\nu)$  того, что начальный электрон, образующий лавину со средним усилением  $\bar{n}$ , создаст с помощью вторичного процесса со средней эффективностью  $\gamma$  вторичную лавину с  $\nu$  электронами, стартующими с катода

$$u(\nu) = \int_0^\infty \frac{(\gamma n)^\nu e^{-\gamma n}}{\nu!} \cdot \frac{1}{\bar{n}} e^{-n/\bar{n}} dn. \quad (8.61)$$

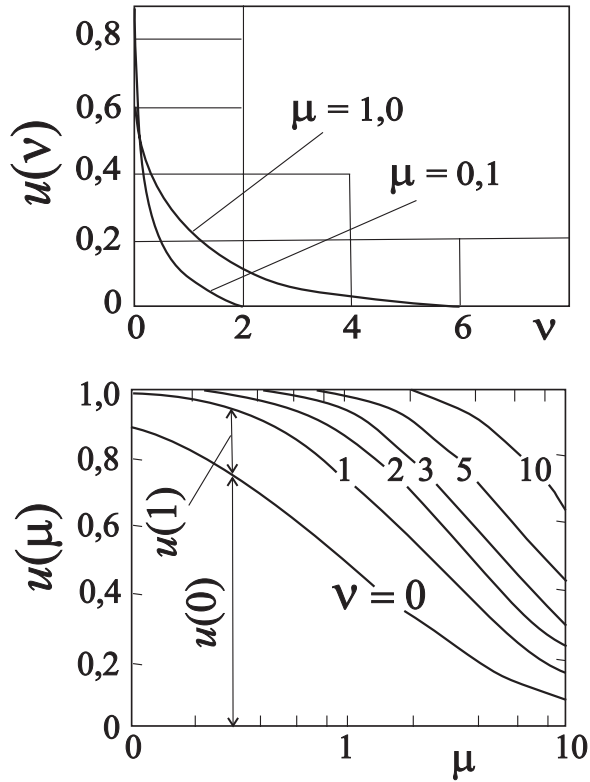


Рис. 8.11. Вероятность появления лавины с  $\nu$  электронами для  $\mu = 1$  и  $0,1$  (а); вероятность образования лавины с заданным числом электронов как функция величины усиления промежутка  $\mu$  (б)

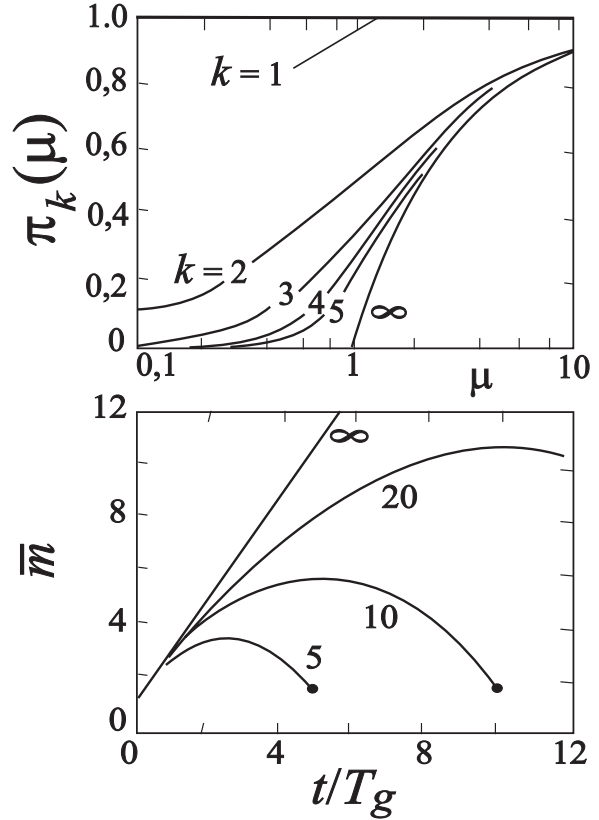


Рис. 8.12. Вероятность того, что лавинная серия содержит по крайней мере  $k$  генераций (а); Среднее число лавин  $\bar{m}$  в генерации в зависимости от номера генерации  $t/T_g$ . Цифры у кривых – полное число генераций в серии (б)

Вспомнив, что  $\gamma \bar{n} \equiv \mu$ , преобразуем интеграл к виду

$$u(\nu) = \frac{\mu^\nu}{\bar{n}^\nu \cdot \bar{n} \cdot \nu!} \int_0^\infty e^{-n((\mu+1)/\bar{n})} dn. \quad (8.62)$$

Взяв его  $\nu$  раз по частям, получим окончательно

$$u(\nu) = \frac{\mu^\nu}{(1 + \mu)^{\nu+1}}. \quad (8.63)$$

Из рис. 8.11, а видно, что вероятность появления вторичной лавины с большим числом электронов достаточно мала, а вероятность затухания процесса ( $\nu = 0$ ) составляет 50 % даже при  $\mu = 1$ . С другой стороны, даже при  $\mu = 0,1$  возможно (хотя и мало вероятно) появление лавины следующей генерации. Вероятность образования лавины с конкретным числом электронов  $u(\nu) - u(\nu - 1)$  (рис. 8.11, б)  $\nu$  имеет максимум при некотором  $\mu$ . Чем больше  $\nu$ , тем дальше расположен максимум, но его амплитуда уменьшается (увеличивается число возможных  $\nu$ ).

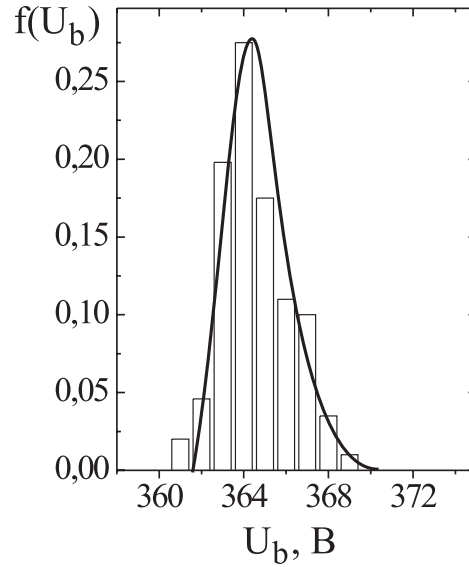


Рис. 8.13. Плотность распределения вероятности  $f(U_b)$  пробоя промежутка шириной 1 мм между цилиндрическим и сферическим стальными электродами (диаметры сферы и цилиндра – 10 мм), заполненного азотом при давлении 20 мбар: гистограмма – распределение экспериментальных значений напряжения пробоя  $U_b$ , кривая – теоретическое значение. Скорость роста напряжения – 150 В/с

## 8.7. Статистика серии лавин

Полученные выше статистические выражения для одиночной лавины могут быть использованы для вывода статистических закономерностей генерации серии лавин. Леглер нашел вероятность  $\pi_k$  того, что серия лавин состоит по крайней мере из  $k$  генераций:

$$\pi_k = \begin{cases} \frac{\frac{1}{\mu} - 1}{\left(\frac{1}{\mu}\right)^k - 1}, & \text{если } \mu \neq 1, \\ \frac{1}{k}, & \text{если } \mu = 1. \end{cases} \quad (8.64)$$

Зависимость  $\pi_k(\mu)$  иллюстрирует верхний график на рис. 8.12. Видно, что серия лавин неизбежно затухает при  $\mu \leq 1$ . При этом в серии лавин, содержащей  $k$  генераций, среднее число лавин  $\bar{m}$  в генерации (нижний график на рис. 8.12) достигает максимума в середине серии  $k_* \simeq k/2$ . Это предсказание теории подтверждается экспериментами, в которых осциллограммы тока в незавершенных пробоях хорошо описываются зависимостью (8.64).

Вероятность пробоя промежутка  $P = \pi_\infty$ , определяемую в данном приближении как бесконечную последовательность лавин ( $k \rightarrow \infty$ ), тогда можно записать в следующем виде:

$$P = \begin{cases} 0, & \text{если } \mu \leq 1, \\ 1 - \frac{1}{\mu}, & \text{если } \mu > 1. \end{cases} \quad (8.65)$$

Отсюда видно, что пробой промежутка возможен только, если  $\mu > 1$ . Эта зависимость также многократно подтверждалась экспериментально для условий, в которых пробой реализуется как серия последовательных лавин. В качестве примера можно привести недавнюю работу [58], в которой были исследованы статистические закономерности пробоя в азоте при давлении 20 мбар при подаче линейно нарастающего напряжения со скоростью роста в диапазоне 50 – 300 В/с. Распределение напряжения пробоя для серии из тысячи экспериментов показано на гистограмме рис. 8.13. Сплошная кривая представляет плотность распределения вероятности пробоя, рассчитанную с использованием выражений (8.65) и (8.12).

# Глава 9

## Механизмы пробоя газа

### 9.1. Таунсендовский пробой

Из предыдущего раздела мы знаем, что процесс пробоя начинается с генерации серии лавин, которая из-за статического характера процесса либо обрывается, либо продолжается “*бесконечно*” долго. Последнее в лавинной теории рассматривается как *пробой промежутка*. Пробой, как мы установили выше, может происходить только при  $\mu > 1$ . Поскольку  $\mu = \gamma(e^{\alpha d} - 1)$ , а  $\alpha$  зависит от  $E/n_a$ , то при фиксированных  $d$ ,  $\gamma$  и  $n_a$  пробой происходит при повышении приложенного к промежутку напряжения до величины  $U_b$ , отвечающей условию  $\mu = 1$  и называемой *напряжением пробоя*.

Разряд, развивающийся по такому механизму, называют *темным разрядом*. Он реализуется, если сопротивление внешней цепи  $R$  достаточно велико, и ток в газовом промежутке (и всей цепи) мал. Плотность заряженных частиц настолько мала, что пространственный заряд в промежутке пренебрежимо мал и, следовательно,  $E(z) = \text{const}$ . Поскольку энерговыдел в газовый промежуток мал, газ практически не возбуждается и почти не светится. Поэтому разряд и называют темным.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что темный разряд действительно реализуется при больших сопротивлениях внешней цепи  $R$ . Если, однако, постепенно снижать это сопротивление, то ток в цепи растет и пробой происходит быстрее и при более низком напряжении. При этом меняются и статистические закономерности для лавинных серий. Сопротивление промежутка при этом остается гораздо большим, чем внешнее сопротивление  $R$ , т. е. можно считать, что практически все напряжение по-прежнему приложено в газовому промежутку. Роговский в 1932 г. объяснил механизм таунсендовского пробоя влиянием пространственного заряда ионов  $\rho_p(z)$  в промежутке, приводящим к изменению величины газового усиления в процессе развития разряда.

Действительно, если появляется пространственный заряд, то поле в промежутке в соответствии с законом Пуассона становится зависящим от координаты и величина газового усиления будет зависеть от интеграла от первого коэффициента Таунсенда по длине промежутка

$$\exp[S(d)] = \exp\left(\int_0^d \alpha(z, t) dz\right). \quad (9.1)$$

Благодаря малости токов распределение напряженности поля можно записать, вводя малую поправку  $\Delta$  к прежнему однородному распределению:

$$E(z) = E_0 + \Delta(z), \quad (9.2)$$

где  $E_0$  – невозмущенное поле. В соответствии с уравнением Пуассона

$$\frac{d}{dz}\Delta(z) = 4\pi\rho_p(z), \quad (9.3)$$

и напряжение на электродах изменится на величину

$$\Delta u = \int_0^z \Delta(z) dz. \quad (9.4)$$

Зависимость  $\alpha(z)$  в соответствии с полученным ранее соотношением примет вид

$$\alpha(z) = An_a \exp \left\{ -\frac{Bn_a}{E_0} \left( \frac{1}{1 + \frac{\Delta(z)}{E_0}} \right) \right\}. \quad (9.5)$$

Разложив член в круглых скобках до множителей второго порядка, а затем разложив экспоненты, получим

$$\alpha(z) = \alpha_0 \left[ 1 + \frac{Bn_a}{E_0^2} \Delta(z) + \frac{Bn_a}{E_0^4} \left( \frac{Bn_a}{2} - E_0 \right) \cdot \Delta^2(z) \right], \quad (9.6)$$

где

$$\alpha_0 = An_a \exp \left( -\frac{Bn_a}{E_0} \right). \quad (9.7)$$

Поскольку

$$S(d) = \int_0^d \alpha(z, t) dz,$$

то

$$S(d) = \alpha_0 d + \frac{\alpha_0 Bn_a}{E_0^2} \Delta U + \frac{\alpha_0 Bn_a}{E_0^4} \left( \frac{Bn_a}{2} - E_0 \right) \int_0^d \Delta^2(z) dz. \quad (9.8)$$

На начальной стадии пробоя, когда проводимость еще очень мала, можно положить  $\Delta U \ll 0$ . Поскольку интеграл от  $\Delta^2$  есть величина существенно положительная, то величина  $S(d)$  в выражении (9.8) будет либо больше, либо меньше, чем для однородного распределения поля ( $\alpha_0 d$ ), в зависимости от соотношения между величиной приложенного внешнего поля  $E_0$  и величиной  $Bn_a/2$ , характеризующей свойства и давление газа, заполняющего промежуток:

$$\begin{cases} S(d) - \alpha_0 d > 0 & \text{при } \frac{E_0}{n_a} < \frac{B}{2}, \\ S(d) - \alpha_0 d < 0 & \text{при } \frac{E_0}{n_a} > \frac{B}{2}. \end{cases}$$

Критическое значение электрического поля  $E_{cr} = Bn_a/2$  соответствует точке Столетова. Из рис. 9.1 видно, что, пока наклон кривой  $\alpha/p$  возрастает, любое искажение поля  $E$  всегда приводит к выигрышу в усилении. Для воздуха  $E_{cr} \simeq 140$  кВ/см, тогда как типичные напряженности пробоя много меньше. То же верно и для других газов. Отсюда следует, что во всех представляющих практический интерес случаях появление пространственного заряда ведет к росту газового усиления.



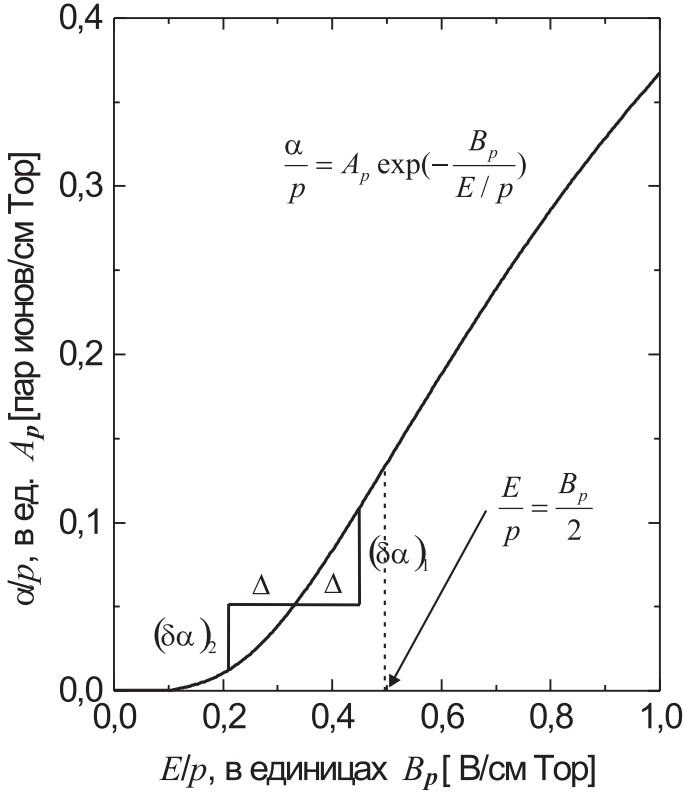


Рис. 9.1. Зависимость первого коэффициента Таунсенда  $\alpha$  от напряженности электрического поля  $E$  при фиксированном давлении газа

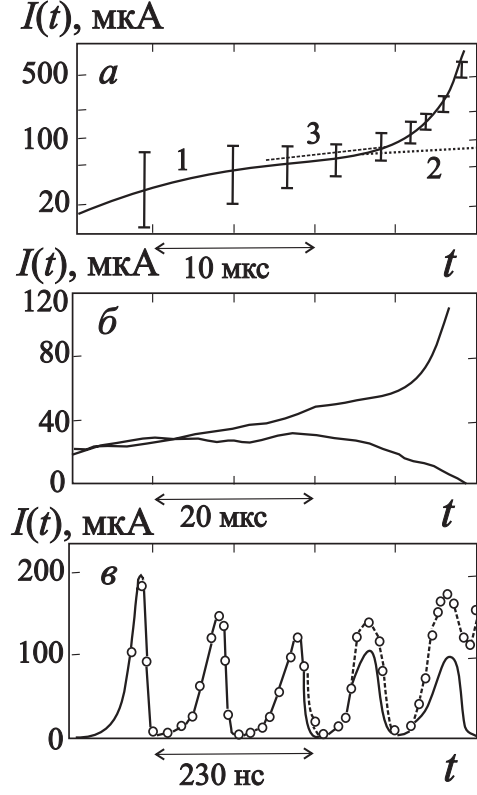


Рис. 9.2. Экспериментальные данные, демонстрирующие рост тока на начальной стадии разряда в  $\text{CH}_4$  (а), воздухе (б) и  $\text{CO}_2$  (а). Подробности в тексте

Поскольку  $\Delta(z) \sim n_p(z)$ , а  $I_p \sim n_p$ , то грубо можно оценить интеграл в выражении (9.8) следующим образом:

$$\int \Delta^2(z) dz \sim I_p^2 \cdot K.$$

Тогда

$$S(d) = \int_0^d \alpha(z, t) dz = \alpha_0 d + K I_p^2(t); \quad (9.9)$$

$$\mu(t) \simeq \gamma \exp[S(d)] = \gamma e^{\alpha_0 d} \cdot e^{[K I_p^2(t)]}. \quad (9.10)$$

Расчет токов в цепи для описанного случая приведен в [6]. Результат зависит от механизма вторичной эмиссии на катоде. Влияние пространственного заряда позволяет объяснить отклонение экспериментальных данных от первоначальной теории Таунсенда. Это хорошо иллюстрируют экспериментальные данные, приведенные на рис. 9.2. Кривая 1 на рис. 9.2 а показывает рост тока, инициированного одним электроном в смеси  $\text{N}_2 + 10 \text{ Torr CH}_4$  ( $\mu = 1$ ), который был вычислен с учетом влияния пространственного заряда. Кривые 2 и 3 соответствуют расчету, выполненному без учета влияния пространственного заряда, и асимптотическому решению. На рис. 9.2 б показан импульс тока, вызванного одним электроном в воздухе при  $E/p = 49 \text{ В/см} \cdot \text{Torr}$ ,  $pd = 198 \text{ Torr}$ ,  $d = 1 \text{ см}$ ,  $\mu = 1$ . Видно, что вторичная эмиссия с катода ионно-

электронная. Противоположный случай, когда преобладает фотоэлектронная эмиссия показан на рис. 9.2 в, на котором представлен ток последовательности лавин при следующих параметрах разряда в  $\text{CO}_2$ :  $N_0 = 10^4$ ,  $E/p = 50 \text{ В/см}\cdot\text{Тор}$ ,  $pd = 124 \text{ Тор}$ ,  $d = 2 \text{ см}$ ,  $\alpha d = 15.3$ ,  $T_e = 115 \text{ нс}$ ,  $\mu_0 = 1$ . Видно, что кривые, полученные с помощью исправленной теории, хорошо ложатся на экспериментальные точки, показывающие рост тока в промежутке в течение первых генераций.

При высоких значениях  $pd \geq 200 \text{ см}\cdot\text{Тор}$ , т. е. при  $n_a d \geq 7 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-2}$  теория Таунсенда становится вообще неприменима. В этом случае объяснение наблюдаемых явлений дает стримерная теория пробоя.

## 9.2. Закон Пашена

Пашеном в 1889 г. была исследована зависимость пробивного напряжения от плотности газа и межэлектродного расстояния в однородном электрическом поле. Он обнаружил, что напряжение пробоя является функцией произведения этих двух величин, что позволяет для каждого газа получить экспериментально и далее использовать при расчетах пробивного напряжения универсальные *кривые Пашена*.

Закон Пашена является следствием таунсендовской теории и может быть получен из критерия пробоя по Таунсенду:

$$\mu = \gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1. \quad (9.11)$$

Логарифмируя выражение (9.11) и используя для обозначения плотности газа его давление  $p$ , получаем с учетом  $\alpha/p = A_p \exp(-B_p p/E)$

$$A_p p e^{-B_p \frac{p}{E_b}} = \frac{1}{\alpha} \left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \quad (9.12)$$

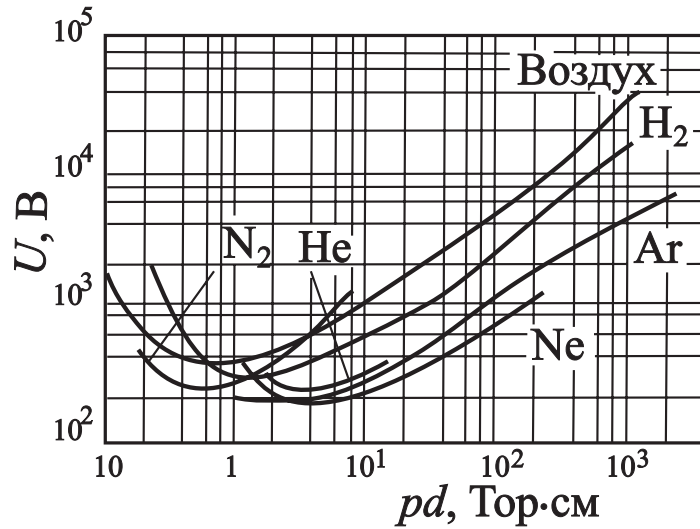


Рис. 9.3. Потенциал зажигания разряда в промежутке между железными электродами для некоторых газов

Логарифмируя еще раз, имеем

$$\frac{A_p pd}{\ln(1 + 1/\gamma)} = \exp B_p \frac{p}{E_b} \implies B_p \frac{p \cdot d}{E_b \cdot d} = \ln \frac{A_p pd}{\ln(1 + 1/\gamma)}. \quad (9.13)$$

Отсюда напряжение пробоя будет

$$U_b \equiv E_b \cdot d = \frac{B_p pd}{\ln \frac{A_p pd}{\ln(1 + 1/\gamma)}} = f(pd). \quad (9.14)$$

Видно, что параметр  $pd$  является критерием подобия для напряжения пробоя<sup>1</sup>. Экспериментальные кривые Пашена для ряда газов приведены на рис. 9.3. Подъем кривой при больших  $pd$  объясняется уменьшением длины свободного пробега и снижением вероятности набора электроном необходимой для ионизации энергии. Подъем кривой слева – уменьшением числа столкновений на длине промежутка.

Продифференцировав выражение (9.14) по переменной  $pd$  и приравняв нулю производную, найдем значение  $(pd)_{min}$ , при котором напряжение пробоя промежутка минимально:

$$(pd)_{min} = \frac{e}{A_p} \ln \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right), \quad (9.15)$$

где  $e = 2,718$  – основание натурального логарифма. Поскольку коэффициент вторичной эмиссии  $\gamma$  входит в выражение (9.14) под двумя логарифмами, на первый взгляд кажется, что зависимость напряжения от предыстории и материала катода, а также чистоты электродов менее существенна, чем зависимость от сорта газа. В действительности это не так, поскольку коэффициент вторичной эмиссии может варьироваться в очень больших пределах. На рис. 9.4 приведена зависимость  $(pd)_{min}$  от  $\gamma$ . Видно, что  $(pd)_{min}$  особенно сильно растет с ростом коэффициента вторичной эмиссии на электродах при величине последнего, превышающей 0,01.

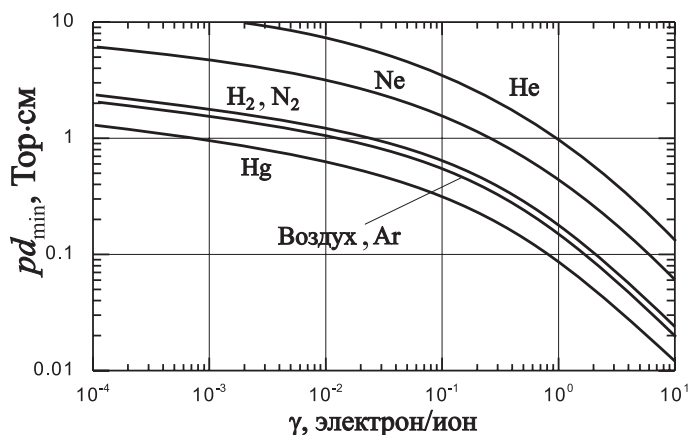


Рис. 9.4. Параметр пробоя  $pd_{min}$  для кривых Пашена для некоторых газов как функция коэффициента вторичной эмиссии катода

Подставив выражение (9.15) в (9.14), получим минимальное напряжение пробоя промежутка

$$(U)_{b,min} = \frac{e B_p}{A_p} \ln \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right). \quad (9.16)$$

<sup>1</sup>В приложении С приведен вывод параметров подобия для пробоя газа на основе теории размерностей, из которого ясно появление параметров  $E/p$  и  $pd$ .

Эта величина приведена на рис. 9.5 для ряда газов как функция параметра  $\gamma$ . Видно, что типичное значение напряжения пробоя  $(U)_{b,min}$  составляет сотни вольт при низких коэффициентах вторичной эмиссии, но значительно падает при увеличении  $\gamma$  до значений порядка единицы. Экспериментально измеренные кривые Пашена для аргона в зависимости от материала катода приведены на рис. 9.6. Видно, что точки минимума кривых Пашена лежат на прямой, проходящей под углом  $45^\circ$ , что соответствует независимости величины

$$\left(\frac{E}{p}\right)_{min} = B_p$$

для каждого газа от материала катода.

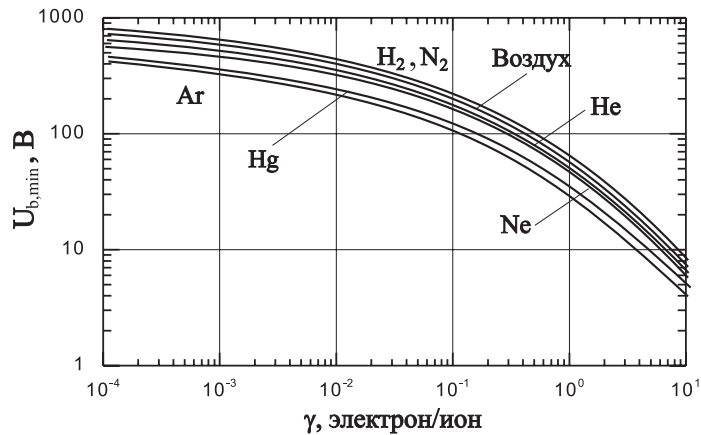


Рис. 9.5. Минимум потенциала зажигания  $U_{b,min}$  кривой Пашена как функция коэффициента вторичной эмиссии катода

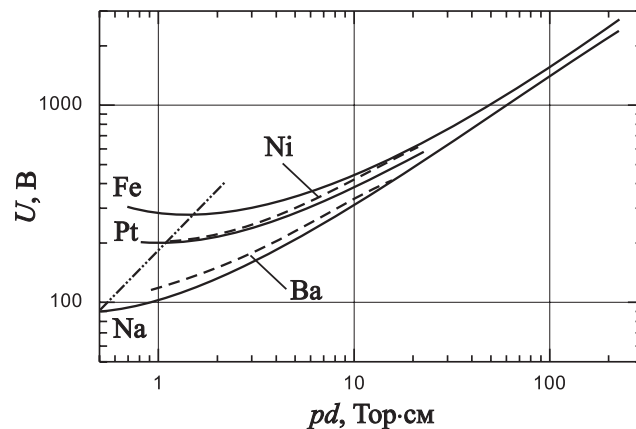


Рис. 9.6. Потенциал зажигания разряда в аргоне при различных материалах катода. Величина  $(E/p)_{min}$  не зависит от материала катода (штрих-пунктирная линия)

В заключение раздела заметим, что если ввести безразмерную величину

$$X = (pd)/(pd)_{min},$$

то безразмерная величина пробивного напряжения

$$Y = (U)_b/(U)_{b,min}$$

будет описываться универсальной кривой Пашена

$$Y = \frac{X}{1 + \ln X}. \quad (9.17)$$

Эта кривая неплохо соответствует экспериментальным данным на правой ветви, но при  $\ln X = -1$  (что соответствует  $X_\infty = 0,368$ ) теоретическое пробивное напряжение обращается в бесконечность, тогда как экспериментально измеренное напряжение, хотя и растет достаточно быстро, но тем не менее остается конечным значительно левее теоретического предела  $X_\infty$ .

### 9.3. Стримерный пробой

При небольших перенапряжениях и не очень длинных промежутках ( $d \leq 1 - 5$  см) разряд развивается по таунсендовскому механизму путем генерации серии лавин и накопления пространственного заряда. Время развития такого разряда равно минимум нескольким временам дрейфа  $T_e$  электронов через промежуток. При возрастании длины разрядного промежутка  $d \geq 1 - 5$  см или больших значениях величины  $pd \geq 200$  Тор·см разряд, согласно экспериментальным данным, развивается значительно быстрее, чем это можно объяснить в рамках таунсендовского механизма. При больших величинах газового усиления  $\alpha d > 20$  пробой может происходить за времена, меньшие даже времени развития одной лавины. Такой пробой называют стримерным пробоем. Осциллограммы на рис. 9.7 слева показывают, как с ростом газового усиления происходит переход от генерации лавин к быстрому пробую. Такой переход в метилале (метилен с добавлением паров спирта) наблюдался при  $\exp(\alpha d) = 10^8$ .

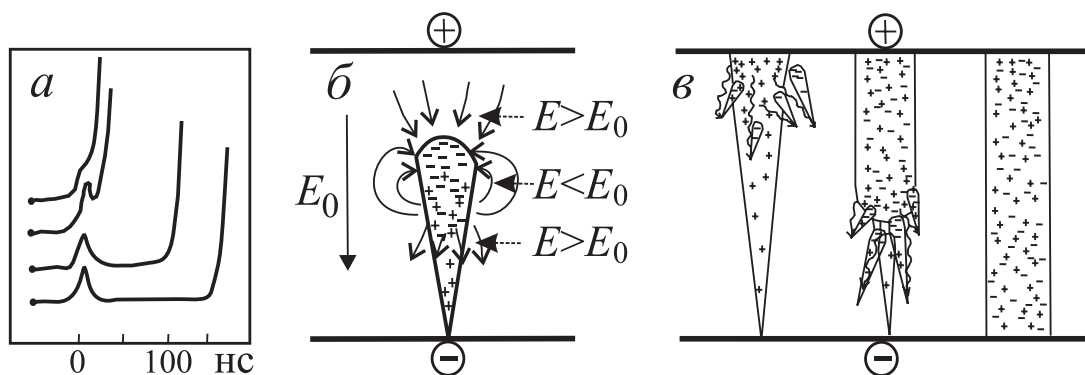


Рис. 9.7. Осциллограммы тока статического пробоя метилала:  $E/p = 64$  В/см·Тор,  $pd = 230$  Тор,  $d = 0,8$  см,  $T_e = 90$  нс (а); схема образование отрицательного стримера (б); схема образование положительного стримера (в)

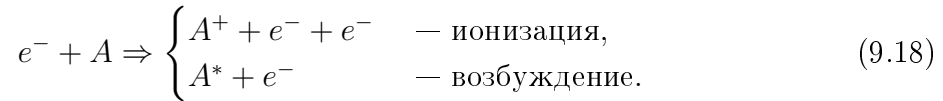
Теория стримерного пробоя была предложена Миком и Ретером (1940). Согласно их теории, для пробоя газа достаточно возникновения одной лавины и участия

вторичных процессов на электродах даже не требуется. Разряд осуществляется путем трансформации лавины, достигшей некоторого критического значения плотности пространственного заряда, в плазменный стример. Возможна генерация как *ана-* *донаправленного*, так и *катодонаправленного* стримеров. Схема их развития ясна из рис. 9.7. Они возникают при больших  $\alpha$ , длинных промежутках  $d$  или при умеренных  $\alpha d$ , но большом числе иницирующих частиц  $N_0$ . Усиление поля в головке лавины до значений, сравнимых с внешним полем, ускоряет процессы ионизации в искаженном поле и обеспечивает образование плазменного канала. Фотоионизация газа способна еще больше увеличить скорость лавины.

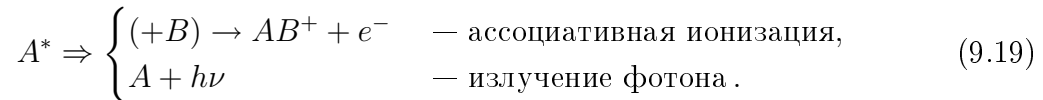
Законченная теория стримерного пробоя отсутствует и поныне, хотя многие детали процессов изучены достаточно хорошо. Ясно, по крайней мере, что искровой разряд и молния включают в себя стадии стримерного пробоя [2]. Детальное описание истории исследования стримерного пробоя, критический анализ теории и ее дальнейшее развитие см. в монографии [44]. Мы же рассмотрим здесь только один аспект проблемы, связанный с распространением стримера: как удастся фотоионизации распространяться в плотном газе на достаточно большие расстояния, обеспечивая большую скорость развития стримера.

## 9.4. Роль фотоионизация в развитии разряда

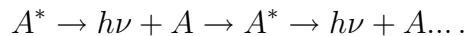
Лозанский [45] предположил в 1975 году, что ключевым механизмом распространения ионизации в плотном газе является ассоциативная ионизация. Пусть газ состоит из двух компонентов  $A$  и  $B$ , один из которых ( $B$ ) имеет достаточно низкий потенциал ионизации. В сильном поле вблизи головки стримера происходят ионизация и возбуждение атомов и молекул газа электронным ударом:



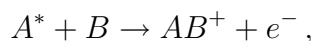
Большая часть из образовавшихся возбужденных атомов  $A^*$  при плотностях газа, соответствующих атмосферному давлению, дезактивируется путем ассоциативной ионизации в столкновениях с атомами  $B$ , но некоторая доля этих атомов успевает излучить резонансный фотон:



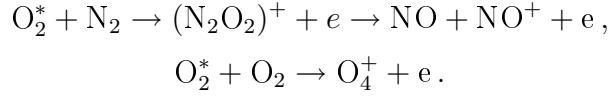
Поглощение фотона, испущенного в центре линии излучения, происходит на расстоянии  $k_0^{-1} \sim 10^{-6}$  см, но, как следует из гл. 5, за счет переноса излучения фотоны, испущенные на крыльях линии, могут распространяться далеко от головки лавины в последовательности актов излучения и поглощения



Этот процесс можно рассматривать как миграцию возбужденных атомов. Участвуя в ассоциативной ионизации, они образуют вне стримера новые электроны



которые являются зародышами вторичных лавин, как показано на рис. 9.7, в. В воздухе, например, ассоциативная ионизация может протекать по следующему механизму:



Рассмотрим процесс распространения излучения более детально. Пусть  $P(\omega)$  – контур линии излучения атома  $A^*$ . Полное число фотонов, излученных головкой лавины, равно

$$N_\varphi(0) = \int_0^\infty \frac{dN_\varphi(0)}{d\omega} d\omega \simeq N_A^*(0) \frac{T}{\tau}, \quad (9.20)$$

где  $T$  – характерное время ассоциативной ионизации, а  $\tau = A^{-1}$  – излучательное время жизни ( $T \ll \tau$ ). Причем

$$\frac{dN_\varphi(0)}{d\omega} = N_\varphi(0) \cdot P(\omega). \quad (9.21)$$

Число фотонов, достигших координаты  $\mathbf{r}$ , равно

$$\frac{dN_\varphi(r)}{d\omega} = \frac{dN_\varphi(0)}{d\omega} \cdot e^{-k(\omega)r} = N_\varphi(0) \cdot P(\omega) e^{-k(\omega)r} \quad (9.22)$$

или

$$N_\varphi(r) = N_\varphi(0) \cdot \int_0^\infty P(\omega) e^{-k(\omega)r} d\omega = N_\varphi(0) \cdot W(r). \quad (9.23)$$

Поскольку на дальних крыльях линии, которые и ответственны за распространение излучения, контуры линий излучения и поглощения можно полагать лоренцовскими (см. разд. 4.4)

$$P(\omega) = \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma/4}; \quad (9.24)$$

$$k(\omega) = \frac{k_0\Gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (9.25)$$

то, введя безразмерную переменную

$$x = 2(\omega - \omega_0)/\Gamma, \quad (9.26)$$

получим

$$W(r) = \frac{1}{\pi} \int_{-2\omega_0/\Gamma}^\infty \exp\left(-\frac{k_0 r}{1+x^2}\right) \frac{dx}{1+x^2}. \quad (9.27)$$

Поскольку ширина линии  $\Gamma$  намного меньше  $\omega_0$ , можно заменить нижний предел на  $-\infty$ . В результате получим

$$W(r) = I_0 \left( \frac{k_0 r}{2} \right) \cdot \exp\left(-\frac{k_0 r}{2}\right), \quad (9.28)$$

где  $I_0$  – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента. Вероятность поглощения испущенных в начале координат ( $r = 0$ ) фотонов в сферическом слое  $[r, r + dr]$  равна

$$-dW(r) = -\frac{d}{dr} \left[ I_0 \left( \frac{k_0 r}{2} \right) \cdot \exp\left(-\frac{k_0 r}{2}\right) \right] \cdot dr, \quad (9.29)$$

а число возбужденных молекул, возникающих в объеме  $4\pi r^2 dr$ , будет

$$N_A^*(r)dr = N_\varphi(0) \cdot |dW(r)|; \quad (9.30)$$

$$N_A^*(r)dr = -N_A^*(0) \cdot \frac{T}{\tau} \frac{d}{dr} \left[ I_0 \left( \frac{k_0 r}{2} \right) \cdot \exp \left( -\frac{k_0 r}{2} \right) \right] \cdot dr. \quad (9.31)$$

Поскольку  $k_0 \sim 10^6$  см, имеем  $k_0 r \gg 1$ . В этом случае асимптотическое разложение  $I_0$  дает

$$I_0 \left( \frac{k_0 r}{2} \right) \simeq \frac{\exp(k_0 r/2)}{\sqrt{\pi k_0 r}}. \quad (9.32)$$

Подставив  $I_0$  в предыдущее выражение, получим  $N_A^*(r) \sim r^{-3/2}$ . Поделив на объем  $4\pi r^2 dr$ , получим плотность возбужденных молекул на расстоянии  $r$ :

$$n_A^*(r) = N_A^* \frac{T}{\tau} \frac{1}{8\pi^{3/2} k_0^{1/2}} \frac{1}{r^{7/2}}. \quad (9.33)$$

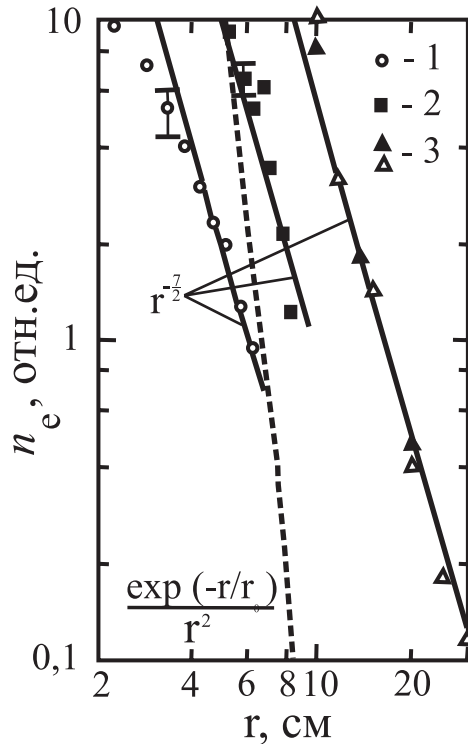


Рис. 9.8. Зависимости плотности фотоэлектронов в различных газах как функция расстояния от точечного искрового источника. Прямые — зависимость  $r^{-7/2}$ , пунктир — обратная экспоненциальная зависимость; экспериментальные точки: 1 — Ретер, 2 — Сегьон и др., 3 — Джад и др.

Отсюда следует, что плотность электронов, появляющихся на больших расстояниях от лавины благодаря переносу возбуждения и ассоциативной ионизации, падает с расстоянием не по экспоненциальному, а по степенному закону

$$n_e(r) \sim r^{-7/2}, \quad (9.34)$$



тогда как в теориях Мика, Леба и Петера предполагалось, что

$$n_e \sim \frac{1}{r^2} \exp -\frac{r}{r_0}. \quad (9.35)$$

На рис. 9.8 приведена экспериментальная зависимость фотоионизации газа излучением локального разряда как функция расстояния, полученная Петером (см. рис. 4.5 в работе [45]). Видно, что она плохо ложится как на степенную, так и на экспоненциальную зависимости, хотя все же несколько ближе к степенной. Не исключено, что использовавшиеся Петером газы содержали неконтролируемые малые примеси, которые вызывали дополнительное поглощение.

Более поздние исследования [62, 63], выполненные в связи с исследованиями разрядов в газовых лазерах, результаты которых тоже приведены на рис. 9.8, надежно подтверждают, что распространение ионизации в газе происходит по степенному закону  $n_e \sim (r/r_0)^{-7/2}$ . Совокупность приведенных данных особенно убедительна, если учесть, что Лозанскому, по-видимому, не были известны работы [62, 63], а авторы последних тоже не подозревали о возможности степенной зависимости (9.34). Таким образом, можно считать, что гипотеза, предложенная Лозанским, подтверждена экспериментально.

## 9.5. Переход пробоя от одного типа к другому

В качестве критерия для определения статического пробивного напряжения межэлектродного промежутка во многих ранних исследованиях было принято следующее условие: пробой считается совершившимся, если он произойдет в течение 30 секунд после приложения напряжения. Согласно Мику, пробой в воздухе происходит в течение указанного времени, если на катоде внешним ионизатором поддерживается плотность тока  $i_0 \simeq 10^{-13}$  А/см<sup>2</sup>  $\simeq 1$  электрон/мкс·см<sup>2</sup>. Существующие теории и экспериментальные данные свидетельствуют о том, что стример образуется тогда, когда число электронов в лавине превысит  $10^8 - 10^9$ . Поэтому величину  $\alpha d \simeq 20$  принимают в качестве эмпирического критерия пробоя для не слишком длинных разрядных промежутков. При небольшом перенапряжении вероятность перехода лавины в стример существенно возрастает. При промежуточных значениях напряжения разряд может начаться по таунсендовскому механизму, но далее, по мере накопления пространственного заряда и роста коэффициента газового усиления, одна из лавин перерастает в стример, после чего происходит стримерный пробой промежутка (рис. 9.9).

При более высоких напряжениях может возникнуть ситуация, когда направленная кинетическая энергия электронов становится сравнимой с их полной кинетической энергией. Высокая проникающая способность электронов и жестких фотонов приводит к ионизации газа вдали от первичной лавины, и разряд приобретает диффузный характер.

Изменение энергии электронов в электрическом поле равно

$$\frac{d\mathcal{E}}{dz} = eE - \left( \frac{d\mathcal{E}}{dz} \right)_{\text{loss}}, \quad (9.36)$$

где  $(d\mathcal{E}/dz)_{\text{loss}}$  – полные потери электронов в соударениях. При высоких энергиях это, в основном, неупругие потери. Типичная зависимость  $(d\mathcal{E}/dz)_{\text{loss}}$  от  $E$  показана на рис. 9.10. С увеличением напряженности поля средняя направленная энергия

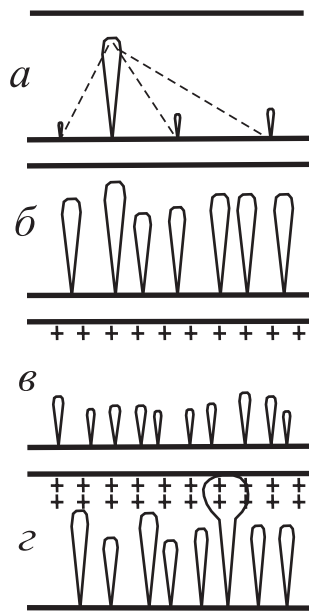


Рис. 9.9. Схема перехода лавины в стример

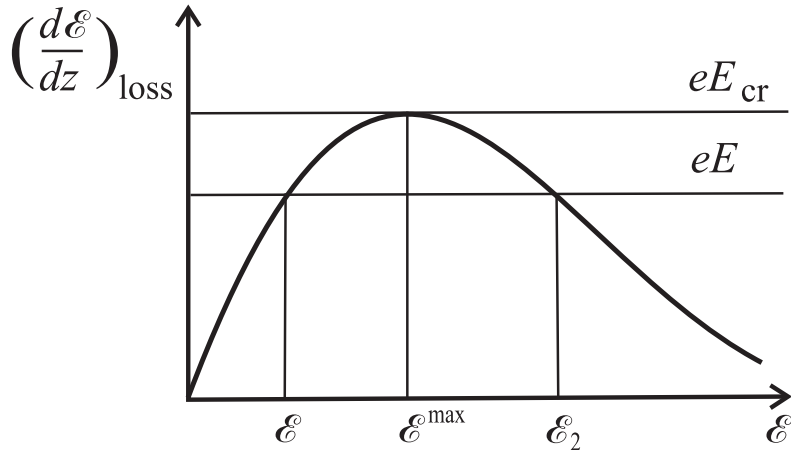


Рис. 9.10. Зависимость потерь энергии электрона при столкновениях от энергии электрона

электронов увеличивается, а разность энергий ( $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$ ) между восходящей и нисходящей ветвями кривой и высота барьера уменьшаются. Часть электронов в процессе ускорения может преодолеть барьер и приобрести энергию выше  $\mathcal{E}_2$ . В этой области потери при столкновениях уменьшаются с ростом энергии и электроны непрерывно ускоряются. Если поле достигает значения  $E_{cr}$ , все электроны попадают в режим непрерывного ускорения (*просвистывающие электроны*). Оценки показывают (см. [6]), что для азота  $E_{cr} = 90$  кВ/см, то есть в три раза выше напряженности поля, при которой происходит пробой.

## 9.6. Искра

Как следует из предыдущих разделов, электрический пробой промежутка всегда начинается с формирования первичной лавины. Последующие события, происходящие между катодом и анодом, существенно зависят от многих обстоятельств и приводят либо к затуханию последовательности лавин, либо к перерастанию одной из лавин в стример, создающий тонкий проводящий плазменный канал между электродами. Проводимость этого канала сначала слишком мала, чтобы понизить напряжение на электродах, но после достижения головкой стримера анода, от него начинает развиваться более мощный катодонаправленный стример, практически несущий потенциал анода. На его фронте напряженность электрического поля достигает весьма больших величин, что приводит к интенсивной ионизации газа. Фронт волны распространяется с фазовой скоростью  $\sim 10^9$  см/с, хотя скорость самих электронов в этой области значительно ниже. Очевидно, что в этом случае определяющую роль в распространении стримера играет фотоионизация.

После достижения стримером катода образуется плазменный канал, в котором начинается интенсивное выделение джоулевого тепла. Быстрый нагрев канала ге-

нерирует цилиндрическую ударную волну, ионизирующую окружающий газ и вызывающую расширение проводящего канала. Плотность электронов в канале может достигать величины  $10^{17} \text{ см}^{-3}$ , а температура – 2 эВ. При таких параметрах проводимость определяется кулоновскими столкновениями и не зависит от плотности электронов (см., например, [7]). Ток через промежуток возрастает за счет расширения канала до 1 см и достигает величины  $\sim 10^4 - 10^5 \text{ А}$ , “подсаживая” напряжение на электродах и снижая поле в канале до значения  $E \sim 100 \text{ В/см}$ .

В результате между электродами возникает ярко светящийся нитевидный канал, который называют искрой. Поскольку источником напряжения в экспериментах по пробой обычно являются конденсаторы, то они быстро разряжаются через канал и разряд гаснет. Если ток поддерживается источником постоянного напряжения, то после некоторого процесса установления в промежутке может сформироваться стационарный разряд, характеристики которого определяются формой, материалом и расположением электродов, составом и давлением газа, а также характеристиками внешней цепи. Свойства таких разрядов будут описаны в следующих главах.

## 9.7. Пробой длинных промежутков; молния.

Экспериментальные исследования показывают, что длинные разрядные промежутки (десятки сантиметров и метры) в воздухе пробиваются при очень низких средних напряженностях поля, составляющих всего  $E = 0,5 - 2 \text{ кВ/см}$ , что в несколько раз ниже порога стримерного пробоя, причем чем больше промежуток, тем меньше это напряжение. Для объяснения этого явления предложен так называемый лидерный механизм пробоя, теория которого практически не разработана. Лидер можно упрощенно рассматривать как очень мощный стример. Тогда дополнительно к последовательности *лавины – стример*, в которой стример по мере развития разряда поглощает лавины, появляется еще одна ступень высокоионизованный *лидер*, поглощающий стримеры и образующий еще более сильно проводящий канал. Этот канал

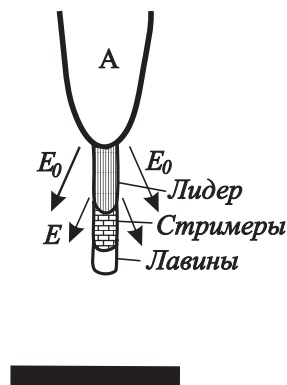


Рис. 9.11. Модель лидера

переносит потенциал электрода на фронт лидера и обеспечивает интенсивную ионизацию на больших расстояниях от электрода (рис. 9.11). При таком механизме достаточно, чтобы высокая напряженность поля существовала не во всем пространстве, а только вблизи головки лидера, обеспечивая его постепенное прорастание ко второму электроду.

Экспериментальные данные подтверждают образование лидеров, которые можно рассматривать как суперстримеры. Действительно, ток лидера составляет  $\sim 100$  А, тогда как у стримера ток равен  $10^{-2} - 10^{-4}$  А. Температура плазмы лидера – порядка 2 эВ, скорость распространения –  $2 \cdot 10^6$  см/с, скорость радиального расширения  $\sim 10^4$  см/с. У головки лидера рождаются стримеры, занимающие при  $d = 10$  м область  $\sim 1$  м. При касании головкой лидера противоположного электрода по образовавшемуся каналу бежит обратная волна (рис. 9.12), которую в модельных расчетах описывают подобно разряду заряженной длинной линии при ее замыкании на землю (см. [2]). Энергия, выделившаяся в этом канале, формирует искровой канал. Описанный процесс имеет место и при формировании молний.

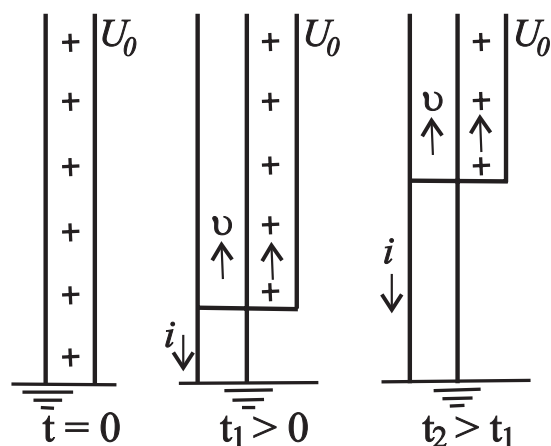


Рис. 9.12. Схема развития обратной волны в искровом пробое

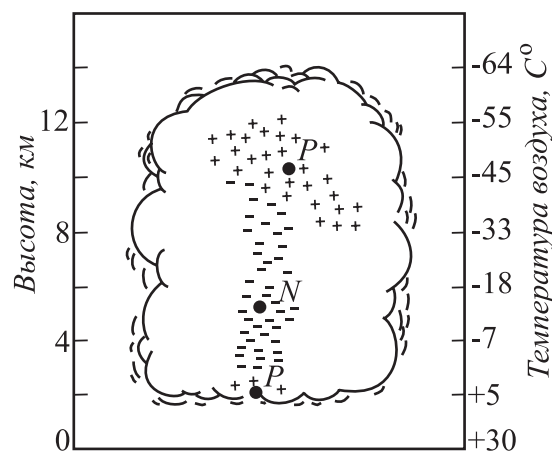


Рис. 9.13. Разделение зарядов в грозовом облаке

В атмосфере при конденсации водяных паров и образовании облаков происходит разделение имеющихся в атмосферном воздухе электрических зарядов. Отрицательные заряды притягиваются к каплям воды, поскольку молекулы последней ориентируются вблизи поверхности капли таким образом, что внутри капли потенциал оказывается на 0,26 В выше, чем снаружи. Капля будет захватывать отрицательные ионы до тех пор, пока разность потенциалов не исчезнет. В поле тяжести микроскопические капли постепенно опускаются, тогда как положительные заряды не захватываются каплями и остаются наверху. В результате образуются разделенные очень большим расстоянием “электроды”, заряженные до высокого напряжения (рис. 9.13). Искровой разряд между ними (молния) формируется по описанному выше лидерному механизму. Пробой происходит в несколько стадий и обычно внутри облака, хотя больше исследованы пробой между облаком и землей. Длительность процесса – порядка 100 мс. Типичный ток на последней стадии – 1 кА, а энерговыделение в молнии составляет  $10^9 - 10^{10}$  Дж, что эквивалентно тонне взрывчатки! Внутри канала образуется плазма плотностью  $10^{17}$  см $^{-3}$ , которая имеет температуру 25 000 К и полностью ионизована. Более детальное описание молнии дано в книге [2].

## 9.8. Коронный разряд

*Коронный разряд* возникает, если по крайней мере вблизи одного из электродов имеется сильное, резко спадающее электрическое поле. Это отвечает условиям, ко-

гда на электроде имеются участки с малым радиусом кривизны  $r$ . Это могут быть, например, острие на плоской поверхности или длинный провод малого диаметра. Потери энергии за счет токов утечки в высоковольтных линиях передачи обусловлены именно коронным разрядом. Коронный разряд может приносить и пользу. Он используется в системах очистки выбросов в дымовых трубах, озонаторах, для химического синтеза в промышленных системах.

Для сферического острья, находящегося на расстоянии  $d$  от плоского второго электрода, напряженность поля максимальна на его поверхности и примерно равна

$$E_{\max} \sim \frac{V}{r} \ln \frac{2d}{r} . \quad (9.37)$$

Очевидно, что коэффициент газового усиления будет максимален в окрестности острья. Механизмы коронного разряда при разной полярности на острие существенно отличаются.

При отрицательном напряжении на острие (*отрицательная корона*) вторичным процессом, поддерживающим разряд может быть, как говорилось ранее, вторичная ионно-электронная эмиссия с катода (как, впрочем, и фотоэлектронная эмиссия). Тогда в качестве условия поддержания стационарного тока через промежуток можно принять условие

$$\int_0^{x_i} [\alpha(x) - a(x)] dx = \ln \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right) , \quad (9.38)$$

где  $x_i$  – расстояние, на котором поле спадает настолько, что  $\alpha = a$  и ионизация газа прекращается. Процессы в этой зоне такие же, как в таунсендовском разряде. Выйдя из зоны размножения, электроны быстро прилипают к молекулам газа, которые дрейфуют к аноду, где отдают свой заряд. Таким образом ток в цепи замыкается.

При положительном напряжении на острие (*положительная корона*) напряженность поля вблизи плоского катода очень мала и вторичная эмиссия с катода практически исключена. Продвижение лавины от анода, где в сильном поле могут рождаться электроны, к катоду возможно только за счет фотоионизации газа. Очевидно, что в этом случае критерием пробоя является критерий возникновения катодонаправленного стримера

$$\int_0^{x_i} (\alpha - a) dx \simeq 18 - 20 . \quad (9.39)$$

Ток в коронном разряде ограничивается пространственным зарядом носителей в зоне сильного поля. Решение этой задачи похоже на решение для движения зарядов в вакуумном диоде, но заряды в данном случае движутся не свободно, а дрейфуют в газе. Рассмотрим, для примера, коронный разряд, возникающий на проводе малого радиуса  $r$  [2, 5]). Пусть имеются два коаксиальных цилиндра с радиусами  $r$  и  $R$ , разделенных газовой изоляцией. Ток между цилиндрами через цилиндрическое сечение радиуса  $x$  в расчете на единицу длины системы равен

$$i = 2\pi x e n \mu E = \text{const} . \quad (9.40)$$

Пусть ток не очень велик и искажение поля во сравнению с полем в отсутствие заряда мало. Тогда в первом приближении распределение поля сохраняется:

$$E = \frac{V}{x \ln(R/r)}, \quad E_{\max} = \frac{V}{r \ln(R/r)} . \quad (9.41)$$

Видно, что в этом случае плотность в межэлектродном зазоре не зависит от  $x$ :

$$n = \frac{i}{2\pi e\mu E x} = i \ln \frac{R}{r} \cdot \frac{1}{2\pi e\mu V} = \text{const} . \quad (9.42)$$

Запишем уравнение Пуассона в цилиндрических координатах:

$$\frac{1}{x} \frac{d(xE)}{dx} = 4\pi e n , \quad (9.43)$$

подставим  $n$  и, определив константу интегрирования из условия, что при уменьшении  $i$  до нуля напряжение на промежутке стремится к напряжению пробоя  $V_b$ , получим распределение  $E$  в следующем приближении:

$$E = \frac{2i \ln(R/r)}{\mu V} \frac{x^2 - r^2}{2x} + \frac{V_b}{x \ln(R/r)}, \quad \int_r^R E dx = V , \quad (9.44)$$

где  $V_b$  – потенциал зажигания. Интегрируя  $E$  по  $x$ , с учетом того что  $x^2 \gg r^2$  для большей части промежутка, получаем выражение для вольт-амперной характеристики коронного разряда  $i(V)$ :

$$i = \frac{2\mu V(V - V_b)}{R^2 \ln(R/r)} . \quad (9.45)$$

Токи положительной и отрицательной короны в электроотрицательном газе равны, поскольку близки подвижности положительных и отрицательных ионов. В отсутствие прилипания ток отрицательной короны, переносимый электронами, значительно больше. Выделяемая в короне мощность, ответственная, в частности, за потери в линиях электропередачи, равна

$$P = iV \simeq \text{const} \cdot V^2(V - V_b) . \quad (9.46)$$

Она линейно растет при увеличении перенапряжения на линии и для равных перенапряжений пропорциональна квадрату полного напряжения.

# Глава 10

## Установившийся ток в газе. Темный и тлеющий разряды

### 10.1. Классификация разрядов

В предыдущих главах показано, что имеется несколько механизмов пробоя газа. Характер пробоя зависит от геометрии электродов, плотности и состава газа, величины приложенного стационарного напряжения, наличия или отсутствия внешнего воздействия. Поскольку приложенное поле может быть нестационарным или переменным, а в промежутке может существовать продольное или поперечное магнитное поле, то в этих случаях характер развития пробоя может существенно отличаться от рассмотренных ранее. Тем не менее рассмотренные ранее явления достаточно фундаментальны и на их основе можно понять механизмы пробоя в более сложных условиях.

После того как пробой промежутка произошел, в зависимости от свойств источника напряжения (конденсатор, генератор постоянного или переменного напряжения, свободное электромагнитное излучение) и характеристик внешней цепи (емкость, сопротивление, индуктивность, нелинейные элементы), сформировавшийся разряд может быть стационарным или нестационарным. В обоих случаях образующаяся плазма может быть либо равновесной, либо неравновесной.

Таблица 10.1. Классификация разрядов и разрядной плазмы

Частота поля	Пробой	Неравновесная плазма	Равновесная плазма
Постоянное до 100–1000 Гц	Искра между электродами	Положительный столб тлеющего разряда	Положительный столб дуги высокого давления
ВЧ 10 <sup>5</sup> –10 <sup>8</sup> Гц	Зажигание ВЧ-разряда	ВЧ-разряд в разреженных газах	ВЧ-индукционный плазмотрон
СВЧ 10 <sup>9</sup> –10 <sup>11</sup> Гц	Пробой в волноводах и резонаторах	СВЧ-разряд в разреженных газах	СВЧ-плазмотрон
Свет 10 <sup>14</sup> –10 <sup>16</sup> Гц	Пробой газов лазером	Завершающая стадия оптического пробоя	Непрерывный оптический разряд

Чтобы упорядочить виды разрядов и соответственно классифицировать получающуюся в этих разрядах плазму введем, следуя работе [64], классификацию по двум параметрам: степени стационарности (пробой, неравновесная и равновесная плазмы) и частоте приложенного внешнего поля (табл. 10.1). Последнее связано с тем,

что в плазме имеются процессы с очень разными характерными временами, поэтому величина отношения последних к периоду поля может существенно влиять на характеристики плазмы. Еще одним важным параметром является ток разряда, который определяется как характеристиками разрядного промежутка, так и параметрами внешней цепи и определяет мощность энергоуклада в плазму.

Явления пробоя в постоянном поле мы уже рассмотрели (левая верхняя клетка таблицы). Перейдем теперь к установившемуся разряду в постоянном поле.

## 10.2. Разряд в постоянном поле

Поскольку при частоте приложенного поля до 100–1000 Гц характерные времена релаксации гораздо меньше периода изменения поля, все процессы успевают приходить в соответствие с приложенным напряжением и в каждый момент времени такой разряд можно рассматривать как разряд в постоянном поле. Сначала опишем качественно вольт-амперную характеристику разряда в промежутке, связав ее с приложенным напряжением и величиной сопротивления внешней цепи, изображенной на рис. 10.1.

Рассмотрим газ, находящийся между электродами. В промежутке всегда имеется небольшое количество электронов и ионов<sup>1</sup>, возникающих за счет ионизации газа космическим излучением, эмиссии с поверхностей или дополнительных источников.

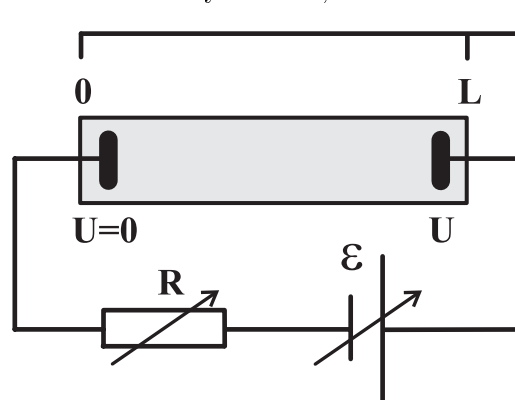


Рис. 10.1. Электрическая схема разряда постоянного тока

Начнем при некотором постоянном сопротивлении внешней цепи  $R$  поднимать напряжение на источнике. После подачи напряжения часть заряженных частиц будет приходить на электроды и в цепи появится ток. По мере роста напряжения ток во внешней цепи будет расти за счет увеличения сбора заряженных частиц электродами. Это показано на рис. 10.2 как фоновая ионизация (участок АВ). При дальнейшем повышении напряжения поле в промежутке растет и собирает все заряды на электроды, что обозначено как режим насыщения (участок ВС). Очевидно, что если имеется внешний источник, дополнительно ионизирующий газ (или вызывающий эмиссию электронов с катода), то прямая ВС сместится вправо. Режим насыщения используют в ионизационных камерах для измерения мощности источника ионизирующего излучения. Эти два режима самостоятельного разряда характеризуются отсутствием газового усиления и малыми токами.

При дальнейшем увеличении напряжения источника в промежутке возникает газовое усиление (генерация лавин), ток в промежутке возрастает, хотя разряд по-прежнему остается самостоятельным. Эта часть (участок СЕ) вольт-амперной характеристики также возрастающая. Газовое усиление растет с ростом напряжения на промежутке. Вблизи точки Е поле в промежутке начинает искажаться пространственным зарядом, вследствие чего, как показано в предыдущих главах, разряд переходит в стримерный режим, приводящий к переходу в самостоятельный разряд (участок ЕF). Участок АЕ носит общее название *темный разряд*, поскольку газ при

<sup>1</sup>В таких условиях электроны быстро захватываются атомами (молекулами) газа и большая часть зарядов в промежутке существует в виде положительных и отрицательных ионов.



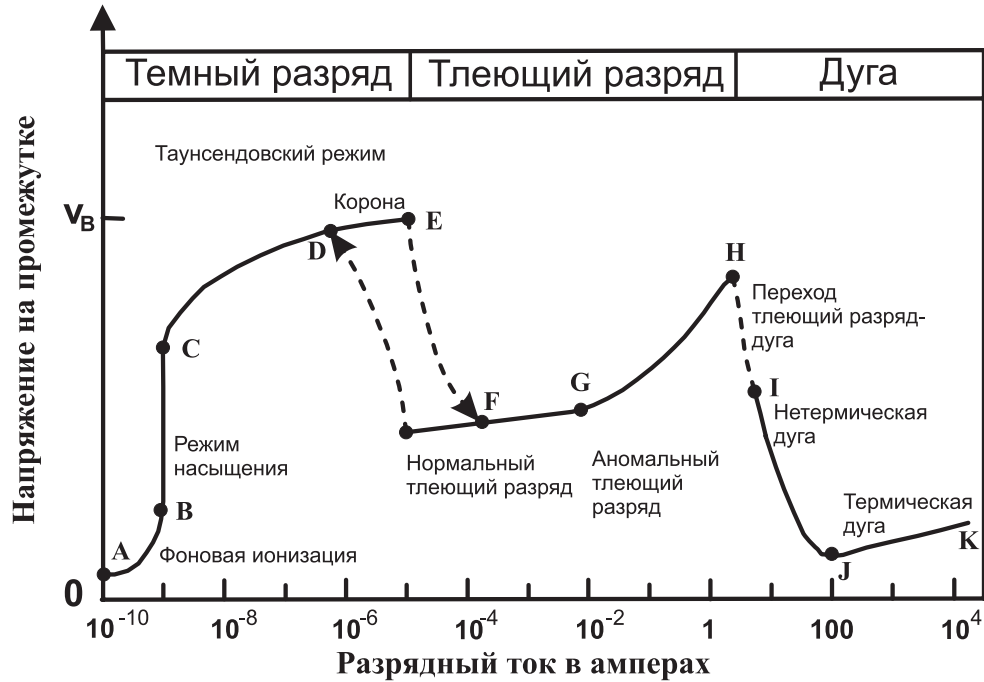


Рис. 10.2. Вольт-амперная характеристика электрического разряда постоянного тока. Шкала тока (ось абсцисс) вплоть до точки *H* соответствует разряду в неоне при  $p = 1$  Тор в трубке длиной 50 см с медными электродами площадью  $10 \text{ см}^2$  [50]. Для дуговых разрядов токовая шкала указывает на характерные значения тока и не привязана к конкретной геометрии

таких условиях почти не излучает. Практически все напряжение источника на этом участке приложено к разрядному промежутку. Правда, следует отметить, что если на каком-либо электроде имеется усиление поля (острие), то на участке DE может сформироваться коронный разряд, который также при дальнейшем росте напряжения переходит в самостоятельный.

По достижении усиления промежутка, равного единице, разряд становится самостоятельным и не требует для своего поддержания внешнего ионизатора. Ток в промежутке возрастает, сопротивление промежутка становится сравнимым с сопротивлением внешней цепи  $R$ , и напряжение на промежутке падает. Дальнейшее движение по оси тока можно осуществлять либо поднимая напряжение источника, либо уменьшая сопротивление резистора. В результате сначала возникает *нормальный тлеющий разряд* с почти постоянным напряжением в широком диапазоне токов (участок FG). Начиная с некоторого тока напряжение начинает возрастать. Эту ветвь V–A-характеристики называют *аномальным тлеющим разрядом* (участок GH). В точке H напряжение снова падает и возникает сначала *нетермический дуговой разряд* (участок IJ), а затем — *термический дуговой разряд* (участок JK).

### 10.3. Темный разряд

На участке ABC вольт-амперной характеристики ток в цепи может возникнуть только при наличии внешнего источника ионизации. Пусть имеется объемный источник ионизации интенсивностью  $\nu_i$  [ $\text{см}^{-3}\text{с}^{-1}$ ]. Вычислим токи в промежутке и внешней цепи. При расчетах будем полагать геометрию промежутка плоской. В реально-

сти это далеко не всегда выполняется. Типичное разрядное устройство представляет собой диэлектрическую (например, стеклянную) трубку с электродами на торцах, диаметр которой значительно меньше межэлектродного расстояния  $d$ . Тем не менее даже при такой геометрии и, более того, в случае изогнутой трубки с хорошим приближением можно полагать, что вектор электрического поля направлен вдоль оси трубки. Это вызвано оседанием зарядов на стенках на начальной стадии разряда. Заряды распределяются по поверхности таким образом, чтобы вектор электрического поля везде был направлен вдоль оси разрядной трубки, что оправдывает одномерное приближение.

Плотность тока носителей в трубке равна

$$j_e = -en_e w_e, \quad j_p = en_p w_p. \quad (10.1)$$

Поскольку разряд стационарный, плотности электронов и ионов определяются уравнением

$$\nabla(nw)_{e,p} - \nu_i + \beta n_e n_p = 0 \quad (10.2)$$

с граничными условиями

$$j_p = 0, \quad j_e = j \quad (\text{на аноде}); \quad (10.3)$$

$$j_p = j, \quad j_e = 0 \quad (\text{на катоде}). \quad (10.4)$$

Уравнение для тока ионов в одномерном приближении имеет вид

$$\frac{dj_p}{dz} - e\nu_i - \beta e \frac{j_p j_e}{e^2 \mu_p \mu_e E^2} = 0. \quad (10.5)$$

Ток электронов можно найти из условия стационарности

$$j = j_e + j_p = \text{const}. \quad (10.6)$$

Имеются две причины потери частиц из разряда — рекомбинация и уход на электроды. В первом случае (*приближение слабого поля*) из уравнения (10.2) получим

$$n_e = n_p \approx \sqrt{\nu_i / \beta} \quad (10.7)$$

и

$$i_{e,p} = j_{e,p} \cdot S \approx e \sqrt{\nu_i / \beta} \mu_{e,p} \frac{SU}{d} \sim U, \quad (10.8)$$

где  $S$  — сечение разряда. В данном случае ток носителей не зависит от координаты. Напротив, в *сильном поле* можно пренебречь рекомбинацией, и токи носителей, как это следует из уравнения (10.5), линейно зависят от координаты трубки:

$$j_p|_{\text{нас}} \approx e\nu_i z; \quad (10.9)$$

$$j_e|_{\text{нас}} \approx e\nu_i (d - z). \quad (10.10)$$

Нетрудно понять, что приближения слабого и сильного поля соответствуют участкам АВ и ВС на вольт-амперной характеристике.

При дальнейшем увеличении тока в режиме таунсендовского разряда пространственный заряд растет. Плотность заряженных частиц, при которой пространственный заряд заведомо играет существенную роль, можно оценить из уравнения Пуассона  $dE/dz = 4\pi\rho$ . Напряженность поля пространственного заряда есть  $E^* \sim 4\pi\rho d$

или  $U^* \sim 4\pi\rho d^2 = 4\pi n_e^* e d^2$ . Откуда, например, для 50-сантиметрового промежутка, к которому приложено напряжение 2,5 кВ, имеем

$$n_e^* \sim \frac{U^*}{4\pi e d^2} \sim \frac{2,5 \cdot 10^3 / 300}{12 \cdot 4,8 \cdot 10^{10} \cdot 2500} = 6 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}. \quad (10.11)$$

Из этой оценки видно, что влияние пространственного заряда становится заметным уже тогда, когда плотность плазмы еще весьма низка.

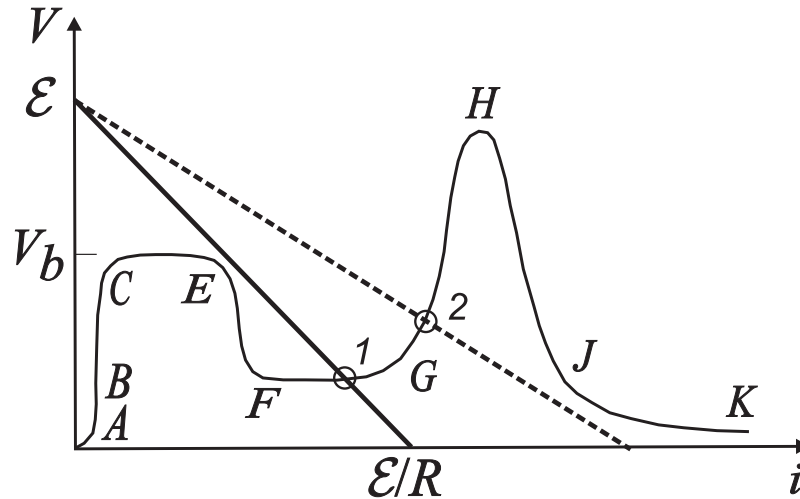


Рис. 10.3. Нагрузочная прямая, определяющая положение рабочей точки на вольт-амперной характеристике; точка 1 соответствует нормальному, а точка 2 — аномальному тлеющему разряду (см. разд. 10.5, 10.6)

Как показано в предыдущей главе, именно искажение пространственного заряда вызывает трансформацию лавины в стример. Используя только что сделанную оценку, вычислим для  $n_e \sim 10^7 \text{ см}^{-3}$  характерный ток, при котором это происходит. Для типичных значений дрейфовой скорости  $w_e \sim 10^6 \text{ см/с}$  получаем для трубки сечением  $10 \text{ см}^2$  ток

$$I = en_e w_e S \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ А}.$$

С уменьшением нагрузочного сопротивления цепи ток в промежутке возрастает, пространственный заряд увеличивается и разряд переходит в самостоятельный. Правый конец изображенной на рис. 10.3 нагрузочной прямой

$$\mathcal{E} = V + iR$$

перемещается по оси тока вправо, пересекаясь с вольт-амперной характеристикой в точке 1, соответствующей тлеющему разряду. Оставляя пока в стороне вопрос о том, почему вольт-амперная характеристика тлеющего разряда имеет такую форму, перейдем к его феноменологическому описанию.

## 10.4. Тлеющий разряд: феноменологическое описание

Феноменологически тлеющий разряд в газоразрядной трубке представляет собой сложную, но всегда определенную, последовательность по-разному светящих-

ся зон, которые показаны на рис. 10.4. Основное падение потенциала происходит вблизи катода. Оно обеспечивает ускорение ионов, приходящих из межэлектродного промежутка и вызывающих вторичную эмиссию электронов из катода. Электроны, покидая катод, движутся с ускорением. Пока их скорость не достигла порога возбуждения, они не способны возбуждать газ, и поэтому непосредственно к катоду прилегает *темное анодное пространство*. Ускоряясь далее в электрическом поле, они достигают и переходят порог возбуждения атомов, что приводит к интенсивному линейчатому излучению. По этой причине данная область называется *катодным свечением*. По мере ускорения электронов возбуждаются все более высокие уровни, поэтому пики излучения соответствующих линий распределены по длине катодного свечения.

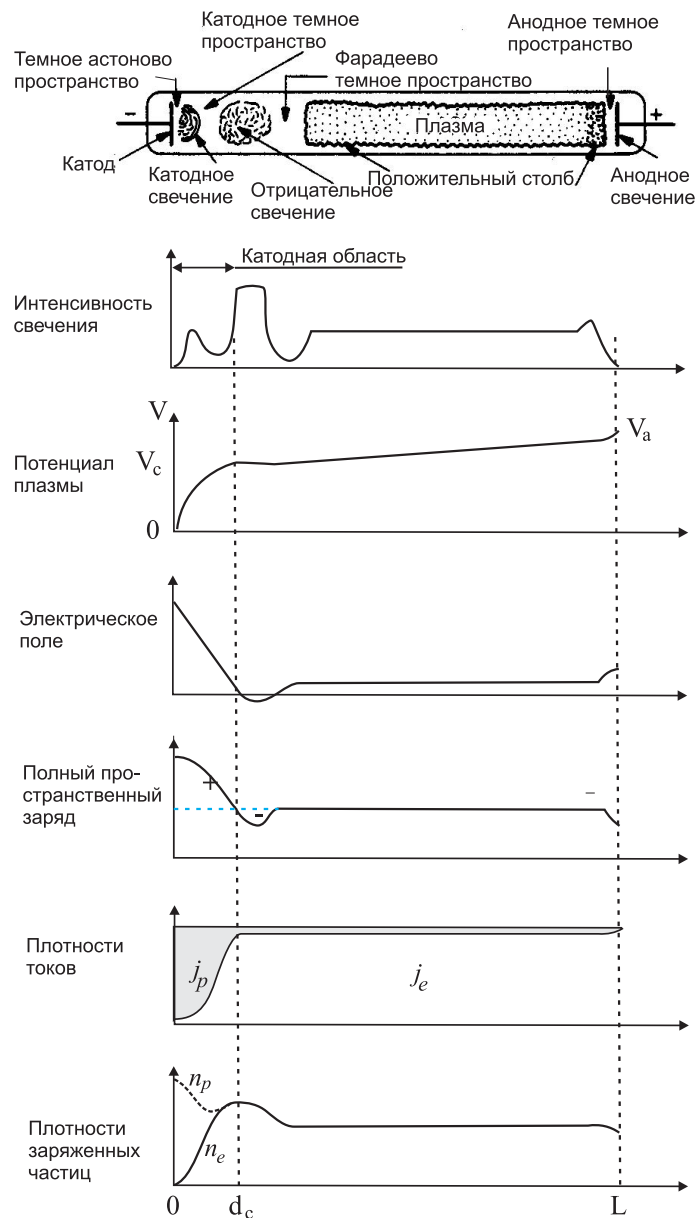


Рис. 10.4. Типичные зависимости основных характеристик тлеющего разряда от координаты

При дальнейшем ускорении электронов их энергия в *катодном темном пространстве* переваливает максимум сечения возбуждения (поэтому интенсивность

свечения здесь падает) и достигает потенциала ионизации. Именно здесь, в основном, происходит лавинная ионизация и рождается большинство ионов. Слой положительного пространственного заряда экранирует остальную часть промежутка, где напряженность поля становится малой. Интенсивный поток электронов, двигаясь по инерции, теряет энергию в столкновениях и снова начинает возбуждать атомы. Эта область называется *отрицательным свечением*, поскольку порядок следования пиков атомных линий обратный по отношению к катодному свечению. В этой зоне наблюдается избыточный отрицательный заряд, а напряженность поля минимальна.

Далее в *фарадеевом темном пространстве* напряженность поля постепенно возрастает до значения, соответствующего *положительному столбу*, который представляет собой низкотемпературную плазму с почти хаотическим движением заряженных частиц. Напряженность поля в столбе поддерживается на минимальном уровне, который обеспечивает замыкание тока в разрядной трубке. Небольшое *анодное падение* потенциала ускоряет электроны и обеспечивает за счет ударной ионизации образование некоторого числа ионов, необходимого для компенсации пространственного заряда в положительном столбе. Поскольку скорость дрейфа ионов значительно меньше, чем электронов, то последним достаточно произвести в среднем лишь  $\mu_p/\mu_e$  ионизаций в анодном слое. По этой причине величина анодного падения достаточно мала. Обычно она близка к потенциалу ионизации газа. Ясно, что электроны, ускоряясь до такой энергии, достаточно эффективно возбуждают газ, образуя область *анодного свечения*.

При постоянном напряжении на промежутке с повышением давления газа все прикатодные слои стягиваются к катоду, а положительный столб занимает почти всю длину трубки. При 100 Тор кажется, что тлеет сам катод (в действительности — отрицательное свечение), поэтому разряд и получил название тлеющего. Положительный столб, представляющий собой классический пример квазинейтральной плазмы, играет, в основном, роль проводника, переносящего ток от анодного слоя к катодному.

## 10.5. Формирование катодного слоя

Рассмотрим теперь, как формируется катодный слой по мере перехода от режима темного разряда к тлеющему. Вначале (рис. 10.5, прямая 1) напряженность поля в промежутке однородна. Увеличение пространственного заряда с ростом тока приводит к искажению напряженности поля, которая в соответствии с уравнением Пуассона постепенно уменьшается вблизи анода (см. кривую 2 на том же рисунке). При некотором значении тока поле на аноде уменьшится до нуля (кривая 3), а при дальнейшем росте тока поле, оцененное формально по уравнению Пуассона, становится равным нулю уже внутри промежутка (кривая 4). Часть разряда длиной  $d_4 \simeq d_c$  (см. рис. 10.4) представляет собой катодный слой, в котором напряженность поля максимальна вблизи катода.

Справа от катодного слоя формируется положительный столб (ПС), напряженность поля в котором невелика. Она поддерживается на уровне, минимально необходимом для обеспечения переноса тока через газоразрядную трубку к аноду. Полное падение напряжения в положительном столбе может быть как ниже, так и выше, чем в катодном слое. Оно зависит от полной длины трубки и давления газа. При давлении

ях порядка атмосферного, например, напряжение на ПС может составлять десятки киловольт. Что касается катодного слоя, то его длина автоматически подстраивается таким образом, чтобы обеспечить поддержание разряда при минимальном напряжении. Далее мы проследим связь этих величин с законом Пашена.

Для определения вольт-амперной характеристики (ВАХ) катодного слоя решают систему уравнений, первые два из которых – уравнение Пуассона и условие зажигания самостоятельного разряда:

$$\begin{cases} \frac{dE_z}{dz} = 4\pi e(n_p - n_e), \\ \int_0^L \alpha(E(z))dz = \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right), \\ V_c = \int_0^{d_c} E, E \equiv |E|. \end{cases}$$

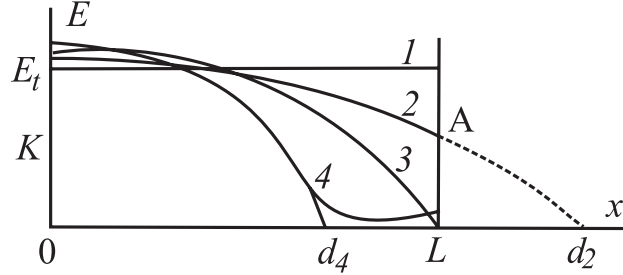


Рис. 10.5. Эволюция поля под действием пространственного заряда: 1 – неискаженное поле, ( $j \rightarrow 0$ ); 2 – слабый ток,  $j < j_L$ ; 3 –  $j = j_L$ ; 4 – переход к тлеющему разряду,  $j > j_L$

Энгель и Штеенбек [60] решили задачу вычисления ВАХ для эмпирически обоснованного распределения  $E$  в катодном слое:

$$E(z) = \begin{cases} E_c \left(1 - \frac{z}{d_c}\right), & \text{при } z \leq d_c, \\ E = 0, & \text{при } z > d_c. \end{cases} \quad (10.12)$$

При таком распределении задача решается только численно. Ее, однако, можно решить и аналитически [2] с точностью до константы порядка единицы, если принять<sup>2</sup>, что напряженность электрического поля  $E_c$  в слое постоянна:

$$E(z) = \begin{cases} E_c \equiv \text{const}, & \text{при } z \leq d_c, \\ E = 0, & \text{при } z > d_c. \end{cases} \quad (10.13)$$

Используя выражения

$$\frac{\alpha}{p} = Ae^{-Bp/E}$$

и

$$V_c = E_c d,$$

приходим к выражению

$$\frac{V_c}{(pd_c)} = \frac{B}{\ln \frac{A}{\ln(1 + 1/\gamma)} + \ln(pd_c)} = \frac{B}{C + \ln(pd_c)} = f_1(pd_c), \quad (10.14)$$

а отсюда сразу получаем (см. разд. 9.2) аналог закона Пашена для катодного слоя

$$V_c = \frac{Bpd_c}{C + \ln pd_c} = f_2(pd_c). \quad (10.15)$$

<sup>2</sup>Необходимые поправки можно будет внести позднее.

Таблица 10.2. Нормальное катодное падение  $V_n$  [В]

Катод	Воздух	Ar	Ne	H <sub>2</sub>	Hg	Ne	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO	CO <sub>2</sub>
Al	229	100	140	170	245	120	180	311	—	—
Ag	280	130	162	216	318	150	233	—	—	—
Au	285	130	165	247	—	158	233	—	—	—
Bi	272	136	137	240	—	—	210	—	—	—
C	—	—	—	240	475	—	—	—	526	—
Cu	370	130	177	214	447	220	208	—	484	460
Fe	269	165	150	250	298	150	215	290	—	—
Hg	—	—	142	—	340	—	226	—	—	—
K	180	64	59	94	—	68	170	—	484	460
Mg	224	119	125	153	—	94	188	310	—	—
Na	200	—	80	185	—	75	178	—	—	—
Ni	226	131	158	211	275	140	197	—	—	—
Pb	207	124	177	223	—	172	210	—	—	—
Pt	277	131	165	276	340	152	216	364	490	475
W	—	—	—	—	305	125	—	—	—	—
Zn	277	119	143	184	—	—	216	354	480	410
Стекло*	310	—	—	260	—	—	—	—	—	—

\*Тонкий стеклянный диск, нагретый до 300°С (то же в табл. 10.3 и 10.4).

Таким образом, катодное падение (ср. с выражением (9.14)) является функцией величины  $pd_c$ .

Так как в катодном слое много ионов ( $n_p \gg n_e$ ) и  $j_p \gg j_e$ , то, используя приближение

$$n_p \simeq \frac{|dE/dz|}{4\pi e} \simeq \frac{E_c}{4\pi e d_c},$$

получаем

$$j = en_p \mu_p E_c \simeq \mu_p \frac{E_c^2}{4\pi d_c} \simeq \mu_p \frac{V_c^2}{4\pi d_c^3} = f_3(d_c). \quad (10.16)$$

Формулы (10.14)–(10.16) определяют параметрическую зависимость поля на катоде  $E_c$  и напряжения  $V_c$  от  $j$ . Параметром служит  $d_c$ . Выражение (10.15) имеет минимум (это просто кривая Пашена);  $V_{\min}$  совпадает с минимальным пробивным напряжением нашего промежутка. Как функция  $j$ ,  $V_c$  проходит тот же минимум (см. выражения (10.15), (10.16)).

Введем теперь безразмерные параметры

$$\tilde{V} = \frac{V_c}{V_n}, \quad \tilde{E} = \frac{E_c/p}{E_n/p}, \quad \tilde{d} = \frac{pd_c}{(pd)_n}, \quad \tilde{j} = \frac{j}{j_n},$$

нормируя интересующие нас величины на их так называемые “нормальные” значения (обозначены индексом  $n$ ), соответствующие минимальному падению напряжения

Таблица 10.3. **Нормальная толщина катодного слоя  $pd_n$  [Тор·см] при комнатной температуре**

Катод	Воздух	Ar	H <sub>2</sub>	He	Hg	N <sub>2</sub>	Ne	O <sub>2</sub>
Al	0,25	0,29	0,72	1,32	0,33	0,31	0,64	0,24
C	—	—	0,9	—	0,69	—	—	—
Cu	0,23	—	0,8	—	0,6	—	—	—
Fe	0,52	0,33	0,9	1,30	0,34	0,42	0,72	0,31
Mg	—	—	0,61	1,45	—	0,35	—	0,25
Hg	—	—	0,9	—	—	—	—	—
Ni	—	—	0,9	—	—	—	—	—
Pb	—	—	0,84	—	—	—	—	—
Pt	—	—	1,0	—	—	—	—	—
Zn	—	—	0,8	—	—	—	—	—
Стекло	0,3	—	0,8	—	—	—	—	—

$V_n \equiv V_{\min}$ . Первые три нормировочные величины определяются из закона Пашена:

$$(pd)_n = \frac{2.72}{A} \ln \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right); \quad (10.17)$$

$$\left( \frac{E}{p} \right)_n = B; \quad (10.18)$$

$$V_n = \frac{272B}{A} \ln \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right), \quad (10.19)$$

а  $j_n$  из выражения (10.16)) и законов подобия:

$$\frac{j_n}{p^2} = \frac{(\mu_p p) V_n^2}{4\pi (pd)_n^3} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \frac{\mu_p p V_n^2}{4\pi (pd)_n^3} [A/\text{см}^2 \cdot \text{Тор}^2]. \quad (10.20)$$

Таблица 10.4. **Нормальная плотность тока  $j_n/p^2$  [мкА/(см<sup>2</sup>·Тор<sup>2</sup>)] при комнатной температуре**

Катод	Воздух	Ar	H <sub>2</sub>	He	Hg	N <sub>2</sub>	Ne	O <sub>2</sub>
Al	330	—	90	—	4	—	—	—
Au	570	—	110	—	—	—	—	—
Cu	240	—	64	—	15	—	—	—
Fe, Ni	—	160	72	2,2	8	400	—	6
Mg	—	20	—	3	—	—	—	5
Pt	—	150	90	5	—	380	550	18
Стекло	40	—	80	—	—	—	—	—



Тогда параметрические зависимости примут вид

$$\tilde{V} = \frac{\tilde{d}}{1 + \ln \tilde{d}}, \quad \tilde{E} = \frac{1}{1 + \ln \tilde{d}}, \quad \tilde{j} = \frac{1}{\tilde{d}(1 + \ln \tilde{d})^2}. \quad (10.21)$$

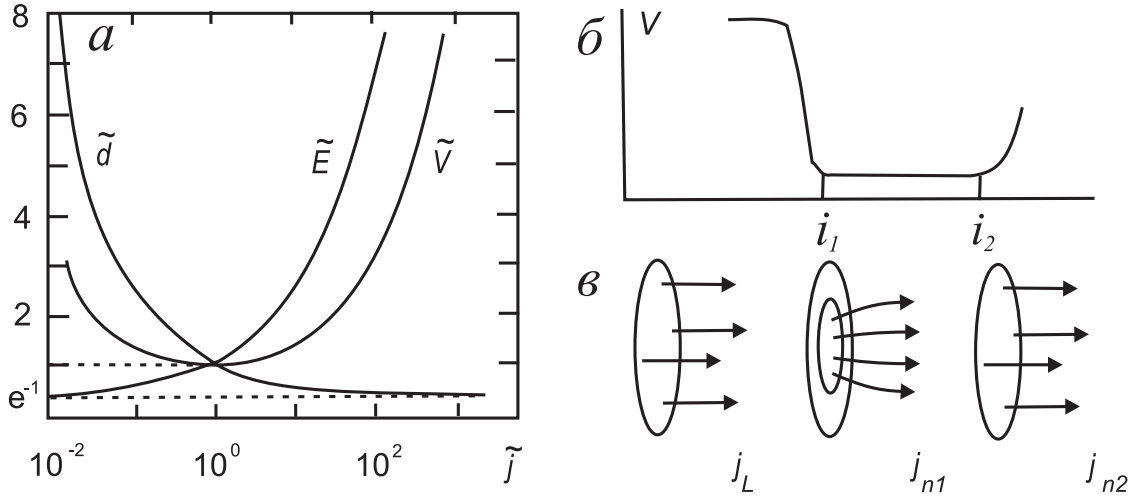


Рис. 10.6. К описанию вольт-амперной характеристики тлеющего разряда: *a* – катодное падение потенциала, поле на катоде и толщина анодного слоя в зависимости от тока в безразмерных переменных; *б* – диапазон токов в нормальном тлеющем разряде; *в* – схема заполнения током поверхности катода при росте полного тока в нормальном тлеющем разряде

Графически эти выражения представлены на рис. 10.6, *a*. Они являются некоторым аналогом вольт-амперной характеристики, где роль тока играет, однако, плотность тока:

$$\tilde{V} = F(\tilde{j}). \quad (10.22)$$

Правая ветвь кривой  $\tilde{V}$  действительно наблюдается экспериментально, но предсказываемый теорией подъем при уменьшении тока ниже нормального значения  $\tilde{j} = 1$  в действительности не наблюдается. При дальнейшем снижении тока  $\tilde{V}$  остается почти постоянным (пунктир), а истинная  $V$ - $A$ -характеристика имеет вид, показанный на рис. 10.6, *б*.

Понять, почему не реализуется левая ветвь кривой напряжения, помогает схема, приведенная на рис. 10.6, *в*. В темном разряде вся поверхность катода эмитирует электроны. После перехода в режим нормального тлеющего разряда плотность тока резко возрастает до величины ее нормального значения  $\tilde{j} = 1$ , но полный ток невелик и только часть поверхности катода является эмиттером. По мере роста полного тока разряда  $i$  площадь, занятая катодным пятном (см. рис. 10.6, *в*) растет пропорционально току так, что

$$j = \frac{i}{S} = \text{const}.$$

Тлеющий разряд, горящий в таком режиме, называется *нормальным тлеющим разрядом*.

Когда пятно охватывает всю поверхность катода, эмиттером снова становится вся поверхность и дальнейший рост тока возможен только за счет роста плотности

тока. Это соответствует переходу в режим *аномального тлеющего разряда* на V–A-характеристике (см. рис. 10.6, б) и соответственно правой ветви  $\tilde{V}$  на рис. 10.6, а.

Характерная величина *нормального падения напряжения*  $V_n$  (см. рис. 10.6, б) варьируется в диапазоне  $\sim 100\text{--}500$  В для всех газов — от аргона до окиси углерода. Диапазон токов, в пределах которого существует тлеющий разряд, определим, исходя из того, что выражение (10.20), если заменить в нем  $V_n$  на  $V_b$  и  $d_n$  на длину трубки  $L$ , дает нам (вспомним о том, что он получился из уравнения Пуассона) максимальный ток таунсендовского темного разряда. Так как при этом сечение эмитирующей катодной поверхности занимает весь катод, так же как и на правом конце вольт-амперной характеристики тлеющего разряда, то диапазон токов будет определяться выражением

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{j_n}{j_L} = \tilde{L}(1 + \ln \tilde{L})^2, \quad (10.23)$$

где  $\tilde{L} = pL/pd_n$ . Поскольку  $pd_n = \text{const}$ , то  $\tilde{L} \sim pL$ , т. е. диапазон токов нормального тлеющего разряда тем больше, чем больше давление и длиннее трубка. Например, при  $p = 15$  Тор,  $L = 1,6$  см,  $(pd)_n \simeq 0,7$  Тор·см получим  $\tilde{L} = 34$  и  $j_n/j_L = 700$ . В табл. 10.2 – 10.4 приведены значения нормальных значений  $V_n$ ,  $(pd)_n$  и  $j_n/p^2$  для разных газов и материалов электродов.

## 10.6. Аномальный тлеющий разряд

По мере роста тока в режиме нормального тлеющего разряда катодное пятно растет и заполняет весь катод. Эмиссионная поверхность последовательно захватывает все проводящие части, электрически связанные с катодом, включая токоподводы, находящиеся “в тени”. После этого дальнейшее увеличение тока возможно только за счет роста его плотности на катоде, что, в свою очередь, требует увеличения напряжения на разряде. Величина падения напряжения в катодном слое растет и уходит от пашеновского минимума, характерного для нормального тлеющего разряда. Такой разряд, соответствующий правой ветви полученной выше зависимости  $\tilde{V}(\tilde{j})$ , называется *аномальным тлеющим разрядом*.

Зависимости напряжения на разряде и плотности тока на катоде от величины полного тока в нормальном и аномальном тлеющем разрядах показаны на рис. 10.7.

Поскольку в аномальном тлеющем разряде  $i = S_c \cdot j = \text{const} \cdot j$ , то возрастающая часть кривой представляет собой истинную вольт-амперную характеристику разряда. На практике разряд можно перевести в этот режим, уменьшая нагрузочное сопротивление цепи  $R$ , в результате чего (см. пунктир на рис. 10.3) правый конец нагрузочной прямой движется вправо, смещая рабочую точку на возрастающую ветвь V–A-характеристики.

Поскольку при увеличении тока ( $\tilde{j} \rightarrow \infty$ ) знаменатель в  $\tilde{j}$  (см. выражения (10.21)) должен стремиться к нулю, безразмерная толщина катодного слоя асимптотически стремится к постоянному значению  $\tilde{d} \rightarrow e^{-1} = 0,37$ . Тогда асимптотическое выражение для тока будет

$$\tilde{j} = \frac{1}{\tilde{d}(1 + \ln \tilde{d})^2} \rightarrow \frac{1}{0,37(1 + \ln \tilde{d})^2}, \quad (10.24)$$

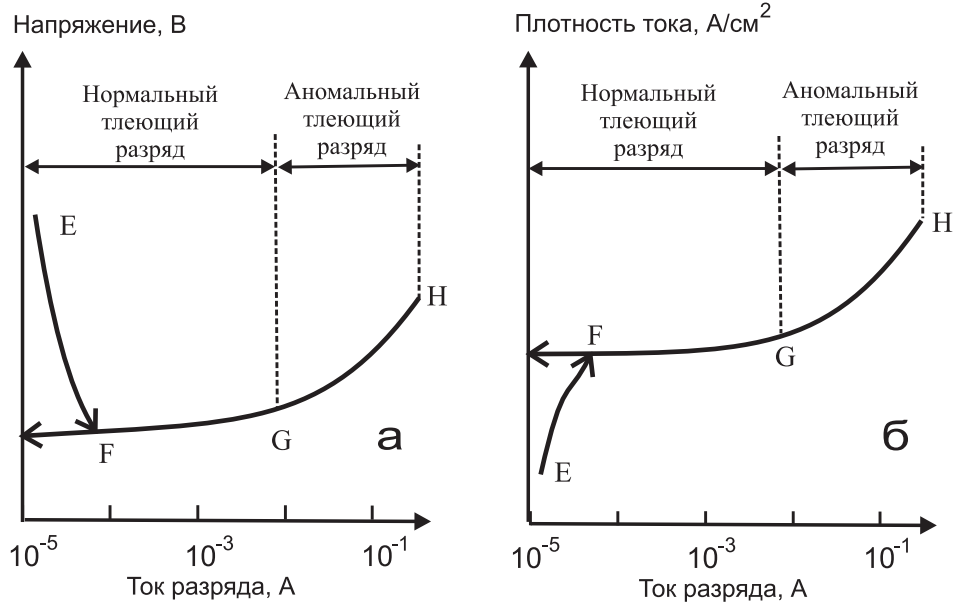


Рис. 10.7. Напряжение на разряде (а) и плотность тока на катоде (б) как функция полного тока в нормальном и аномальном тлеющих разрядах

а для напряжения и напряженности

$$\tilde{V} = \frac{\tilde{d}}{1 + \ln \tilde{d}} \rightarrow \frac{0,37}{1 + \ln \tilde{d}}; \quad (10.25)$$

$$\tilde{E} = \frac{1}{1 + \ln \tilde{d}} \rightarrow \frac{1}{1 + \ln \tilde{d}}. \quad (10.26)$$

Сравнивая выражения (10.24)–(10.26), получаем следующие асимптотические зависимости безразмерных напряжения и напряженности поля в катодном падении от безразмерной плотности тока:

$$\tilde{V}|_{j \rightarrow \infty} \sim j^{1/2} \quad \text{и} \quad \tilde{E}|_{j \rightarrow \infty} \sim j^{1/2}. \quad (10.27)$$

Естественно, что в реальном разряде рост тока рано или поздно должен привести к изменению характера разряда. Действительно, при возрастании плотности тока до значений 10–100 А/см<sup>2</sup> катод даже в импульсных режимах разогревается, механизм электронной эмиссии с катода изменяется, и разряд переходит в дугу (см. рис. 10.2).

## 10.7. Характерные параметры тлеющего разряда

Вычисленные в разд. 10.5 величины нормального катодного падения (10.19), нормальной толщины катодного слоя (10.17) и нормальной плотности тока (10.20) достаточно хорошо совпадают с их экспериментальными значениями, если подставить в эти выражения величины  $A_p$  и  $B_p$  из табл. 8.1. Для разряда в воздухе между алюминиевыми электродами, например, эти величины составляют  $V_n = 229$  В,  $pd_n = 0,25$  Тор·см и  $j_n/p^2 = 330$  мкА/см<sup>2</sup>·Тор<sup>2</sup>. Как правило, для первых двух величин они не очень отличаются от приведенных выше значений, но величина  $j_n/p^2$  варьируется в пределах двух порядков.

Полезно также представлять себе основные характеристики типичных тлеющих разрядов. В табл. 10.5 приведен диапазон, в котором лежат наиболее важные характеристики тлеющего разряда — как нормального, так и аномального. В среднем

Таблица 10.5. Типичные параметры тлеющего разряда

Параметр	Наименьшее значение	Характерное значение	Наивысшее значение
Давление нейтрального газа (Тор)	$10^{-6}$	0,5	760
Напряжение на электродах (В)	100	1 000	50 000
Ток разряда (А)	$10^{-4}$	0,5	20
Плотность (эл./см <sup>3</sup> )	$10^8$	$5 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^{12}$
Температура электронов (эВ)	1	2	5
Мощность (Вт)	$10^{-2}$	200	250 000
Объем плазмы (л)	$10^{-6}$	0,1	100

столбце приведены параметры разряда в стеклянной трубке (такие трубки — неоновые, аргоновые, криптоновые — используются для цветной рекламы). Маломощные разряды реализуются в сигнальных лампочках. Мощные разряды широко используются в газовых лазерах. В частности, для получения больших мощностей генерации используют так называемые поперечные разряды высокого давления — конфигурацию, при которой разряд горит в относительно узком промежутке  $l$  между протяженными электродами большой площади ( $\sqrt{S} \gg l$ ). Катодный слой вследствие большой плотности газа чрезвычайно узок и практически все напряжение разряда, достигающее десятков и сотен киловольт, приложено к положительному столбу. Для предотвращения перегрева среды газ прокачивают — обычно поперек разрядного промежутка. СО<sub>2</sub>-лазеры такого типа, используемые в промышленности, способны генерировать излучение мощностью в десятки киловатт.

## 10.8. Положительный столб тлеющего разряда

Выше упоминалось о том, что роль положительного столба заключается в создании проводящей среды, обеспечивающей протекание тока между областями катодного и анодного падений потенциала. Исторически именно эта квазинейтральная область и получила наименование *плазма*. Состояние положительного столба (ПС) не зависит от процессов в приэлектродных областях и определяется только локальными процессами и величиной пропускаемого тока. Электрическое поле  $E$  в ПС чутко реагирует на все изменения, поддерживая постоянным ток разряда. Оно устанавливается таким, чтобы температура электронов  $T_e$  за счет ионизации обеспечивала компенсацию потерь носителей, а их дрейфовая скорость — необходимую величину тока. Большинство носителей поступает в положительный столб извне, т. е. из областей катодного и анодного падений, и лишь малая доля рождается в самом ПС, компенсируя неизбежные потери за счет рекомбинации, прилипания и поперечного дрейфа.

Рассмотрим основные процессы, протекающие в положительном столбе. Так как скорость диффузии электронов выше, чем скорость ионов, то на поверхности разрядной трубки возникает отрицательный заряд, создающий некоторое радиальное

электрическое поле, препятствующее уходу электронов на стенки. Поскольку, однако,  $E_r \ll E_z$ , в дальнейших оценках мы этим полем пренебрегаем, учитывая только поперечную диффузию электронов. Диффузия и объемная рекомбинация электронов в ПС компенсируются ударной ионизацией, что символически описывается уравнением

$$D_a \nabla_{\perp} n + \nu_i(E)n - \beta n^2 = 0. \quad (10.28)$$

Если коэффициент рекомбинации  $\beta$  мал, то разряд контролируется диффузией и рекомбинационным членом можно пренебречь. Тогда из уравнения (10.28) получим требование

$$\nu_i(E) = \frac{D_a}{\Lambda^2} \equiv \nu_{da},$$

где  $\Lambda = R/2,4$  – характерная диффузионная длина. При этом по радиусу устанавливается бесселев профиль плотности

$$n \sim J_0(2,4 \frac{r}{R}).$$

Если мал коэффициент диффузии  $D_a$ , то источником потерь электронов является объемная рекомбинация и

$$n \sim \frac{\nu_e(E)}{\beta} = \text{const}. \quad (10.29)$$

В этом случае плотность не зависит от  $r$  везде, кроме узкой области вблизи стенок.

Используя эти результаты и уравнение (10.28), можно записать интерполяционное уравнение, учитывающее оба предельных случая и описывающее переход между ними:

$$\nu_i(E) - \nu_{da} - \beta n = 0. \quad (10.30)$$

Отсюда плотность

$$n_e = \frac{\nu_i(E) - \nu_{da}}{\beta}, \quad (10.31)$$

а плотность тока в столбе

$$j = \frac{e(\mu_e p)}{\beta} \frac{E}{p} [\nu_i(E) - \nu_{da}]. \quad (10.32)$$

Последнее выражение описывает ВАХ столба. При малой плотности тока мала плотность электронов и второй член в скобках мал. Поскольку  $E$  в столбе определяется выражением (10.29) и не зависит от  $n$  (и от тока), то ВАХ столба в этом случае — прямая, параллельная оси тока. При увеличении разрядного тока возрастает степень ионизации, преобладающей становится объемная рекомбинация и  $E$  растет с ростом плотности тока  $j$ . Если мы имеем разряд большой длины при высокой плотности газа, то длина столба существенно превышает размер всех слоев и ВАХ столба определяет вид вольт-амперной характеристики всего разряда. Именно такого типа разряды используются в мощных газовых лазерах.

Поскольку в ПС заряды рождаются ионизацией электронным ударом из основного состояния, а гибнут на стенках или за счет диссоциативной рекомбинации, то принцип детального равновесия не работает и система существенно термодинамически неравновесна. Действительно, при давлении газа  $p \sim 1-10$  Тор плотность электронов в разряде в зависимости от условий обычно составляет  $10^8-10^{12}$  см<sup>-3</sup>, что

соответствует степени ионизации  $\alpha = 10^{-7}-10^{-8}$ . Согласно уравнению Саха, температура электронов при таких параметрах  $T_e$  должна быть  $10^{-2}-1$  эВ, тогда как ее характерное значение реально лежит в интервале 1–3 эВ. Иными словами, в положительном столбе температура электронов существенно превышает температуру газа и ионов.

При прохождении через ПС тока выделяется джоулево тепло  $jE = \sigma E^2$  и газ нагревается. Если газ не прокачивается через трубку, то в стационарном режиме тепло уходит на стенку за счет теплопроводности

$$J_R = -\lambda \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R}. \quad (10.33)$$

Если пересчитать на  $1 \text{ см}^3$  объема плазмы, то потери энергии равны

$$\Delta \mathcal{E} [\text{эрг/с см}^3] = \frac{2\pi R J_R}{\pi R^2} \sim \frac{\lambda(T - T_0)}{R^2} = N c_{p1}(T - T_0) \nu_T, \quad (10.34)$$

где  $c_{p1}$  – теплоемкость при постоянном давлении в расчете на одну молекулу газа, а  $\nu_T$  – величина, обратная времени вывода тепла из объема. Поскольку энергия передается газу, главным образом, через электрон-атомные столкновения, а плотность электронов максимальна на оси трубки, то газ приобретает импульс, приводящий к его циркуляции. Распределение плотности электронов поперек трубки и профиль скорости нейтрального газа показаны на рис. 10.8. Именно циркуляция газа вызывает “механический эффект катодных лучей”, впервые наблюдавшийся в 1879 г. в трубке Крукса<sup>3</sup>.

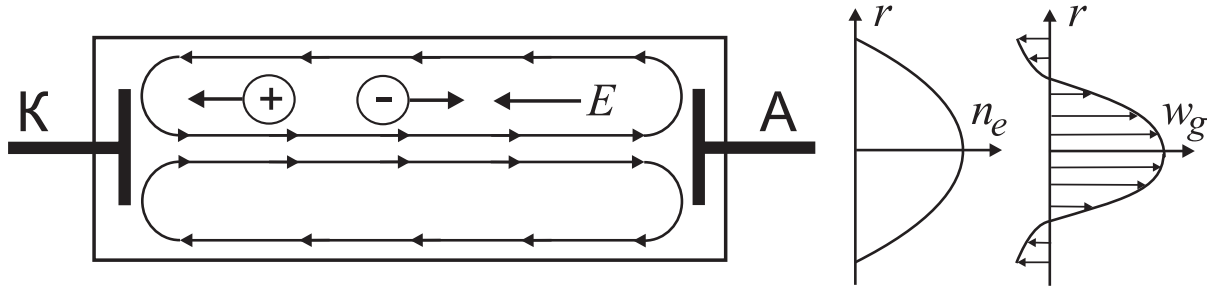


Рис. 10.8. Распределение плотности электронов  $n_e(r)$  и схема циркуляции (показана стрелками) нейтрального газа в нормальном тлеющем разряде;  $w_g(r)$  – продольная скорость газа

Если имеется конвективный теплоотвод (прокачка газа через разряд), то потери энергии можно записать в том же виде

$$N C_{p1}(T - T_0) \nu_F,$$

где эффективная частота теплоотвода теперь имеет вид

$$\nu_F \simeq \frac{2u}{L_1}.$$

<sup>3</sup>К тонкой металлической оси прикрепляются лопасти. Устройство размещается в трубке таким образом, что верхняя и нижняя лопасти находятся в потоках газа противоположного направления. Если ось закреплена, то колесо вращается; если ось свободно лежит на двух параллельных проволочках, то колесо катится в соответствии с приложенным моментом сил.

Здесь  $L_1$  – характерная длина потока в газе вдоль или поперек трубки, а  $u$  – скорость потока газа. Газовая температура для обоих случаев находится из общего уравнения

$$N_{cp1} \frac{dT}{dt} = jE - N_{cp1}(T - T_0)\nu_{T,F}. \quad (10.35)$$

Если ток разряда достаточно большой, то при примерном постоянстве давления по всему объему плотность газа на оси, где температура выше, падает, а величина  $E/N$  увеличивается и становится выше, чем это необходимо для поддержания стационарного разряда. Это значит, что для поддержания необходимой скорости ионизации требуется меньшее поле  $E$ , что уменьшает падение напряжения на столбе. Иными словами, при нагреве газа реализуется падающая вольт-амперная характеристика вместо плоской. В падающей V–A-характеристике верхняя точка ее пересечения с нагрузочной прямой неустойчива (подробнее см. гл. 11), что приводит к резкому росту ионизации в центре и “контракции” (сжатию) разряда. При этом разряд переходит в искровой или дуговой. Чем выше давление, тем ниже по току и плотности электронов верхняя граница “диффузного” (т. е. неконтрагированного) разряда. Поддержание однородного объемного разряда высокого давления — одна из важнейших задач в технологии мощных газовых лазеров с поперечным разрядом, т. е. разрядом, при котором поперечный размер электродов существенно превышает расстояние между ними. Конвективный отвод тепла (быстрая прокачка газа поперек промежутка) и облегчение рождения стартовых лавин вблизи катода (например, за счет внешней фотоионизации) играют при этом существенную роль.

## 10.9. Устройства с тлеющим разрядом

Существует много разновидностей тлеющего разряда, отличающихся конфигурацией электродов, приложенным напряжением, параметрами газа, наличием или отсутствием магнитного поля и т. п. Их подробное описание выходит за рамки объема данного пособия, но тем не менее некоторые из них заслуживают хотя бы краткого упоминания. В данном разделе мы сделаем это на примере ряда промышленных и лабораторных устройств.

Если длина разрядной трубки оказывается меньше, чем толщина катодного слоя  $d_c$  нормального тлеющего разряда при данном давлении газа, то для поддержания самостоятельного разряда к электродам требуется приложить более высокое напряжение. Такой разряд соответствует левой ветви кривой Пашена и называется *затрудненным тлеющим разрядом*. Катодное падение в таком разряде выше, чем обычная минимальная пашеновская величина. Плотность электронов также существенно больше, что полезно для многих промышленных приложений.

На рис. 10.9, а показан плазменный реактор с параллельными электродами, в котором используются особенности затрудненного разряда. Сравнивая распределение потенциала с соответствующим распределением в нормальном тлеющем разряде (рис. 10.9, б), видно, что в затрудненном разряде отсутствует фардеево темное пространство, а квазинейтральная плазма существует в области отрицательного свечения. Можно заключить, что в реакторе с затрудненным разрядом можно сформировать более высокоэнергичный поток ионов на катод, что существенно при имплантации ионов или ионном травлении поверхностей. Можно заметить, кроме того, что анодное падение также выше, чем в нормальном разряде, и имеет другой знак.

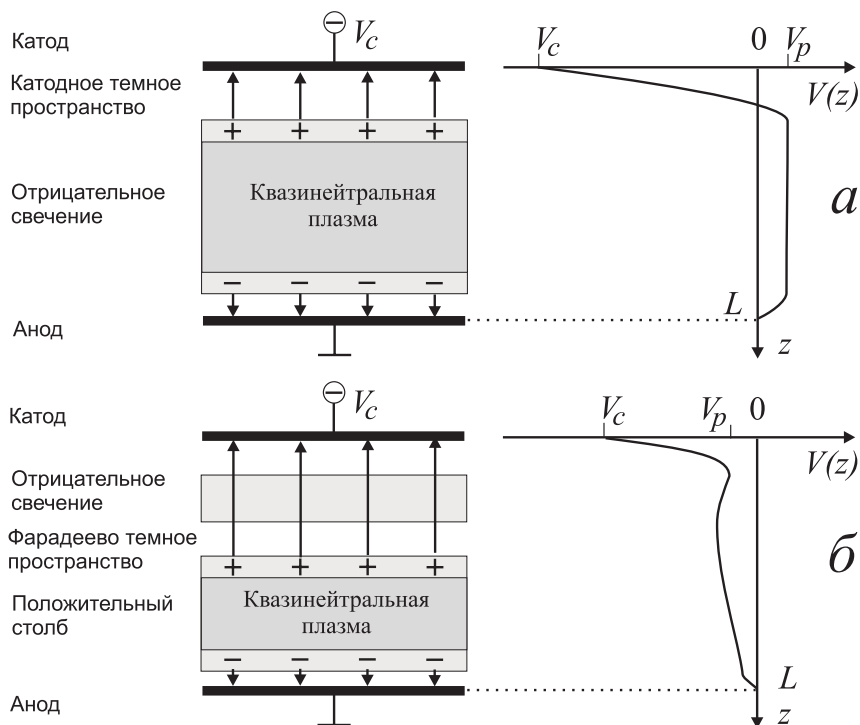


Рис. 10.9. Плазменный реактор с параллельными плоскими электродами, работающий в режиме затрудненного тлеющего разряда постоянного тока (а) и в режиме нормального тлеющего разряда (б)

Затрудненный разряд существует при условии, что  $L \gg 2d_c$ . При дальнейшем уменьшении длины промежутка он гаснет.

Рассмотрим теперь имеющую большое практическое значение конфигурацию нормального тлеющего разряда с *полым катодом*. Эта конфигурация возникла из идеи максимального сохранения заряженных частиц и фотонов в прикатодной области для повышения вторичной электронной эмиссии с катода. Простейшим способом этого можно добиться, например, поместив два катода друг напротив друга и расположив анод в стороне между ними. Катоды сближают до расстояния, при котором области отрицательного свечения их катодных слоев перекрываются. Признаком повышения плотности и энергии частиц в катодном пространстве является появление интенсивного свечения из этой области. Такой разряд используется, в частности, как световой источник с яркими спектральными линиями, отвечающими соответствующему газу.

На практике, например в неоновых трубках, чаще используют катод в виде полого цилиндра с диаметром, примерно равным толщине катодного слоя. В более сложных устройствах полый катод могут помещать в продольное магнитное поле или снабжать термоэмиссионным источником электро-

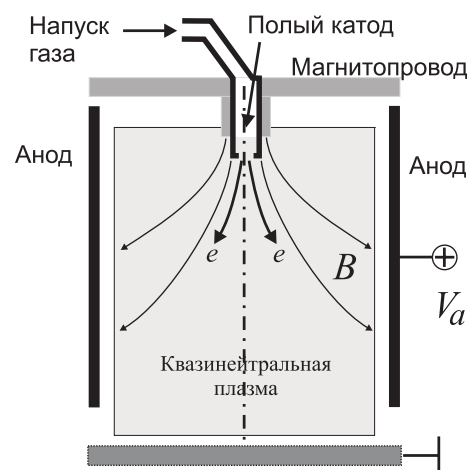


Рис. 10.10. Плазменный источник с полым катодом; на плазму подано положительное смещение относительно земли, величина магнитного поля 5–15 мТл



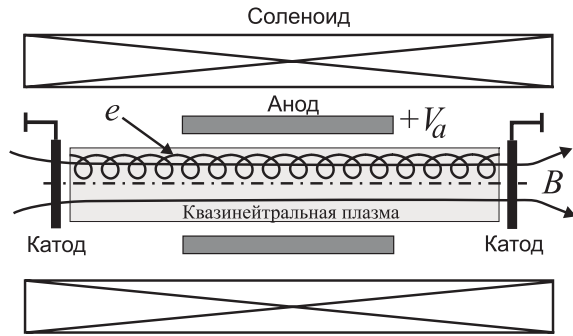


Рис. 10.11. Геометрия классического пеннинговского разряда с однородным магнитным полем и электростатическим захватом электронов

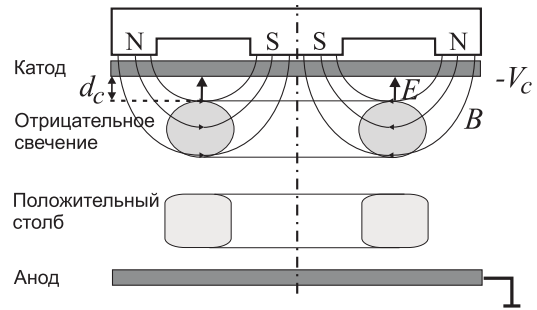


Рис. 10.12. Плазма тлеющего разряда в магнетроне с параллельными электродами

нов. Во многих случаях через катодный цилиндр прокачивают рабочий газ. Плазменный источник на основе полого катода изображен на рис. 10.10. Плотная плазма, образующаяся в полем катоде, эмитирует электроны вдоль силовых линий слабого расходящегося магнитного поля и поддерживает разряд в цилиндрической камере. Другие конструкции полых катодов и устройства на основе разрядов с полым катодом описаны, в частности, в монографиях [5, 49].

Другим разрядом типа тлеющего является *пеннинговский разряд*, который в классической конфигурации имеет два катода и расположенный между ними полый анод (рис. 10.11), помещенные в продольное магнитное поле  $0,05 \leq B \leq 0,2$  Тл. Напряжение на аноде обычно составляет  $0,5 \leq V_a \leq 5$  кВ. Давление газа в источнике лежит между  $10^{-6} \leq p \leq 10^{-2}$  Тор и длина ионизационного пробега электронов значительно больше длины разряда, однако благодаря замагниченности они циркулируют в зоне разряда, отражаясь от катодов, и эффективно ионизируют разреженный газ. Благодаря этому пеннинговский разряд горит при существенно более низких давлениях, чем другие самостоятельные разряды. Магнитное поле в источнике достаточно велико, чтобы удерживать ионы, поэтому на его основе работают *пеннинговские ионные источники*, используемые обычно в ускорительной технике.

Имеется большое разнообразие практических конфигураций пеннинговского разряда. Как анод, так и катоды могут изготавливаться в виде колец, что позволяет прокачивать вдоль трубки газ или извлекать из нее ионы. Магнитное поле может быть сформировано в конфигурации ловушки с магнитными зеркалами (называемой в исследованиях по управляемому термоядерному синтезу “пробкотроном”). Существует вариант пеннинговского разряда, зажигаемого между двумя катодами, помещенными в длинном коробчатом аноде с прямоугольным отверстием в широкой боковой стенке, через которое с помощью системы внешних электродов экстрагируется ионный пучок большой апертуры.

Среди других видов плазменных источников упомянем еще *магнетронный плазменный источник*. Одна из возможных конфигураций магнетронного источника показана на рис. 10.12. Если между параллельными пластинами приложить несколько сот вольт, то формируется тлеющий разряд с плазмой отрицательного свечения, захваченной в магнитной ловушке, расположенной в кольцевой зоне над катодом между полюсами магнита. Между отрицательным свечением и анодом образуется также кольцевой положительный столб, который, однако, может быть практически

темным. Магнитное поля достаточно слабое и удерживает только электроны. Поскольку между отрицательным свечением и катодом возникает сильное электрическое поле, то ионы ускоряются катодным падением в сторону катода, где помещается обрабатываемый образец.

# Глава 11

## Неустойчивости тлеющего разряда

Обеспечение устойчивости тлеющего разряда является одной из важнейших задач в научных и промышленных приложениях, а также при создании газовых лазеров. В настоящей главе мы рассмотрим некоторые важнейшие неустойчивости и обсудим способы борьбы с ними.

### 11.1. Неустойчивости однородного разряда

Неустойчивости, приводящие к нарушению однородности разряда, особенно сильно проявляются при больших объемах и повышенных давлениях. При этом образуются либо продольные, либо поперечные неоднородности. Неустойчивости первого типа приводят к появлению движущихся или неподвижных вариаций электронной плотности в направлении электрического поля. При неустойчивостях второго типа плазма становится неоднородной в поперечном направлении, что обычно ведет к контракции (сжатию) разряда и образованию узкого шнура плазмы.

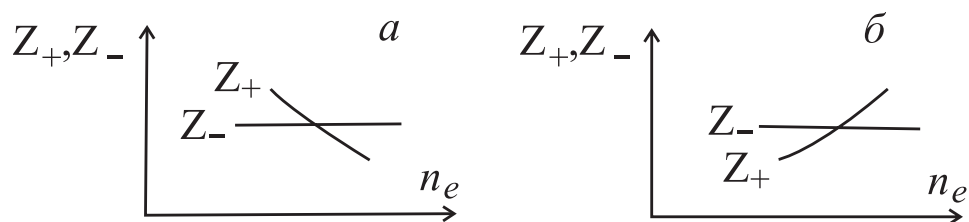


Рис. 11.1. Вид кривых скоростей рождения и гибели электронов: *a* – устойчивое, *b* – неустойчивое состояния

Для того чтобы всегда имеющиеся локальные флуктуации электронной плотности инициировали развитие неустойчивости, необходимо существование в системе положительной обратной связи, усиливающей флуктуацию. Уравнение кинетики электронов можно записать в самом общем виде следующим образом:

$$\frac{dn_e}{dt} = Z_+ - Z_-, \quad (11.1)$$

где  $Z_+$  и  $Z_-$  – скорости рождения и гибели электронов. Эти скорости зависят, вообще говоря, от многих величин: электронной температуры, электрического поля, плотности нейтральных и заряженных компонентов плазмы. Тем не менее в конкретных

условиях совокупность этих параметров функционально связана с  $n_e$  и можно установить некоторую глобальную зависимость  $Z_+$  и  $Z_-$  от плотности электронов. Точке пересечения этих двух функций (рис. 11.1) соответствует стационарное значение электронной плотности в плазме.

Если кривые  $Z_+$  и  $Z_-$  пересекаются так, как показано на рис. 11.1, а, при увеличении плотности электронов выше стационарного значения скорость из потерь становится выше скорости рождения и плотность возвращается к ее стационарному значению. Уменьшение плотности, наоборот, ведет к ее росту. Это значит, что состояние равновесия устойчивое. Если кривые пересекаются так, как показано на рис. 11.1, б, то равновесие оказывается неустойчивым и при случайной флуктуации плотности она будет нарастать, выводя систему из равновесия.

Можно оценить, какие процессы приводят к неустойчивости, сравнив функциональные зависимости их скоростей с функциональной зависимостью скорости рождения электронов. Если электроны рождаются за счет ударной ионизации, то

$$Z_+ = \nu_i(T_e) n_e \sim n_e.$$

Тогда объемная рекомбинация является стабилизирующим разряд фактором, так как ее скорость

$$(Z_-)_{\text{rec}} = \beta n_e^2$$

квадратично зависит от  $n_e$ . Внешнее сопротивление также стабилизирует разряд, поскольку при росте плотности электронов, а следовательно, и полного тока в цепи, падение напряжения на нем увеличивается, что приводит к уменьшению напряжения на разрядном промежутке, и следующая цепочка изменения параметров плазмы

$$n_e \nearrow \longrightarrow E \searrow \longrightarrow T \searrow \longrightarrow \nu_i \searrow \longrightarrow n_e \searrow \quad (11.2)$$

возвращает плотность электронов к исходному значению.

Нагрев газа, напротив, дестабилизирует разряд, так как локальное повышение температуры газа уменьшает плотность (скорость выравнивания давления велика по сравнению со скоростями других процессов) и увеличивает локальное значение  $E/n_a$ . Рост  $E/n_a$  значительно увеличивает скорость ионизации, локальную проводимость, а увеличившееся энерговыделение приводит к дальнейшему росту температуры и падению плотности электронов. Аналогичный анализ показывает, что разряд дестабилизируется также ступенчатой ионизацией и накоплением метастабильных атомов.

Обратимся теперь к роли ориентации развивающейся неоднородности по отношению к направлению электрического поля. Пусть флуктуация плотности электронов возникает вдоль поля (рис. 11.2, а). Такое возмущение будем называть продольным. Возникшая флуктуация очень быстро<sup>1</sup> становится почти квазинейтральной. Причиной некоторого отклонения от квазинейтральности является дрейф электронов в электрическом поле. Поскольку плотность тока в трубке сохраняется

$$j = \sigma E \sim n_e E = \text{const}, \quad (11.3)$$

то

$$\frac{\delta n_e}{n_e} = -\frac{\delta E}{E} \quad (11.4)$$

<sup>1</sup>Релаксация объемного заряда — самый быстрый ( $\tau_\sigma = 1/4\pi\sigma \sim 10^{-9} - 10^{-10}$  с — плазменное или максвелловское время) релаксационный процесс в плазме.

и в области повышенной плотности электронов вектор электрического поля вдоль оси  $y$  должен уменьшиться, а в области пониженной плотности — увеличиться. Распределение плотности зарядов в окрестности флуктуации показано на рис. 11.2, в. Уменьшение  $E$  снижает локально частоту ионизации в области больших  $n_e$  и флук-

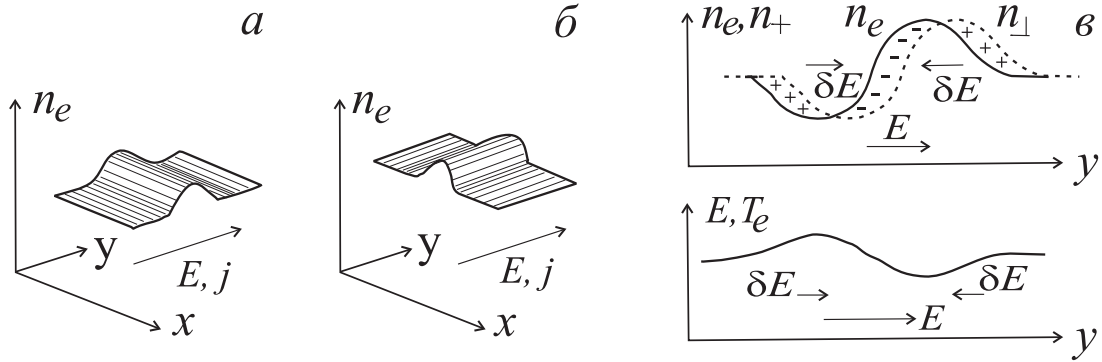


Рис. 11.2. Схема продольных (а) и поперечных (б) флуктуаций плотности электронов; в – распределение плотности зарядов и величины электрического поля при продольной флуктуации плотности

туация затухает.

При поперечном возмущении (см. рис. 11.2, б) величина электрического поля  $E$  в поперечном сечении сохраняется постоянной. Следовательно, скорость ионизации в области высокой плотности электронов постоянно возрастает. Перегрев этой области, как уже говорилось выше, также способствует росту ионизации. В результате образуется узкий канал с высокой электропроводностью и процесс завершается шнурованием разряда, падением его сопротивления и ростом тока в разрядной цепи. Рассмотрим более подробно механизм ионизационно-перегревной неустойчивости.

## 11.2. Ионизационно-перегревная неустойчивость

Эта неустойчивость является одной из самых главных причин развития поперечных неоднородностей и контракции разрядов. Ее механизм символически можно представить следующей цепочкой процессов:

$$\delta n_e \nearrow \rightarrow \delta(jE) \nearrow \rightarrow \delta T \nearrow \rightarrow \delta N \searrow \rightarrow \delta(E/N) \nearrow \rightarrow \delta T_e \nearrow \rightarrow \delta n_e \nearrow . \quad (11.5)$$

“Узким горлом” в этой последовательности является нагрев газа (второе и третье звенья цепи). Характерное время развития ионизационно-перегревной (тепловой) неустойчивости определяется скоростью передачи тепла от электронов к газу, равной  $10^{-3} - 10^{-2}$  с.

Инкремент неустойчивости можно оценить, используя простую модель, предположив, что размер неоднородности удовлетворяет неравенству

$$\lambda_T \ll l \ll c_s \tau_x ,$$

где  $l$  – характерный размер неоднородности;  $\lambda_T$  – характерный размер газовой теплопроводности;  $c_s$  – скорость звука;  $\tau_x$  – характерное время развития неустойчивости.

Левая часть неравенства означает, что можно пренебречь поперечной теплопроводностью в токовой нити, а правая — что давление газа можно считать постоянным (скорость движения газа меньше скорости звука:  $(l/\tau_x) \ll c_s$ ).

В этом случае достаточно использовать два уравнения баланса — уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + n_a \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (11.6)$$

и уравнение баланса энергии

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} p \operatorname{div} \mathbf{v} = n_e e \mu_e E^2, \quad (11.7)$$

где  $jE$  — плотность энерговыделения;  $v$  — скорость газа;  $\sigma_0 = e\mu_e$  — электропроводность невозмущенной плазмы.

Плотность электронов в объемном разряде, контролируемом рекомбинацией, определяется выражением

$$n_e = \frac{\nu_i}{\beta} = \frac{\alpha w_e}{\beta} = f(n_a) e^{-(Bn_a/E)}. \quad (11.8)$$

Подставив уравнение (11.7) и выражение (11.8) в уравнение (11.6), получим

$$\frac{dn_a}{dt} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{n_a f(n_a) e^{-Bn_a/E} e \mu_e E^2}{p}. \quad (11.9)$$

Пренебрегая относительно слабой функциональной зависимостью  $f(n_a)$ , находим качественное решение уравнения (11.9):

$$n_a = \frac{E}{B} \ln \left[ e^{Bn_{a0}/E} \left( 1 - \frac{Bn_{a0}}{E} \frac{\sigma_0 E^2}{p} \frac{\gamma - 1}{\gamma} t \right) \right], \quad (11.10)$$

которое легко проверяется подстановкой. Отсюда видно, что характерное время спада плотности газа  $n_a$  равно

$$\tau_x \simeq \frac{E}{Bn_{a0}} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\sigma_0 E^2} \quad (11.11)$$

и зависимость плотности электронов от времени можно переписать в виде

$$n_e \sim e^{-Bn_{a0}/E} \cdot e^{(Bn_{a0}/E)(t/\tau_x)}. \quad (11.12)$$

Плотность начинает резко расти в момент времени

$$\tau_T \simeq \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\sigma_0 E^2}. \quad (11.13)$$

Используя уравнение (10.35), можно получить [2] инкремент ионизационно-перегревной неустойчивости в виде

$$\Omega = \frac{1}{\tau_T} \frac{\delta \ln n_e}{\delta \ln T} - \nu_{T,F}. \quad (11.14)$$

Видно, что порог снижается при высоких давлениях газа и что прокачка газа порог повышает. Обычно ионизационно-перегревная неустойчивость развивается за время  $10^{-4}$ – $10^{-3}$  с.

### 11.3. Контракция положительного столба

Из результатов предыдущего раздела можно сделать вывод, что контракция положительного столба и образование тонкого проводящего канала происходят при выполнении двух условий. Первое условие: скорость рождения электронов должна нелинейно возрастать с ростом их плотности. Действительно, при ионизационно-перегревной неустойчивости нагрев газа и локальное увеличение  $E/N$  приводят к более крутой, чем линейная, зависимости скорости ударной ионизации от  $n_e$ . Второе условие состоит в том, что нелинейный рост скорости ионизации не должен подавляться за счет диффузии электронов из места их рождения. Иными словами, электроны должны гибнуть в том же месте (например, за счет объемной рекомбинации или прилипания). Соответственно радиус шнура  $R_{ch}$  определяется большей из двух величин: радиусом области, в которой рождаются электроны, или расстоянием диффузии электрона до момента его гибели

$$R_{ch} \approx \sqrt{D_a \tau_{rec}} \approx \sqrt{\frac{D_a}{\beta n_e}} \quad \text{или} \quad R_{ch} \approx \sqrt{D_a \tau_a}. \quad (11.15)$$

Если  $R_{ch} \ll R$  ( $R$  – радиус трубки), то разряд можно считать контрагированным.

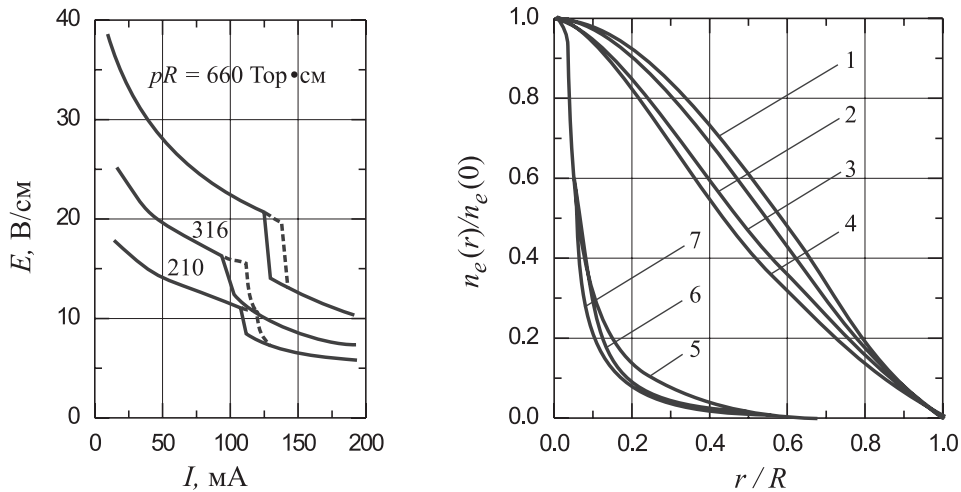


Рис. 11.3. Экспериментальные результаты исследования контракции разряда в неоне [65]. Радиус разрядной трубки — 2,8 см:  $a$  — вольт-амперная характеристика разряда для трех значений величины  $pR$  (сплошная кривая получена при уменьшении тока, пунктирная — при увеличении);  $b$  — распределения плотности электронов по радиусу трубки: (1–4)  $i/R = 4, 8; 15, 4; 26, 8$  и  $37, 5$  А/см; (5–7)  $i/R = 42, 9; 57, 2$  и  $71, 5$  А/см

Существует целый ряд физических процессов, в которых оба указанных выше условия могут выполняться. Один из таких эффектов — ступенчатая ионизация. Если возбужденные атомы  $N^*$  создаются электронным ударом, а гибнут, главным образом, на стенках за счет диффузии, то их плотность в газе будет пропорциональна  $n_e$ . Поскольку скорость ионизации возбужденных атомов равна  $k_i^* N^* n_e \sim n_e^2$ ,

то в случае диссоциативной или тройной рекомбинации электронов, скорость которых пропорциональна плотности электронов в первой степени, возможен нелинейный рост скорости ионизации и контракция разряда.

Другим эффектом, приводящим к тем же последствиям, является изменение вида функции распределения электронов при увеличении их плотности. Действительно, в слабоионизованном газе с достаточно энергичными электронами хвост функции распределения обрезается из-за потерь на возбуждение и ионизацию атомов (и особенно молекул) газа (см. разд. 7). При увеличении плотности электронов возрастает вероятность их столкновений и обмена энергией между собой. Функция распределения начинает расти в области высоких энергий (максвеллизация функции распределения), следствием чего также является нелинейный рост скорости ионизации.

На рис. 11.3, а приведена полученная экспериментально V–A-характеристика разряда в неоне при  $p = 75 - 200$  Тор. Трубка радиусом  $R = 2,8$  см поддерживалась при температуре 300 С.  $p = 75 - 200$  Тор. В области малых токов наблюдался диффузный разряд с профилем плотности электронов, близким к бесселеву (см. рис. 11.3, б, кривые 1–4). При плотности электронов на оси порядка  $10^{11}$  см<sup>-3</sup> происходит контракция разряда и радиус шнура уменьшается более чем на порядок (см. рис. 11.3, б, кривые 5–7). Сравним экспериментально измеренное критическое значение плотности электронов с оценкой (11.15). Для этого предположим, что контракция происходит при плотности электронов, для которой значение диффузионной длины примерно равно радиусу трубки ( $R_{ch} \sim 1$  см). Оценив транспортное сечение для электрона в неоне величиной  $10^{-15}$  см<sup>2</sup> и приняв коэффициент диссоциативной рекомбинации электронов равным  $\beta \sim 10^{-6}$  см<sup>3</sup>/с, получим коэффициент диффузии

$$D_a \sim \lambda v_e \sim \frac{v_e}{n_a \sigma_{tr}} \sim \frac{10^8}{10^{18} \cdot 10^{-15}} = 10^5 \text{ см}^2/\text{с}.$$

Из оценки

$$\sqrt{D_a \tau_{rec}} = \sqrt{\frac{10^5 \text{ см}^2/\text{с}}{10^{-6} \text{ см}^3/\text{с} \cdot n_e}} \sim 1 \text{ см}$$

находим величину

$$n_e \sim 10^{11} \text{ см}^{-3},$$

качественно совпадающую с экспериментально измеренной.

## 11.4. Импульсный диффузный разряд в газах повышенного давления

Из предыдущего раздела видно, что в стационарном разряде при повышении давления газа примерно до 100 Тор начинается контракция, тогда как в ряде технических приложений необходимо создавать однородный (“диффузионный”) разряд в больших объемах и при давлениях порядка и выше атмосферного. Например, в технологических СО<sub>2</sub> и эксимерных<sup>2</sup> лазерах используется так называемый *поперечный разряд*, длина которого в 10–100 раз больше его ширины. При таких условиях

<sup>2</sup>Эксимерные или, точнее, эксиплексные лазеры — лазеры на переходах в молекулах, состоящих из атома благородных газов (Ne, Ar, Kr, Xe) и атома галогенов (F, Cl, Br). Такие молекулы существуют только в возбужденном состоянии, распадаясь на атомы после излучения фотона. Это автоматически гарантирует инверсную населенность лазерного перехода, если есть эффективный механизм образования возбужденных молекул.



создать диффузный разряд можно только в импульсном режиме, обеспечив одновременное инициирование первичных лавин вблизи катода по всему сечению разрядного промежутка. В любом случае длительность существования фазы объемного разряда меньше, чем характерные времена диффузии и теплопроводности. Такой разряд имеет все черты тлеющего разряда.

Предыонизацию можно обеспечить либо внешним ионизирующим излучением (жесткие фотоны или электронный пучок), либо создав условия для быстрого распространения лавин вдоль катода. Оценим необходимую начальную плотность первичных электронов  $n_e$  на катоде, считая критерием однородности разряда перекрытие головок лавин к моменту их перехода в стример. Радиус головки лавины  $r$  растет в соответствии с уравнением диффузии

$$r^2 = D \cdot \tau = \lambda \langle v_{Te} \rangle \cdot \frac{z}{w_e}, \quad (11.16)$$

откуда следует его зависимость от координаты  $z$ .

Переход лавины в стример происходит по Ретеру на расстоянии  $z_{cr}$ , где поле пространственного разряда на головке становится сравнимым с внешним электрическим полем  $E_0 = eN_e/r_{cr}^2$ , а число электронов в головке достигает величины  $n_e = e^{\alpha z_{cr}}$ . Отсюда получаем трансцендентное уравнение для вычисления  $z_{cr}$ :

$$\alpha z_{cr} = \ln \left[ \frac{\langle v \rangle \lambda E_0 z_{cr}}{e w_e} \right]. \quad (11.17)$$

Приближенно решив его, можно найти критический радиус головки лавины:

$$r_{cr} \sim \sqrt{\frac{\langle v \rangle}{w_e} \lambda z_{cr}}. \quad (11.18)$$

Отсюда легко найти необходимую начальную объемную плотность<sup>3</sup> электронов  $n_e$  вблизи катода:

$$n_{e0} \sim r_{cr}^{-3} \simeq \left[ \frac{\langle v_{Te} \rangle}{w_e} \lambda z_{cr} \right]^{-3/2}. \quad (11.19)$$

Оценим  $n_{e0}$  для плотности газа  $n_a = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , приняв необходимое критическое расстояние равным  $z_{cr} = 1 \text{ см}$ , что сравнимо с характерным межэлектродным зазором (3–5 см) в поперечном разряде. Приняв  $\sigma = 10^{-3} \text{ см}^2$ , из выражения (11.19) получим минимально необходимую плотность предыонизации

$$n_{e0} \simeq 10^4 - 10^5 \text{ см}^{-3}.$$

Эксперименты показывают, что диффузный разряд при давлениях порядка атмосферного существует  $\sim 100 \text{ нс}$ , после чего возникает нитевидная структура и разряд переходит в подобие искрового. Еще через 0,5 мкс разряд срывается в дугу. Кроме предыонизации [62, 63] еще одним возможным способом стабилизации разряда является создание около катода положительного градиента плотности газа или подмешивание слоя газа, который легче ионизируется. В этом случае при локальном возникновении лавины облегчается распространение волны ионизации в поперечном (вдоль катода) направлении, что инициирует лавины по всей ширине промежутка.

<sup>3</sup>Мы рассматриваем случай предыонизации газа, а не фотоэмиссию с катода.

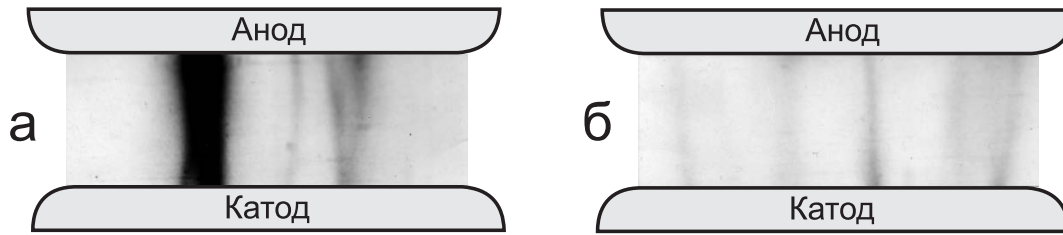


Рис. 11.4. Интегральное свечение из промежутка импульсного  $\text{CO}_2$  лазера с поперечным разрядом с подогреваемым катодом: *а* – без нагрева катода; *б* – при нагреве катода. Фотография поперечного сечения рабочего объема сделана через окно камеры вдоль оси лазерного резонатора

Положительный эффект снижения плотности в прикатодном слое был продемонстрирован в работе [66]. Смесь  $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He}$  прокачивалась через плоский разрядный промежуток лазера с поперечным разрядом. Анод представлял собой плоскую длинную алюминиевую пластину с закругленными краями, а катод был изготовлен из часто расположенных вольфрамовых нитей. При нагреве нитей вблизи катода плотность газа в слое шириной 0,5 мм уменьшалась в два раза. При этом длительность диффузной фазы разряда увеличивалась от 150 до 300 нс. Энергия генерации на длине волны 10,6 мкм также возрастала. На рис. 11.4 приведены фотографии интегрального свечения из области разряда, также показывающие положительное влияние нагрева катода. Аналогичный эффект был получен и при замене проволочного катода плоской фольгой из пористой нержавеющей стали, через которую в прикатодную область поступал гелий.

Исследования импульсного объемного разряда при высоких давлениях особенно широко велись в 70–80-х гг. прошлого столетия. Для более глубокого знакомства с исследованиями того времени можно рекомендовать, например, обзоры [67, 68]. Для знакомства с современным состоянием проблемы можно порекомендовать, например, обзор [69]. К настоящему времени технология создания промышленных устройств с диффузным разрядом высокого давления достаточно хорошо разработана. В частности, созданы эксимерные технологические лазеры, используемые в микроэлектронной промышленности и медицине, имеющие ресурс десятки миллионов импульсов. В качестве примера недавних исследовательских работ в этой области можно привести оригинальные работы [70–72].

## 11.5. Плазма электроотрицательных газов и прилипательная неустойчивость

В разрядах, происходящих в электроотрицательных газах, кинетика процессов существенным образом зависит от процессов прилипания (захвата) и отлипания (отрыва) электронов при столкновениях с молекулами. Обычно прилипание происходит в реакциях с диссоциацией молекулы. В лазерной смеси  $\text{CO}_2$  лазера это реакция



Поскольку данная реакция эндотермическая, то ее частота растет с ростом  $E/p$ . Если электронная плотность определяется балансом только ионизации и потерь за счет прилипания (кратковременные разряды ( $t < 10^{-5}$ – $10^{-3}$  с) или высокая (больше

десяти Тор) плотность газа, затрудняющая диффузионные потери электронов), то установившееся значение  $E/N$  соответствует пересечению кривых  $\alpha/N$  и  $a/N$  как функций  $E/N$  (рис. 11.5):

$$\nu_i \left( \frac{E}{p} \right) = \nu_a \left( \frac{E}{p} \right), \quad \text{или} \quad \alpha \left( \frac{E}{p} \right) = a \left( \frac{E}{p} \right). \quad (11.21)$$

Из характера пересечения кривых следует, что разряд, контролируемый прилипанием, устойчив. При давлениях 100–1200 Тор полное напряжение составляет 10 кВ при катодном падении порядка 200 В, т. е. практически все напряжение приложено к положительному столбу, в котором и происходит генерация лазерного излучения.

Разряд, однако, может стать неустойчивым, если начнется отрыв электронов, не зависящий от температуры. Причиной начавшегося процесса отлипания может стать накопление в разряде активных молекул. Если в отсутствие отлипания при возникновении продольной неоднородности изменения  $E/N_a$  и  $T_e$  обратно пропорциональны изменению  $n_e$ , что и определяет стабильность разряда, то наличие отлипания, мало зависящего от температуры, может поддержать поступление в плазму электронов, т. е. плотность электронов будет продолжать расти при продолжающемся уменьшении  $E$  и  $T_e$ . Таким образом возникает положительная обратная связь

$$\delta n_e \nearrow \longrightarrow \delta T_e \searrow \longrightarrow \nu_a \searrow \longrightarrow (Z_+ - Z_-) \nearrow \longrightarrow \delta n_e \nearrow, \quad (11.22)$$

которая может раскачать продольную неоднородность. В результате образуются так называемые домены — одиночные плазменные образования с высоким  $E$  и низкой плотностью (либо наоборот), которые перемещаются вдоль поля. Они могут возникать, если отношение  $n_n/n_e \sim 0,1-10$ . Многочисленные бегущие домены нарушают однородность разрядной плазмы. Эти домены — одна из разновидностей страт.

## 11.6. Страты

Стратами называют продольную неустойчивость плазмы, представляющую собой периодические изменения локальной электронной плотности, возникающие за счет чередования преимущественных рождения и гибели электронов. В зависимости от ситуации конкретными механизмами неустойчивости кроме отлипания могут быть ступенчатая ионизация, максвеллизация функции распределения электронов и другие механизмы (см. подробнее [2]).

Схема, поясняющая причину возникновения движущихся страт, приведена на рис. 11.6. Предположим, что в некоторый момент времени  $t$  в точке  $z$  возникло локальное повышение плотности плазмы. Если длина волны возмущения не слишком

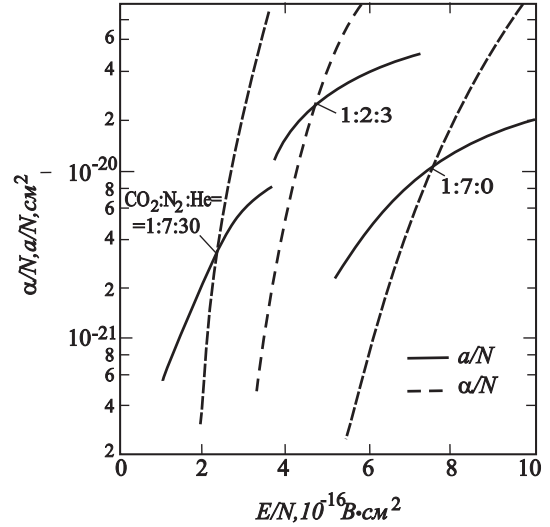


Рис. 11.5. Коэффициенты ионизации и прилипания для нескольких лазерных смесей, рассчитанные на основе кинетического уравнения [73]

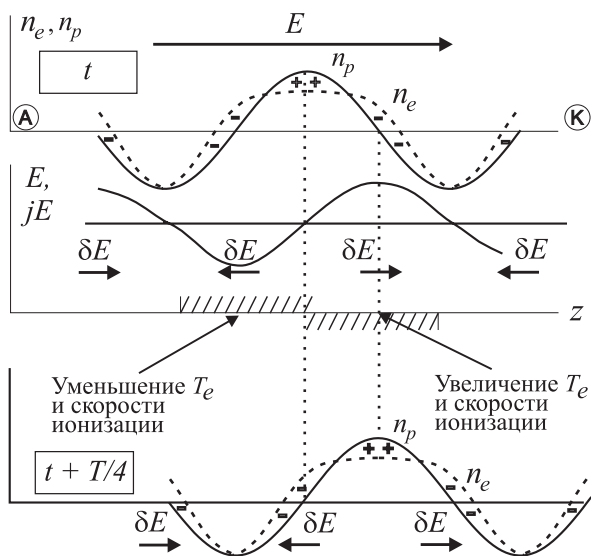


Рис. 11.6. Схема, демонстрирующая механизм движения страт по направлению к катоду

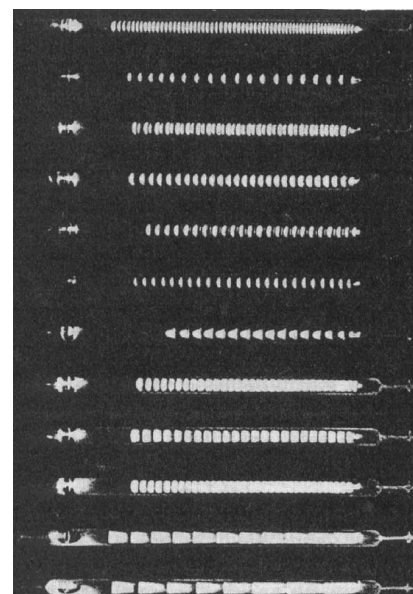


Рис. 11.7. Фотографии стоячих страт (W. de la Rue, H. W. Muller, 1878)

велика, то за счет диффузии электронов из области высокой плотности возникают двойные слои на границах неоднородности, которые приводят к локальным изменениям напряженности электрического поля. Увеличение энерговыделения в области высоких  $E$  (напомним, что при продольных возмущениях  $j = \text{const}$ ) приводит к повышению локальной температуры электронов, а поскольку скорость ионизации  $\nu_i(T_e) n_e$  зависит от  $T_e$  сильнее, чем от  $n_e$ , то плотность электронов в этой области повышается и через четверть периода колебаний ( $t' = t + T/4$ ) сюда перемещается максимум электронной плотности.

Процесс в этом случае протекает не локально и может быть символически записан следующим образом:

$$n_e(z) \nearrow \longrightarrow E(z_*) \nearrow \longrightarrow T(z_*) = \text{const} \longrightarrow \nu_i(z_*) \nearrow \longrightarrow n_e(z_*) \nearrow, \quad (11.23)$$

где  $z_* = z + \delta z$ . Если длина возмущения меньше радиуса трубки, то страты не образуются из-за сильной амбиполярной диффузии. Слишком длинноволновые возмущения, с периодом много больше длины релаксации энергии электронов также нежизнеспособны. Оценки скорости и частоты страт можно найти в монографии [2, с. 411]. Теория стратифицированного разряда (включая дисперсионные соотношения), учитывающая также макроскопический поток газа в трубке (рис. 10.8), приведена в работе [5]. Результаты расчетов, так же как эксперименты, свидетельствуют, что профиль возмущений в положительном столбе — периодический, но не гармонический.

Феноменологически страты проявляются как движущиеся через положительный столб чередующиеся светящиеся и темные слои. В большинстве случаев их можно заметить только при скоростной съемке, так как их скорость достигает  $\sim 100$  м/с. При этом ток в трубке также периодически изменяется. Иногда скорость движения страт бывает достаточно низкой (или равной нулю) и они наблюдаются визуально. Если в трубке имеются неоднородности (электрические зонды, изменения диаметра труб-

ки), то страты могут стать неподвижными, “привязавшись” к этим неоднородностям. На рис. 11.7 приведена одна из первых фотографий стоячих страт, выполненная в 1878 г. Хорошо видно, что отношение длины зоны высокой электронной плотности к длине волны неустойчивости существенно варьируется в зависимости от параметров разряда.



# Глава 12

## Дуговой разряд

### 12.1. Характеристики дуговых разрядов

*Дуговой разряд* — это общее название сильноточных разрядов с низким катодным падением напряжения. Их положение на универсальной вольт-амперной характеристике (рис. 12.1, *a*) — между точками Н и К. При повышении тока в аномальном тлеющем разряде происходит разогрев катода и начинается термоэлектронная эмиссия. Для поддержания тока в разряде уже не требуется столь высокого напряжения, и напряжение на промежутке падает. В результате возникает некоторый промежуточный тип разряда. При дальнейшем росте тока необходимость во вторичной ионно-электронной эмиссии отпадает вообще, напряжение уменьшается до значений порядка 10–20 В и менее и разряд переходит в чисто дуговой. Механизмами вторичной эмиссии при этом могут быть термоэлектронная, автоэлектронная или термоавтоэлектронная эмиссии.

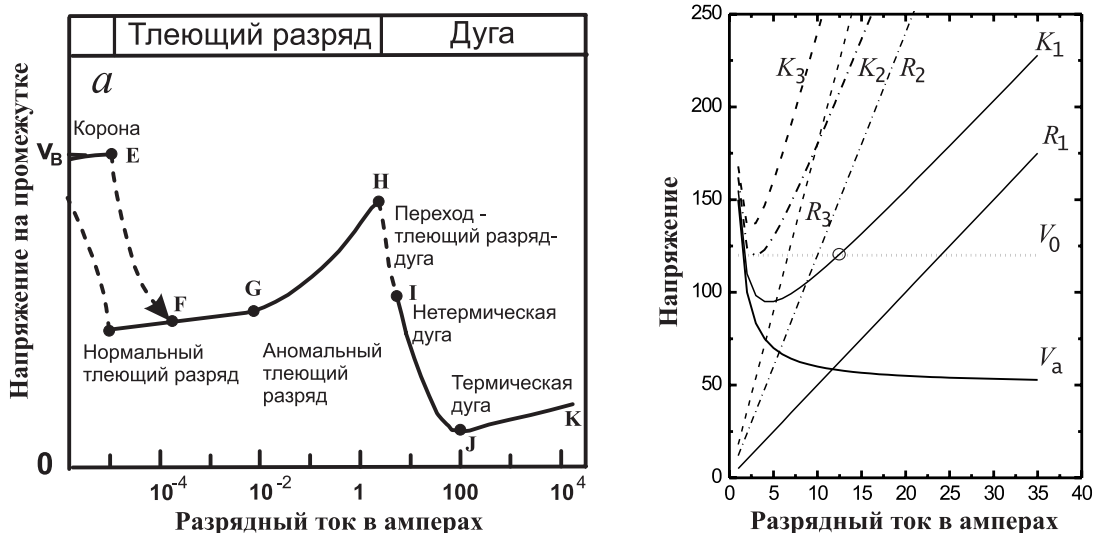


Рис. 12.1. Вольт-амперная характеристика разряда в области больших токов (*a*) и способ стабилизации дуги с падающей вольт-амперной характеристикой при помощи добавочного сопротивления (*б*)

Из рис. 12.1 видно, что вольт-амперная характеристика дуги имеет две принципиально различные ветви — резко спадающую и слабо возрастающую с ростом тока.

Соответственно имеются две группы дуговых разрядов. Разряды с токами в десятки ампер называют *нетермическими дугами*, тогда как разряды, отвечающие правой ветви и имеющие токи  $10^2$ – $10^4$  А, носят название *термические дуги*<sup>1</sup>. Дуги первого типа имеют неустойчивую, падающую вольт-амперную характеристику. В этом случае стабилизация разряда при заданном значении тока осуществляется подбором величины активного сопротивления внешней цепи (см. рис. 12.1, б). Поскольку падение потенциала на самой дуге  $V_a$  и на активном сопротивлении внешней цепи  $V_R$  равно напряжению источника

$$V_a + V_R = V_0,$$

то дуга будет гореть при силе тока, соответствующей точке пересечения общей V–А-характеристики  $K$  системы дуга–сопротивление с прямой напряжения источника. Эта характеристика имеет два пересечения с  $V_0$ . Устойчивой является только ее возрастающая часть, отмеченная кружком, где

$$\frac{dV_a}{dI} + \frac{dV_R}{dI} > 0.$$

Последнее выражение называется условием устойчивости электрической дуги. Из рис. 12.1 видно, что имеется некоторое максимальное сопротивление  $R_2$ , при котором общая характеристика еще пересекается с прямой  $V_0$ .

Вольт-амперная характеристика термических дуг либо прямая, не зависящая от тока, либо слегка возрастающая с током. Такие дуги могут гореть и без внешнего сопротивления, но на практике используется небольшое сопротивление, на котором падает 10–20 % полного напряжения, что обеспечивает стабильность горения дугового разряда. Если речь идет о мощных дугах, где дополнительные потери энергии в сопротивлении нежелательны, например сварочные или прожекторные дуги, то используют специальный генератор тока, такой чтобы суммарная вольт-амперная характеристика обладала желательной степенью роста, что обеспечивает стабилизацию тока на требуемом уровне.

На рис. 12.2 схематически показаны геометрия линейного дугового разряда и распределение потенциала вдоль оси разряда. Области большого градиента потенциала обычно называют катодным и анодным слоями. В настоящее время, кроме того, особо выделяют области катодного и анодного потоков (струй). В эти потоки всасывается окружающий газ. Механизм образования струй мы обсудим в разд. 12.6, а здесь только отметим, что катодный поток имеет большие (до нескольких сот метров в секунду) скорости, чем анодный, и это вызывает дополнительный перенос тепла от анода к катоду. Поскольку для дуговых разрядов характерны большие токи ( $1$ – $10^5$  А) и высокие плотности тока на катоде ( $j_c = 10^2$ – $10^8$  А/см<sup>2</sup>), то это приводит к сильной эрозии катода и поступлению материала электродов в разрядный промежуток. Поэтому плазма дуги содержит компоненты как окружающего газа, так и материала катода.

Из рис. 12.2 видно, что падения напряжения в катодном и анодном слоях в дуговом разряде в противоположность тлеющему разряду одинаковы по порядку величины. Катодное падение — обычно величина порядка потенциала возбуждения газа ( $\sim 10$  В), тогда как величина анодного падения составляет 3–10 В. Малое катодное

<sup>1</sup> Следует отметить, что терминология для классификации дуг до сих пор однозначно не установилась. Нетермические дуги называют также дугами низкой интенсивности, дугами низкого давления и т. д. Термические дуги называют дугами высокой интенсивности, дугами высокого давления и т. д.



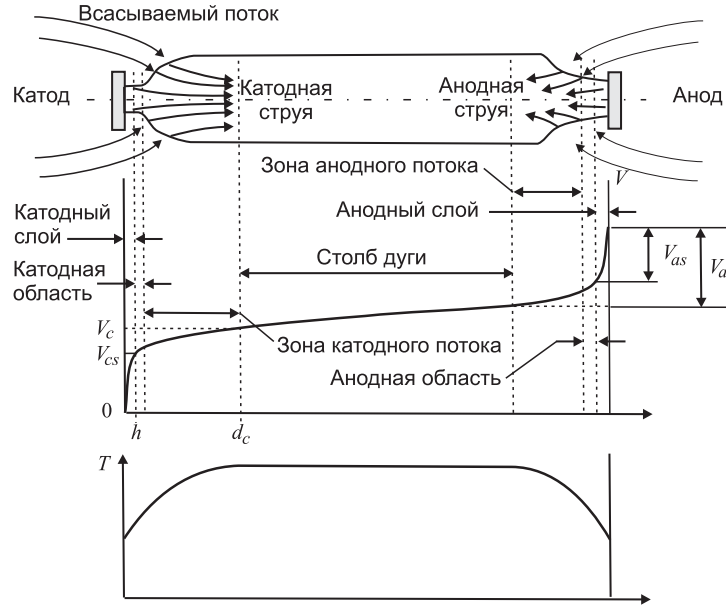


Рис. 12.2. Схема областей линейной дуги, а также распределения потенциала и температуры

падение означает, что вторичная электронная эмиссия играет ничтожную роль в поддержании разрядного тока. Табл. 12.1 дает представление об основных характеристиках нетермической и термической дуг. Они отличаются характером элементарных процессов, определяющих их типичные параметры. Это касается и механизма эмиссии электронов с катода.

Таблица 12.1. Параметры плазмы нетермической и термической дуг

Параметр	Нетермическая дуга	Термическая дуга
Состояние равновесия	Кинетическое	ЛТР
Плотность электронов, $n_e$ ( $\text{см}^{-3}$ )	$10^{14} < n_e < 10^{15}$	$10^{16} < n_e < 10^{19}$
Давление газа, $p$ (Па)	$0,1 < p < 10^5$	$10^4 < p < 10^7$
Температура электронов, $T_e$ (эВ)	$0,2 < T_e < 2,0$	$1,0 < T_e < 10$
Температура газа, $T_g$ (эВ)	$0,025 < T_g < 0,5$	$T_g = T_e$
Ток дуги, $I$ (А)	$1 < I < 50$	$50 < I < 10^4$
$E/p$ (В/см·Тор)	Высокое	Низкое
$IE$ (кВт/см)	$< 1,0$	$> 1,0$
Эмиссия с катода	Термоэлектронная	Термоавтоэлектронная
Прозрачность для излучения	Прозрачна	Непрозрачна
Степень ионизации	Варьируется	Уравнение Саха
Выход излучения	Варьируется	ЛТР

Нетермические дуги с относительно низким током и недостаточным тепловыделением существуют в режиме, когда катод подогревается внешним источником до температуры, обеспечивающей необходимую величину термоэлектронной эмиссии. Обычно, однако, в нетермических дугах для достижения необходимой термоэлектронной эмиссии достаточно нагрева катода потоком тепла из дуги. В термических дугах, имеющих большие токи, ток поддерживается термоавтоэлектронной эмиссией из многих перемещающихся по поверхности катода маленьких эмиссионных пятен

(диаметром от  $10^{-3}$  до 1 мм) с плотностями тока  $10^6$ – $10^8$  А/см<sup>2</sup>. Для предотвращения разрушения катода в интенсивных стационарных дугах применяют внешнее охлаждение катода. На аноде плотность тока варьируется в зависимости от режима от относительно умеренных до очень больших (хотя и на порядки меньших, чем на аноде) значений, поэтому часто приходится охлаждать и анод.

Дуги с относительно малым током (нетермические дуги) трудно описать теоретически, так как в них устанавливается некоторое кинетически стационарное, но не равновесное термодинамическое состояние. Температура электронов выше температуры газа, тип эмиссии термоэлектронный, плазма дуги оптически непрозрачна, степень ионизации зависит от многих факторов. Термические дуги, напротив, описать достаточно просто, поскольку они находятся в состоянии термодинамического равновесия. Если зажечь дугу при низком давлении газа, а затем повышать давление, то дуга из нетермической превратится в термическую.

## 12.2. Типы дуговых разрядов

Кроме общего деления дуг на термические и нетермические можно ввести более детальную классификацию по типу эмиссии с катода, давлению окружающего газа и другим параметрам. Основными типами дуговых разрядов являются:

- разряд с горячим эмиссионным катодом из тугоплавкого материала (катод нагрет до  $\sim 3000$  С, плотность тока  $j_c = 10^2$ – $10^4$  А/см<sup>2</sup>, катодная область большого размера занимает на катоде постоянное место);

- несамостоятельный разряд с внешним накалом катода (используется в приборах низкого давления);

- разряд с холодным катодом и перемещающимися катодными пятнами (эмиссия происходит из маленьких постоянно перемещающихся катодных пятен с плотностью тока  $j_c = 10^4$ – $10^7$  А/см<sup>2</sup>);

- вакуумная дуга, горящая в парах, поступающих из катодных пятен на металлическом электроде;

- дуга низкого давления ( $p = 10^{-3}$ –1 Тор, плазма сильно неравновесная (как в тлеющем разряде)  $T_e \gg T$ , но  $T$  выше, чем в тлеющем разряде);

- дуга высокого давления ( $p = 0,1$ – $0,5$  атм, положительный столб является классическим образцом плотной низкотемпературной равновесной плазмы с температурой 0,5–1,0 эВ и выше);

- дуга сверхвысокого давления ( $p \geq 10$  атм, до 80–90 % энергии может переходить в световое излучение, разряды в ксеноне и парах ртути используются в качестве источников света).

Уже это неполное перечисление показывает, насколько разнообразными могут быть дуговые разряды. Естественно, что практические устройства, в которых используется дуговой разряд, конструктивно значительно отличаются от устройств с тлеющим разрядом, поэтому зажигание дуги происходит обычно не путем “перемещения по вольтамперной характеристике,” изображенной на рис. 10.2, а другими способами. Одним из таких (хорошо известных всем из наблюдений за электросваркой) способов является *контактный способ*, когда старт дугового разряда обеспечивается кратковременным касанием и размыканием электродов. Зажигание разряда происходит в образующихся при замыкании электрода легкоионизируемых парах. Другой способ зажигания дуги — импульсная подача высокого напряжения на промежуток

или на вспомогательный электрод. Возможны и иные способы зажигания дуги.

Подробный анализ всех перечисленных выше видов дуг выходит за рамки настоящей работы. Более детальное их описание можно найти в книгах [2, 46, 50, 60, 74]. В следующих разделах данной главы, следуя работе [2], мы коснемся только явлений на катоде в дуге с горячим катодом и в вакуумной дуге, а также рассмотрим характеристики положительного столба дуги высокого давления.

### 12.3. Дуга с горячим катодом

Специфика этого самостоятельного разряда состоит в том, что приходящие на катод ионы должны обеспечить нагрев катода до высокой температуры, достаточной для термоэлектронной эмиссии. Соответствующая энергия поступает на катод в виде кинетической энергии ионов, приобретаемой в ускоряющем поле катодного падения потенциала, и потенциальной энергии, выделяющейся при их нейтрализации в катоде. Дополнительным источником энергии является также тепловой поток из плазмы. Температура катода достигает величины 3000 К и выше. Очевидно, что дуга с горячим катодом может гореть только между тугоплавкими электродами — вольфрам, углерод, тантал, молибден, цирконий и др.

Термоэлектроны, ускоряясь до величины порядка потенциала ионизации, а при столкновениях с другими электронами приобретая и более высокую энергию, эффективно ионизуют газ в катодном слое. Сами электроны быстро выносятся в направлении положительного столба, а ионы дрейфуют к катоду медленнее и образуют тонкий слой положительного пространственного заряда вблизи катода. Этот слой оказывается тоньше, чем длина свободного пробега электронов, следовательно, ионизация электронами происходит вне этого бесстолкновительного слоя. Распределение плотности заряженных частиц, плотности электронного и ионного токов и распределение напряженности поля показаны на рис. 12.3.

В отличие от тлеющего разряда, в котором вблизи катода ионный ток практически равен полному току, в дуговом разряде ионный ток составляет небольшую долю  $S = 0,1-0,3$  полного тока. Это связано с тем, что в тлеющем разряде коэффициент вторичной ионно-электронной эмиссии составляет лишь  $\gamma_p \sim 10^{-3}-10^{-1}$  и необходимую эмиссию с катода может обеспечить только большой ионный ток, в то время как в дуге с горячим катодом на один приходящий на катод ион приходится  $S/(S-1) \approx 2-9$  термоэлектронов. Отсюда и получается такая разница в соотношении токов.

Термоэлектронная эмиссия дает 0,7-0,9 полного тока, и малого падения в катодном слое достаточно для создания небольшого числа дополнительных электронов, необходимых для замыкания тока в положительном столбе, в котором доля ионного

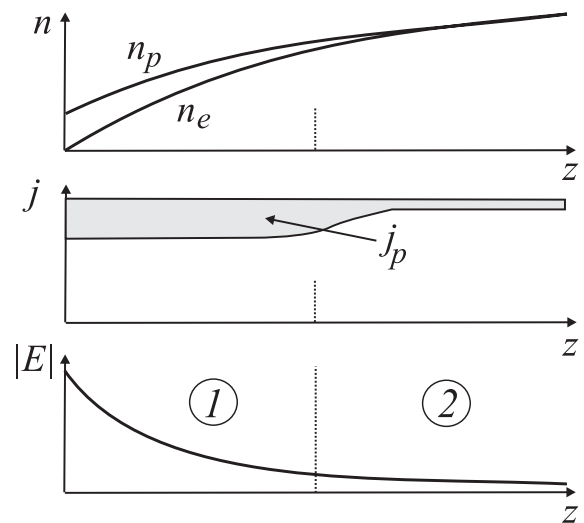


Рис. 12.3. Схема распределения плотностей зарядов, токов и электрического поля в катодном слое дуги: 1 – бесстолкновительный слой, 2 – квазинейтральный слой

тока составляет лишь  $\mu_p/(\mu_e + \mu_p) \sim 10^{-2}$  от электронного. Таким образом, роль катодного слоя в случае дуги состоит не в интенсивном размножении электронов, как это происходит в тлеющем разряде, а в увеличении ионного тока за счет ионизации газа электронами и ускорения ионов в катодном падении потенциала. Энергия, приносимая этим током, должна быть достаточной для поддержания температуры катода. Наличие катодного падения, кроме того, снижает работу выхода электрона из поверхности за счет эффекта Шоттки<sup>2</sup> на величину

$$\Delta\varphi = e^{3/2}E^{1/2}.$$

Оценим размер бесстолкновительного слоя у катода. Плотности токов вблизи катода равны

$$j_e = Sj = en_e v_e$$

и

$$j_p = (1 - S)j = en_p v_p.$$

Примем для оценок, что все катодное падение  $V_c$  сосредоточено в бесстолкновительном слое. Тогда скорости носителей однозначно соответствуют пройденной ими разности потенциалов:

$$v_e = \sqrt{\frac{2eV}{m}}, \quad v_p = \sqrt{\frac{2e(V_c - V)}{M}}.$$

Запишем уравнение Пуассона

$$-\frac{d^2V}{dz^2} = 4\pi e(n_p - n_e) = \frac{4\pi j}{\sqrt{2e}} \left[ \frac{(1 - S)\sqrt{m}}{\sqrt{V_c - V}} - \frac{S\sqrt{m}}{\sqrt{V}} \right] \quad (12.1)$$

и, сделав замену

$$\frac{d^2V}{dz^2} = \frac{1}{2} \frac{d(E^2)}{dV}, \quad (12.2)$$

проинтегрируем его один раз с граничным условием  $E = 0$  при  $V = V_c$ . В результате получим напряженность поля в точке  $z = 0$ :

$$E_c^2 = \frac{16\pi j}{\sqrt{2e}} [(1 - S)\sqrt{M} - S(\sqrt{m})\sqrt{V_c}]. \quad (12.3)$$

При указанных выше величинах  $S$  второй член в выражении (12.3) составляет лишь несколько процентов от первого. Пренебрегая им, получаем практические выражения для напряженности на катоде

$$E_c[\text{В/см}] = 5,7 \cdot 10^3 \text{А}^{1/4} (1 - S)^{1/2} V_c^{1/4} [\text{В}] j^{1/2} [\text{А/см}^2] \quad (12.4)$$

и толщины бесстолкновительного слоя

$$h = 4V_c/3E_c. \quad (12.5)$$

Очевидно, что бесстолкновительный слой работает как плоский ионный диод, в котором эмиттером является плазма “справа” от слоя. Приняв типичные для такого рода дуг значения  $j = 3 \cdot 10^3 \text{А/см}^2$ ;  $S = 0,8$ ;  $V_c = 10 \text{В}$ ;  $A = 28$  (азот) получим

<sup>2</sup>Эффект Шоттки — рост электронного тока насыщения из катода под действием внешнего ускоряющего электрического поля вследствие уменьшения работы выхода электрона из твердого тела.

$E_c = 5,7 \cdot 10^5$  В/см и  $h = 2,3 \cdot 10^{-5}$  см. Работа выхода при  $T = 3\,000$  К уменьшается на величину  $e\Delta\varphi$  на 0,27 эВ, что дает увеличение скорости термоэлектронной эмиссии в  $\exp(e\Delta\varphi/T) \approx 3$  раза.

Дугу с горячим катодом, используемую в мощных плазмотронах, не следует путать с дугой низкого давления с внешним накалом катода. Последняя применяется в газотронах и тиратронах, служащих для выпрямления переменного тока. В этих приборах благодаря ионизации газа электронами возникает плазменный столб с высокой электропроводностью и низким падением потенциала. Потенциал анода “выносятся” плазмой к катоду, поэтому практически все напряжение приложено к тонкому катодному слою. В этот слой эмитируются электроны с нагретого (ем прямонакального) катода и ионы из плазмы. Это хорошо известный *биполярный диод*, в котором плотность тока пропорциональна  $V_c^{3/2}/h^2$ , а его величина (в случае водорода) в 1,86 раз больше, чем в чисто электронном диоде [76]. Благодаря малости  $h$  такие приборы способны пропустить очень большие токи.

## 12.4. Вакуумная дуга и катодные пятна

При пониженных давлениях газа (или невысоких токах) ионный поток на катод оказывается недостаточным для его нагрева и обеспечения необходимой термоэлектронной эмиссии. В этом случае среди механизмов эмиссии заведомо существенную роль играет термоавтоэлектронная эмиссия, которая, как описано в разд. 6.7, трансформируется во взрывную эмиссию. Сначала ток на катоде концентрируется на малых неоднородностях (диэлектрических вкраплениях, вискерах), обеспечивая высокий локальный нагрев и испарение материала. Кратерообразование и осаждение испаренного материала создает новые неоднородности, служащие затравкой для новых катодных пятен<sup>3</sup>.

Таким образом на поверхности катода постоянно возникают и исчезают очень маленькие *катодные пятна*, что внешне выглядит как их хаотичное перемещение по поверхности. Если катод изготовлен из легкоплавкого материала, то катодные пятна образуются при любых давлениях и меньших токах (на ртутном катоде, например, ток дуги может составлять всего 0,1 А). На начальной стадии разряда возникают пятна радиуса  $r \sim 10^{-4}$ – $10^{-2}$  см, перемещающихся со скоростью  $v \sim 10^3$ – $10^4$  см/с. Эрозия катода при этом невелика. Примерно через  $10^{-4}$  с пятна объединяются в более крупные, перемещающиеся со скоростью  $v \simeq 10$ – $10^2$  см/с и имеющие минимальный (пороговый) ток через одно пятно  $i_{min} \sim 0,1$ – $1$  А. Из опыта известно, что для многих ферромагнитных материалов

$$i_{min} [\text{A}] \simeq 2,5 \cdot 10^{-4} T_{\text{evap}} \sqrt{\lambda [\text{Вт/см} \cdot \text{К}]},$$

где  $T_{\text{evap}}$  – температура кипения материала катода, а  $\lambda$  – теплопроводность.

Физический смысл этой зависимости не ясен, точно так же как до сих пор нет достаточно надежных объяснений многим явлениям, связанным с катодными пятнами. Известно только, что плотность тока в катодных пятнах лежит в интервале  $j_c = 10^4$ – $10^7$  А/см<sup>2</sup>, скорость струй пара, истекающих из пятен, равна  $v \sim 10^5$ – $10^6$  см/с, их плотность —  $10^{16}$ – $10^{19}$  см<sup>-3</sup>, а эрозия на медном катоде составляет  $\sim 10^{-4}$  г/Кл. Температура катодных пятен лежит в диапазоне от одного до 4–5 эВ. Велик разброс

<sup>3</sup>Имеются данные, что в процессах пробоя могут участвовать и заряженные микроскопические частицы конденсированной фазы, ускоряемые электрическим полем.

данных о величине катодного падения потенциала. Подборку результатов исследований вакуумных дуг можно найти в работах [2, 47, 75]. Несмотря на большой объем экспериментального материала, теория катодных пятен до конца пока не разработана.

Явления на аноде дуги также достаточно сложны. Так же, как и на катоде, существует *диффузная привязка* тока, когда он занимает большую площадь на катоде, и *привязка анодными пятнами*. Анодные пятна сильно излучают. На аноде угольной дуги, например, яркость излучения из пятна равна яркости Солнца.

## 12.5. Положительный столб дуги высокого давления

Положительный столб дугового разряда переносит очень большой ток. Энерговыведение в столбе может составлять сотни ватт на сантиметр длины (в воздухе при  $p = 1$  атм и  $I = 10$  А электрическое поле равно  $E = 20$  В/см, а энерговыведение составляет  $P = 200$  Вт/см), поэтому баланс энергии в столбе, равно как и способы вывода этой энергии из разряда, представляют большой интерес. При не очень больших мощностях она может уноситься на стенку. В разрядах большей мощности, горящих в замкнутых объемах, применяют принудительное охлаждение столба потоком газа или жидкости. Поток охлаждающего газа часто закручивается, что стабилизирует разряд. В коротких дугах достаточным может оказаться теплопередача на электроды, которые в этом случае необходимо интенсивно охлаждать. При высоких температурах газа важным каналом вывода тепла является излучение плазмы.

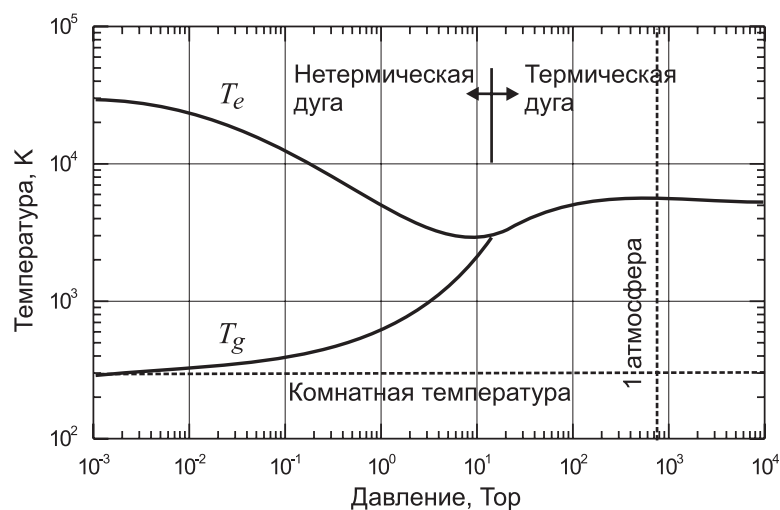


Рис. 12.4. Выравнивание электронной ( $T_e$ ) и газовой ( $T_g$ ) температур в дуговом разряде при повышении плотности газа

Плазма положительного столба является неравновесной при низких давлениях газа и малых токах, но при давлении порядка сотен Тор температура газа и температура электронов, как видно из рис. 12.4, становятся равными, т. е. плазма становится термодинамически равновесной (“термической”). Давление, при котором происходит выравнивание температур, зависит от рода газа и составляет около 0,1 атм для ртути и 1 атм для аргона. Плотность электронов, при которой происходит выравнивание температур, лежит при этом в интервале  $n_e \sim 10^{15} - 10^{16}$  см<sup>-3</sup>. Таким образом, ду-

га с термической ионизацией — простейший способ получения плотной равновесной плазмы.

Температура газа в положительном столбе плавно падает от оси разряда, где ее величина равна примерно  $T \sim 10000$  К, к стенке, где  $T \sim 1000$  К. Поскольку степень ионизации зависит от температуры практически экспоненциально ( $n_e \sim \exp(I/2T)$ ), то сильноионизованный и яркосветящийся канал занимает достаточно узкую область вблизи оси. Схематически радиальные распределения температуры  $T$  и проводимости  $\sigma$  показаны сплошными линиями на рис. 12.5, а.

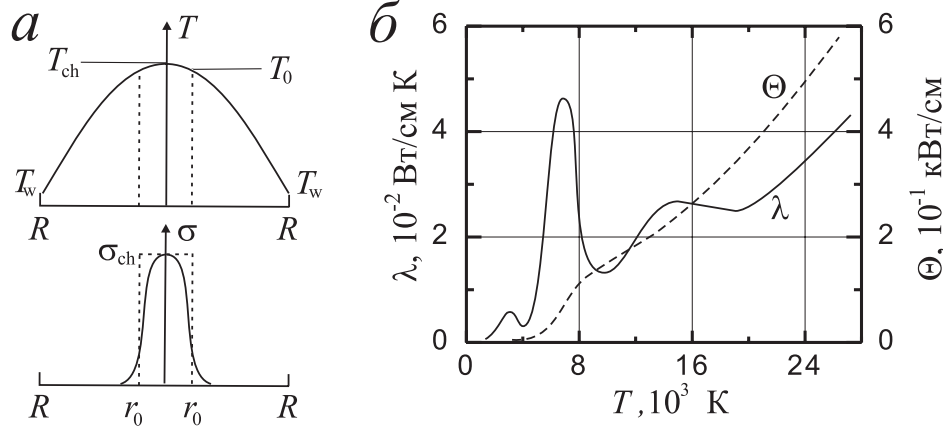


Рис. 12.5. К расчету характеристик положительного столба дуги: а – схема распределения температуры  $T$  и проводимости  $\sigma$  по радиусу канала разряда; б – теплопроводности  $\lambda$  и потенциал потока тепла  $\Theta$  как функции температуры

Получим теперь выражения, с помощью которых можно найти температуру, характерный радиус проводящего канала и напряженность электрического поля в положительном столбе. Будем считать все распределения цилиндрически симметричными. В стационарном случае в уравнении теплопроводности

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} + \text{div} \mathbf{J} = Q \quad (12.6)$$

первый член равен нулю. Учитывая, что источником тепла  $Q$  являются омические потери с плотностью мощности

$$w = jE = \sigma E^2,$$

преобразуем уравнение (12.6) к виду

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} rJ + \sigma(T)E^2 = 0, \quad (12.7)$$

где  $J = -\lambda(dT/dr)$  – радиальный поток тепла. Уравнение (12.7) следует решать с очевидными граничными условиями

$$T|_{r=R} \equiv T_w \approx 0$$

и

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0.$$

Первое из условий учитывает, что, как правило,  $T_w \ll T_{ch}$ , где  $T_{ch}$  – температура на оси проводящего канала.

Поскольку ток разряда и напряженность поля связаны уравнением

$$i = E \int_0^R \sigma(r) 2\pi r dr, \quad (12.8)$$

а сила тока — параметр на практике регулируемый, то при известных  $\sigma(T)$  и  $\lambda(T)$  можно получить вольт-амперную характеристику  $E(i)$ . Сложная зависимость  $\lambda(T)$  (см. рис. 12.5, б), однако, затрудняет решение. В таких случаях можно использовать “потенциал потока тепла”, определяемый выражением

$$\Theta = \int_0^T \lambda(T) dT, \quad \mathbf{J} = -\nabla\Theta. \quad (12.9)$$

Переписывая  $\sigma(T)$  в виде  $\sigma(\Theta)$ , получаем одну материальную функцию вместо двух. Далее уравнения можно решать численно, используя разумные модельные приближения. Мы, однако, сначала воспользуемся более общим подходом, записав баланс энергии с помощью вектора Пойнтинга

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}.$$

Из уравнения теплопроводности (12.7) и условия баланса энергии электромагнитного поля

$$\operatorname{div}\langle \mathbf{S} \rangle = -\sigma\langle \mathbf{E}^2 \rangle \quad (12.10)$$

получим выражение

$$\operatorname{div}(\mathbf{J} + \langle \mathbf{S} \rangle) = 0, \quad (12.11)$$

которое означает, что функция источника для суммарного потока тепловой и электромагнитной энергий равна нулю. Интегрируя, получаем

$$r^n (J + \langle S \rangle) = \text{const}, \quad (12.12)$$

где  $n = 0$  для плоской геометрии,  $n = 1$  для цилиндрической геометрии и  $n = 2$  для сферической.

Поскольку на оси в случае стационарного столба дуги оба потока из-за симметрии равны нулю, то, согласно выражению (12.12), их сумма равна нулю везде:

$$J_r + S_r = 0.$$

Отсюда следует, что

$$-\lambda \frac{dT}{dr} = -S_r = c \frac{E_z H_\varphi}{4\pi}. \quad (12.13)$$

т. е., согласно формализму вектора Пойнтинга, электромагнитная энергия “втекает” в положительный столб через боковую поверхность и выносится радиально потоком тепла. Из уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$$

находим

$$E_z = \frac{c}{4\pi\sigma} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r H_\varphi,$$



откуда

$$S_r = -\frac{c^2}{16\pi^2\sigma} \frac{H_\varphi}{r} \frac{d}{dr} r H_\varphi \times \sigma. \quad (12.14)$$

Подставим (12.14) в (12.13), домножим на  $\sigma(T)$  и, разделив переменные, получим

$$\int_{T_w}^{T_{ch}} \sigma(T) \lambda(T) dT = \frac{c^2}{16\pi^2} \int_0^R \frac{H_\varphi}{r} \frac{d}{dr} (r H_\varphi) dr. \quad (12.15)$$

Таким образом, мы получили точное интегральное соотношение, описывающее связь температуры на оси с радиальным распределением поля.

Воспользуемся простейшей *каналовой моделью* дуги, в которой проводимость проводящего канала вблизи оси столба дуги аппроксимируется прямоугольной функцией (см. рис. 12.5, а). Тогда вне канала магнитное поле равно

$$H_\varphi = \frac{2i}{cr}, \quad (12.16)$$

а внутри канала

$$H_\varphi = \frac{2ir}{cr_0^2}. \quad (12.17)$$

Подставив  $H_\varphi(r)$  в выражение (12.15), получим

$$\int_{T_w \simeq 0}^{T_{ch}} \sigma(T) \lambda(T) dT = \frac{i^2}{4\pi^2 r_0^2}, \quad (12.18)$$

где

$$i = \sigma_k E \pi r_0^2. \quad (12.19)$$

Еще одно уравнение можно получить, интегрируя уравнение теплопроводности вне канала. Действительно, из уравнения теплопроводности (12.7), учитывая, что омический нагрев вне проводящего канала отсутствует, находим

$$\lambda r \frac{dT}{dr} = \text{const} = \frac{W}{2\pi}, \quad (12.20)$$

где

$$W = \frac{i^2}{\pi r_0^2 \sigma_{ch}}$$

– теплоперенос на единицу длины столба. Интегрируя выражение (12.20), получаем выражение для потенциала потока тепла

$$\Theta_{ch} = \int_{T_{ch}}^{T_w} \lambda dT = \frac{W}{2\pi} \ln \frac{R}{r_0}. \quad (12.21)$$

Таким образом, для определения трех величин  $T_{ch}$ ,  $r_0$  и  $E$  мы получили два уравнения (12.19) и (12.21). В качестве недостающего третьего уравнения в случае стационарной дуги можно использовать *принцип минимума Штеенбека*: при заданных  $i$  и  $R$  в трубке должно установиться такое значение температуры плазмы  $T$  (а в каналовой модели и ее радиуса  $r_0$ ), чтобы мощность  $W$  и поле  $E = W/i$  оказались минимальными. Отсюда (см. [2, с. 447]) можно найти функциональные зависимости

температуры плазмы, напряженности поля и мощности, выделяемой в канале дуги от тока в канале. Для температуры эта зависимость имеет вид

$$T_{ch} \propto \frac{I/2}{\text{const} - \ln(i/R)}. \quad (12.22)$$

Здесь использовано выражение

$$\sigma(T) \approx C \exp(-I/2T). \quad (12.23)$$

При повышении силы тока  $i$  проводимость плазмы растет почти экспоненциально, но в силу той же зависимости (12.23) сама температура растет, как видно из (12.22), существенно медленнее.

## 12.6. Формирование электродных струй

В заключение главы вернемся к вопросу о причинах возникновения потоков, направленных от электродов вдоль оси положительного столба (см. разд. 12.1 и рис. 12.2). Для качественных оценок будем по-прежнему пользоваться каналовой моделью дуги, описанной в предыдущем разделе. Рассмотрим условия радиального равновесия плазмы в положительном столбе. В стационарном режиме газокINETическое давление плазмы должно уравниваться электрическими силами

$$\nabla_r p = \frac{j_z H_\varphi}{c}. \quad (12.24)$$

Подставляя сюда полученное выше выражение (12.17) и интегрируя, находим равновесное распределение давления по радиусу:

$$p(r) = \int_r^R \frac{j_z H_\varphi}{c} dr = \frac{\pi j_z^2}{c^2} (R^2 - r^2). \quad (12.25)$$

Это условие было получено Беннетом в 1934 г. Равновесное давление на оси канала разряда радиуса  $R$  равно

$$p(0) = p_0 = \frac{\pi j_z^2 R^2}{c^2} = \frac{i^2}{\pi R^2 c^2}, \quad (12.26)$$

а равновесный радиус столба

$$R = \frac{i}{c} \sqrt{\frac{1}{\pi p_0}}. \quad (12.27)$$

При  $R = 0,5$  см и  $p_0 = 1$  атм равновесный ток составляет  $i = 8862$  А. Беннетовское равновесие неустойчиво по отношению к перетяжкам и изгибу столба, поэтому необходимы дополнительные способы стабилизации дуги.

Условие Беннета позволяет объяснить, как в дуговом разряде формируются катодная и анодная струи. Причиной их образования является уменьшение диаметра положительного столба по направлению к электродам (см. рис. 12.2) при сохранении величины полного тока. Если радиус дуги вблизи катода равен  $r_c$ , то давление на оси здесь равно

$$p_c = \frac{i^2}{\pi r_c^2 c^2}. \quad (12.28)$$

Отсюда в приосевой зоне дуги возникает разность давлений между приэлектродной областью и областью вдали от электрода:

$$\Delta p = p_0 - p_c = \frac{i^2}{\pi c^2} \left( \frac{1}{r_c^2} - \frac{1}{R^2} \right) \approx \frac{i^2}{\pi c^2 r_c^2}. \quad (12.29)$$

Аналогичная ситуация имеет место у анода. Перенос массы вдоль оси вызывает всасывание в приэлектродные области окружающей плазмы, а вслед за тем и газа снаружи, как показано стрелками на рис. 12.2. Поскольку диаметр анодного пятна, как правило, существенно больше, чем катодного, то анодные струи менее интенсивны, чем катодные.

Скорость приэлектродного потока можно оценить, положив разность кинетических давлений равной динамическому давлению, возникающему в точке остановки струи перед плоским препятствием:

$$\frac{i^2}{\pi r_c^2 c^2} = \frac{1}{2} \rho v_0^2, \quad (12.30)$$

где  $\rho$  – массовая плотность плазмы. Тогда искомое значение скорости равно

$$v_0 = \frac{i}{c r_c} \sqrt{\frac{2}{\pi \rho}}. \quad (12.31)$$

Расчеты, подтверждаемые экспериментами, показывают, что скорость струи в зависимости от параметров дуги может составлять от нескольких метров в секунду до нескольких сотен метров в секунду.



# Глава 13

## Разряды в переменных полях

Перейдем теперь к разрядам, создаваемым и поддерживаемым переменным электрическим полем. В соответствии с табл. 10.1 поле может рассматриваться как переменное, если период его изменения становится сравним с теми или иными релаксационными процессами в плазме. Мы не будем здесь останавливаться на описании конкретных релаксационных процессов. Детальную информацию об их характерных скоростях можно найти, например, в работах [3, 77]. Как правило, зависимость свойств разрядов от частоты начинает проявляться при частотах выше 1000 Гц.

Переменное поле с частотой 0,1–100 МГц ( $\lambda = 3 \text{ км} - 3 \text{ м}$ ) называют высокочастотным (ВЧ) полем (радиочастотное — в иностранной литературе). Диапазон частот 1–100 ГГц ( $\lambda = 30 \text{ см} - 3 \text{ мм}$ ) называют сверхвысокочастотным (СВЧ), или микроволновым. И наконец, излучение инфракрасного, видимого и ультрафиолетового диапазонов, лежащее в интервале  $f = 10^{14} - 10^{16}$  Гц, называют оптическим.

### 13.1. Параметры подобия

При описании пробоя в переменных полях необходимо учитывать большее число параметров по сравнению с разрядами в постоянном поле. Построение теории в этом случае было бы весьма затруднительным, если бы не существовали некоторые параметры подобия, позволяющие обобщить задачу. Мы уже сталкивались с подобным обстоятельством при описании пробоя в стационарных полях. Было показано, что многие характеристики разряда являются функцией параметра  $E/p = V/(pd)$ , и при вычислении напряжения пробоя промежутка  $U_b$  мы нашли как следствие этого, что напряжение пробоя является функцией параметра  $pd$  (закон Пашена). Параметр  $E/p$  сохраняет свою роль и в переменных полях. Появляются, однако, и другие параметры, включающие теперь и характеристики электрического поля (частоту или длину волны).

В соответствии с П-теоремой теории размерностей [78] (см. приложение С) если существует некоторое соотношение между  $n$  размерными (физическими) величинами  $a, b_1, \dots, b_{n-1}$ , из которых  $k$  величин имеют независимые размерности, а размерности остальных  $(n - 1 - k)$  величин представляют собой комбинации размерностей первых  $k$  величин, то оно эквивалентно соотношению между  $(n - k)$  безразмерными П-комплексам. При описании пробоя газа в переменном поле нам необходимо найти соотношение между напряженностью электрического поля  $E_b$ , при котором происходит пробой газа, и набором параметров, определяющих характеристики системы. В число этих параметров входят потенциал ионизации  $U_i$  и длина свободного пробега

электрона  $l$ , которые характеризуют атомные параметры газа, а также характерная диффузионная длина  $\Lambda$  и длина волны электрического поля  $\lambda$ , которые являются внешними параметрами по отношению к газу. Характерная диффузионная длина  $\Lambda$  оценивается из выражения

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_d = -\nu_d n_e = -\frac{D}{\Lambda^2} n_e.$$

Она пропорциональна размерам разрядной камеры и равна

$$\begin{cases} \frac{1}{\Lambda^2} = \left(\frac{2,4}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & \text{цилиндр,} \\ \frac{1}{\Lambda^2} = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2 & \text{шар,} \\ \frac{1}{\Lambda^2} = \left(\frac{\pi}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L_2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L_3}\right)^2 & \text{параллелепипед.} \end{cases} \quad (13.1)$$

Таким образом, в самом общем виде условие пробоя определяется выражением

$$E_b = E(U_i, l, \Lambda, \lambda). \quad (13.2)$$

На пять переменных в этом уравнении приходится только две независимые размерности — потенциала и длины. Отсюда следует, что для представления функциональной зависимости, эквивалентной функции (13.2), достаточно сконструировать три независимых комплекса. Их можно скомбинировать несколькими способами. Одной из таких комбинаций является набор параметров

$$\frac{El}{U_i}, \quad \frac{\Lambda}{l}, \quad \frac{\Lambda}{\lambda}. \quad (13.3)$$

Другим вариантом является набор

$$\frac{E\Lambda}{U_i}, \quad \frac{E\lambda}{U_i}, \quad \frac{\lambda}{l}. \quad (13.4)$$

Если мы найдем выражение, представляющее один из этих безразмерных комплексов как функцию двух других, мы решим тем самым уравнение (13.2). Решение в этом случае может быть представлено в виде трехмерного графика. В случае статического пробоя параметр  $\lambda$  выпадает и решение может быть представлено всего двумя безразмерными комплексами, например,  $E\Lambda/U_i$  и  $\Lambda/l$ .

Поскольку  $U_i$  — размерная константа (для данного газа), а  $\lambda \sim p^{-1}$  (для данного газа и данной энергии электронов), то удобнее вместо безразмерных комплексов (13.3) и (13.4) использовать эквивалентные им размерные комплексы

$$\frac{E}{p}, \quad p\Lambda, \quad \frac{\Lambda}{\lambda} \quad (13.5)$$

или

$$E\Lambda, \quad E\lambda, \quad p\lambda. \quad (13.6)$$

Такие комплексы, выбранные на основании теории размерностей, называются собственными переменными задачи, даже если они не все безразмерны. В последующих разделах данные комплексы будут использованы для анализа явлений пробоя в переменных полях.

## 13.2. Пороги пробоя в переменных полях

Вычислим пороги пробоя в полях СВЧ и оптического диапазонов. В полях этого частотного диапазона амплитуда колебаний электрона очень мала по сравнению с размерами разрядной камеры и определяющими для пробоя являются объемные, а не диффузионные процессы.

Используя результаты, полученные в разд. 7.1, мы можем записать следующее выражение, описывающее изменение функции распределения электронов по энергиям  $n(\varepsilon, t)$ :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial \varepsilon} + Q_* + Q_i - \nu_a(\varepsilon)n - \nu_d(\varepsilon)n. \quad (13.7)$$

Здесь  $Q_*$  и  $Q_i$  – функции источника, определяемые возбуждением и ионизацией атомов газа,  $\nu_a$  и  $\nu_d$  – эффективные частоты прилипания и диффузии, а поток в пространстве энергий определяется выражением

$$J = -A\varepsilon \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} + \frac{A}{2}n + u_{el}n. \quad (13.8)$$

В свою очередь, величины, входящие в выражение (13.8), равны

$$A = \frac{2}{3m} \frac{e^2 E^2 \nu_m}{\omega^2 + \nu_m^2}; \quad (13.9)$$

$$u_{el} = -\frac{2m}{M} \varepsilon \nu_m; \quad (13.10)$$

$$n_e = \int_0^\infty n(\varepsilon, t) d\varepsilon. \quad (13.11)$$

Вообще говоря, чтобы решить уравнение (13.7), нужно в качестве начального условия использовать начальную ФРЭ  $n(\varepsilon, 0)$ . Однако, при пробое газа происходит экспоненциальное размножение электронов и их существенный нагрев, поэтому вид исходной ФРЭ будет мало влиять на окончательно установившийся спектр электронов по энергиям. Иными словами, можно сразу искать установившийся спектр  $n(\varepsilon)$ , записав временную зависимость следующим образом:

$$n(\varepsilon, t) = n(\varepsilon) \cdot \Phi(t). \quad (13.12)$$

Подставив (13.12) в уравнение (13.7) и проинтегрировав по энергиям, получим

$$\int_0^\infty n(\varepsilon) \frac{d\Phi(t)}{dt} d\varepsilon = - \int_0^\infty \frac{dJ}{d\varepsilon} d\varepsilon + \int_0^\infty \{Q_* + Q_i - [\nu_a(\varepsilon)n(\varepsilon) - \nu_d(\varepsilon)n(\varepsilon)]\Phi(t)\} d\varepsilon. \quad (13.13)$$

Используя нормировку (13.11) для  $n(\varepsilon)$ , равенство нулю потоков на границах  $J(0)$  и  $J(\infty)$ , учитывая, что возбуждение не меняет числа частиц ( $\int Q_* d\varepsilon = 0$ ), и приняв для оценки

$$\int_0^\infty Q_i d\varepsilon = \nu_i \Phi(t) \quad (13.14)$$

(последнее выражение, вытекающее из выражения (7.58), означает, что один электрон в области больших энергий исчезает, но в результате ионизации атома два электрона появляются в области малых энергий), получим

$$\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = (\nu_i - \nu_a - \nu_d)\Phi(t). \quad (13.15)$$

Обозначив

$$\Theta^{-1} = \nu_i - \nu_a - \nu_d, \quad (13.16)$$

получим выражение для временной зависимости ФРЭ:

$$n(\varepsilon, t) = n(\varepsilon) e^{t/\Theta}. \quad (13.17)$$

Постоянная  $\Theta$  имеет смысл постоянной времени роста плотности лавины, где частоты  $\nu_i, \nu_a, \nu_d$  — усредненные по энергетическому спектру значения. Видно, что пробой может произойти только если  $\Theta^{-1} > 0$ . Приравняв  $\Theta^{-1}$  нулю, можно найти выражение для определения напряженности электрического поля  $E_t$ , соответствующего порогу пробоя:

$$\nu_i(E_t) = \nu_d + \nu_a(E_t) = 0. \quad (13.18)$$

Полученное выражение называют *стационарным критерием пробоя*. Он выполняется, если время действия поля достаточно велико для того, чтобы развилось достаточное для пробоя число поколений электронов.

Приняв для оценок, что  $\nu_d$  в (13.7) — не зависящая от энергии константа, равная некоторому среднему значению, подставив (13.16) и (13.17) в (13.7), найдем, что уравнение для энергетического спектра примет вид

$$(\nu_i - \nu_a) \cdot n(\varepsilon) e^{t/\Theta} = -\frac{dJ}{d\varepsilon} + Q_* + Q_i - \nu_a(\varepsilon)n(\varepsilon) e^{t/\Theta}. \quad (13.19)$$

В этом уравнении теперь нет членов зависящих от размеров и геометрии разряда. Из выражений (13.9) и (13.19) следует, что при низких частотах ( $\omega^2 \ll \nu^2$ ) спектр по энергиям является функцией  $n(\varepsilon, E/p)$ , а при высоких ( $\omega^2 \gg \nu^2$ ) — функцией  $n(\varepsilon, E/\omega)$

В общем случае уравнение (13.19) решается только численно. Следуя работе [2], для выяснения основных закономерностей пробоя рассмотрим упрощенное аналитическое решение, позволяющее понять влияние неупругих потерь на скорость ионизации. Чтобы избежать необходимости учитывать упругие потери и прилипание электронов рассмотрим тяжелый благородный газ, например, аргон или ксенон. Будем считать частоту столкновений  $\nu_m$  постоянной в интересующем нас диапазоне энергий, равно как и частоту возбуждения атома  $\nu^*$  при энергии выше энергии  $\mathcal{E}_1^*$ , которая несколько выше потенциала возбуждения атома.

Последнее приближение приемлемо для оценок поскольку потенциал возбуждения резко возрастает после порога, а затем медленно спадает. Этим спадом, однако, можно пренебречь, ибо функция распределения электронов в этой области спадает несравнимо быстрее, что делает отличной от нуля скорость возбуждения только вблизи порога. Точно также предположим, что электрон, достигший энергии  $I_1$ , немного превышающей потенциал ионизации, “мгновенно” испытывает соударение, с вероятностью  $\beta$  ионизуя атом и с вероятностью  $(1 - \beta)$  возбуждая его. В этих оценках можно принять, что  $\beta \simeq 0,2$ , а  $\mathcal{E}_1^*$  и  $I_1$  на 1–2 эВ выше соответствующих пороговых значений. Частота ионизации в данном приближении описывается выражением

$$\nu_i = \frac{\beta J(I_1)}{\int_0^{I_1} n(\varepsilon) d\varepsilon}. \quad (13.20)$$

В описанной модели электроны в принципе не могут достичь энергии, превышающей  $\varepsilon = I_1$ . Следовательно, в точке  $\varepsilon = I_1$  имеется сток “бесконечной мощности”



$J(I_1)$  и плотность электронов здесь  $n(I_1) = 0$ . Это выражение является первым граничным условием, необходимым для решения уравнения (13.19). Чтобы найти второе граничное условие, упростим функцию источника. Учитывая, что все источники лежат в области малых энергий, отнесем их к точке  $\varepsilon = 0$ . Тогда и здесь поток отличен от нуля:  $J(0) \neq 0$ .

Вследствие ионизации при нулевой энергии появляется

$$2\beta J(I_1) + (1 - \beta)J(I_1)$$

электронов за секунду в  $\text{см}^3$ . К ним надо добавить электроны, совершающие акт возбуждения в интервале энергий  $\mathcal{E}_1^* < \varepsilon < I_1$ . Полный поток при нулевой энергии теперь принимает вид

$$J(0) = (1 + \beta) \cdot J(I_1) + \nu^* \int_{\mathcal{E}_1^*}^{I_1} n(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (13.21)$$

Это выражение является вторым граничным условием, необходимым для решения уравнения (13.19).

Таким образом, благодаря принятым упрощениям из уравнения (13.19) выпали члены упругих столкновений, прилипания, ионизации и распределенные источники в области  $0 < \varepsilon < \mathcal{E}_1^*$  и оно приняло вид

$$\begin{cases} \nu_i n = -\frac{dJ}{d\varepsilon} & \text{при } 0 < \varepsilon < \mathcal{E}_1^*, \\ \nu_i n = -\frac{dJ}{d\varepsilon} - \nu^* n & \text{при } \mathcal{E}_1^* < \varepsilon < I_1, \\ J = A\varepsilon \frac{dn}{d\varepsilon} + \frac{An}{2}, \quad A = \frac{2e^2 E^2 \nu_m}{3m(\omega^2 + \nu_m^2)}. \end{cases} \quad (13.22)$$

Решением этого уравнения (см. [64, С. 110]) являются функции типа  $\exp(\pm \text{const} \sqrt{\varepsilon})$ . Подстановка решения в уравнение (13.22), учет граничных условий и сшивка решений при  $\varepsilon = \mathcal{E}_1^*$  приводит к громоздкому трансцендентному уравнению для частоты ионизации  $\nu_i(E)$ . Оно, однако, легко решается аналитически для двух предельных случаев.

Введем величину, которая называется *частотой набора энергии*:

$$\nu_E = \frac{1}{I_1} \left( \frac{d\varepsilon}{dt} \right)_E = \frac{1}{I_1} \cdot \frac{e^2 E^2 \nu_m}{m(\omega^2 + \nu_m^2)} = \frac{3}{2} \frac{A}{I_1}. \quad (13.23)$$

Медленному электрону потребовалось бы время  $\tau_E = \nu_E^{-1}$ , чтобы в отсутствие каких либо потерь набрать энергию  $I_1$ , необходимую для ионизации. Переходя к безразмерным величинам  $\tilde{\nu}_E = \nu_E / (e^2 E^2 / I_1 m \omega)$  и  $\nu_m / \omega$ , построим (рис. 13.1) универсальную зависимость  $\tilde{\nu}_E = f(\nu_m / \omega)$ . Видно, что эта безразмерная частота набора энергии в электрическом поле равна нулю при  $\nu_m / \omega = 0$  (т. е. передача энергии от электрического поля электронам в принципе невозможна без столкновений последнего

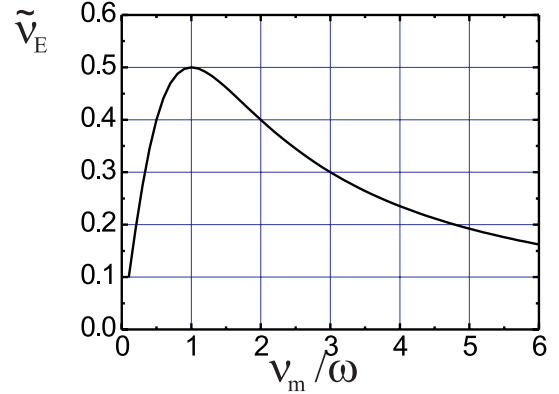


Рис. 13.1. Безразмерная частота набора энергии  $\nu_E$  как функция  $\nu_m / \omega$

с атомами газа) и имеет максимум при  $\nu_m/\omega = 1$ . При слишком большой частоте столкновений эффективность передачи энергии снова становится низкой.

Первый из предельных случаев, о которых упоминалось выше, соответствует малой вероятности неупругих потерь во время набора энергии ионизации:  $\nu^* \ll \nu_E$ . Тогда в области  $\mathcal{E}_1^* < \varepsilon < I_1$  электрон практически не теряет энергию и

$$\nu_i \simeq \beta \nu_E \sim E^2. \quad (13.24)$$

Соответственно время размножения электронов в этом случае будет равно

$$\tau_i = \nu_i^{-1} \simeq \beta^{-1} \tau_E. \quad (13.25)$$

Второй предельный случай соответствует большой вероятности упругих потерь  $\nu^* \gg \nu_E$ . В этом случае решение имеет вид

$$\nu_i \simeq a^2 \beta \mu \nu_E, \quad (13.26)$$

где  $\mu \ll 1$  есть отношение потоков в начале и конце “опасной зоны”, или, иными словами, вероятность, что электрон “проскочит” этот диапазон энергий, не потеряв энергии на возбуждение атома

$$\mu = \frac{J(I_1)}{J(\mathcal{E}_1^*)} \simeq 2a \exp \left[ -\frac{a-1}{a} \left( \frac{6\nu^*}{\nu_E} \right)^{1/2} \right], \quad (13.27)$$

а константа  $a$

$$a = \left( \frac{I_1}{\mathcal{E}_1^*} \right)^{1/2}$$

для всех инертных газов  $\simeq 1, 2$ . Подобная ситуация возникала ранее при расчетах функции распределения электронов по энергиям в молекулярных газах в постоянном электрическом поле. Время размножения электронов для данного случая равно

$$\tau_i = \beta^{-1} \frac{\tau_E}{\mu}. \quad (13.28)$$

Как упоминалось выше, общее решение трансцендентного уравнения для  $\nu_i$  в общем случае можно получить только численно, однако благодаря существованию законов подобия, достаточно сделать это один раз. Параметрами при этом являются множители  $a$  и  $\beta$ . На рис. 13.2 показана зависимость  $\nu_i/\nu^*$  от  $\nu_E/\nu^*$  (последняя пропорциональна  $E^2$ ) при  $a = 1, 2$  для  $\beta = 0, 2$  (СВЧ-пробой) и  $\beta = 1$  (оптический пробой).

Полученные выше для двух предельных случаев зависимости  $\tilde{\nu}_i$  от  $\tilde{\nu}_E$  дают возможность вычислить частоту ионизации и порог пробоя. Для этого используем обычное определение первого коэффициента Таунсенда (см. разд. 8.1)

$$\alpha = \frac{\nu_i}{v_d} = \frac{\nu_i m \nu_m}{e E} \quad (13.29)$$

и классическую зависимость

$$\frac{\alpha}{p} = \frac{A_1 E}{p} \exp \left( -\frac{B_1 p}{E} \right), \quad (13.30)$$

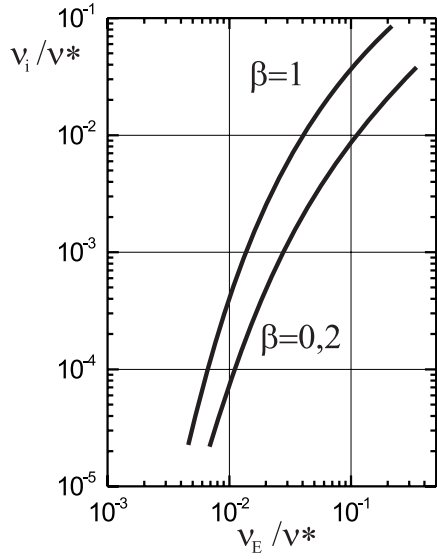


Рис. 13.2. Универсальная функция для вычисления частоты ионизации в зависимости от отношения  $\nu_i/\nu^*$  как функция  $\nu_E/\nu^*$

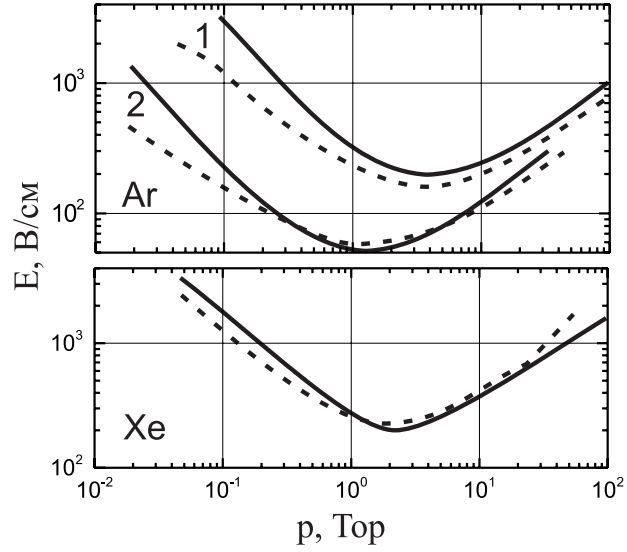


Рис. 13.3. Пороги СВЧ-пробоя: Ar: 1 –  $f = 2,8$  МГц,  $\Lambda = 0,15$  см; 2 –  $f = 0,99$  МГц,  $\Lambda = 0,63$  см. Xe:  $f = 2,8$  МГц,  $\Lambda = 0,10$  см; экспериментальные точки не показаны

где  $A_1$  и  $B_1$  – константы, отличные от соответствующих констант, относящихся к случаю постоянного напряжения.

Рассмотрим случай высокой частоты столкновений, когда  $\omega \ll \nu_m$ , и запишем частоты, выделив явно давление газа:  $\nu_m = \nu_{mi} \cdot p$  и  $\nu^* = \nu_1^* \cdot p$ . Для случая больших неупругих потерь подставим (13.26) и (13.27) в выражение (13.30). В результате придем к выражению, сравнивая которое с выражением (13.30), получим

$$A_1 [\text{В}^{-1}] = \frac{2ea^3\beta}{I_1} = \frac{2a^3\beta}{I_1} \simeq \frac{0.68}{I_1[\text{эВ}]}, \quad (13.31)$$

$$B_1 \left[ \frac{\text{В}}{\text{см Тор}} \right] = \frac{a-1}{a} \left( \frac{6m\nu_{m1}\nu_1^*I_1}{e^2} \right)^{1/2} \simeq 1 \cdot 10^{-8} \sqrt{I_1[\text{эВ}]\nu_{m1}\nu_1^*}.$$

Выражения (13.30) и (13.31) справедливы для малых значений  $E/p \approx 5 - 20$ . Хотя отношение  $\alpha/p$  выглядит так же, как для таунсендовского пробоя, тем не менее новая константа  $B_1$  отличается от прежней константы  $B$  и по величине, и по смыслу. Она связана теперь, главным образом, с сечением возбуждения  $\sigma^*$  и не имеет того смысла, который ей придавался ранее.

Если в соответствии с известными данными взять для аргона  $I_1 = I+1 = 16,8$  эВ,  $\nu_m [\text{с}^{-1}] = 7 \cdot 10^9 p [\text{Тор}]$ , то из выражения (13.31) найдем  $B_1 = 53$  и  $A_1 = 0,04$ . Если же аппроксимировать кривую  $\alpha/p = f(E/p)$ , полученную экспериментально, то получим  $B = 31$  и  $A = 0,01$ . Совпадение нужно признать довольно хорошим, особенно если учесть, что в расчетах не использовалось ни одного подгоночного параметра. Для ксенона согласие с экспериментом оказывается еще лучшим.

Суммируя все изложенное в данном разделе, приведем в заключение экспериментальные и расчетные значения порога СВЧ-пробоя для аргона и ксенона в зависимости от давления газа. На рис. 13.3 штриховые кривые представляют экспериментальные данные, а сплошные – теоретические кривые. Последние получены для условия

$\nu_i = \nu_d$ , представляющего собой стационарный критерий пробоя. Правые части кривых, где  $\nu_m^2 \gg \omega^2$  и  $E/p \sim 10$ , хорошо описываются асимптотической формулой (13.26). Кривая в области минимума получена с помощью функции, приведенной на рис. 13.2. Левые ветви кривых, соответствующие асимптотической формуле (13.24), хуже совпадают с экспериментальными данными, но в этой области длина пробега электрона уже сравнима с размером разрядной камеры.

### 13.3. Оптический пробой

СВЧ-разряд долгое время был самым высокочастотным из известных разрядов поскольку не существовало технической возможности для достижения необходимых напряженностей электрического поля в субмиллиметровом, инфракрасном и видимом диапазонах. Всю эту спектральную область будем называть далее оптическим диапазоном. Появление около 40 лет назад первых лазеров с модулированной добротностью дало возможность осуществить оптический пробой газа в красном и ближнем инфракрасном диапазонах. Затем с появлением новых типов лазеров были исследованы пробои в ультрафиолетовом и инфракрасном диапазонах. Несколько позже появление CO<sub>2</sub>-лазеров, способных генерировать в инфракрасном диапазоне ( $\lambda = 10,6$  мкм) непрерывное излучение мощностью десятки кВт, дало возможность реализовать непрерывный оптический разряд. В последние годы появились новые мощные лазерные источники — лазеры на свободных электронах, генерирующие излучение от видимого до субмиллиметрового диапазона, с помощью которых, вероятно, можно будет зажечь импульсно-периодический разряд с частотой следования импульсов несколько десятков мегагерц.

Впервые пробой газа в оптическом диапазоне был получен в 1963 г. вскоре после создания твердотельных лазеров с модулированной добротностью. Первые эксперименты по лазерному пробую проводились с рубиновым ( $\lambda = 0,6943$  мкм) лазером с модулированной добротностью. Оценим напряженность электрического поля световой волны при фокусировке лазерного излучения линзой в пятно диаметром  $d = 2 \cdot 10^{-2}$  см. При характерной длительности импульса 30 нс и пиковой мощности 30 МВт плотность мощности излучения достигает  $S \simeq 10^5$  МВт/см<sup>2</sup> =  $10^{18}$  эрг/см<sup>2</sup>·с. При этом среднеквадратичное поле в световой волне равно

$$E = \left( \frac{4\pi F}{c} \right)^{1/2} \simeq 19 \cdot F [\text{Вт/см}^2] = 6 \cdot 10^6 [\text{В/см}], \quad (13.32)$$

где  $F$  — вектор Пойтинга, а плотность потока фотонов составляет  $3,4 \cdot 10^{29}$  [с<sup>-1</sup>см<sup>-2</sup>].

Основным механизмом пробоя при высоких давлениях и длинах волн от 0,7 мкм и выше, как и в СВЧ-пробое, является лавинная ионизация газа электронами в переменном электрическом поле. При этом пороговая напряженность поля (экспериментальные данные приведены на рис. 13.4) имеет минимум, соответствующий тому же самому условию  $\omega \simeq \nu_m$ , при котором скорость набора электроном энергии от поля максимальна. Этот минимум благодаря высокой частоте изменения светового поля лежит, однако, при более высоком давлении, составляющем 100–1 000 атм.

Другим существенным отличием оптического пробоя от СВЧ-пробоя является то, что длительность действия электрического поля составляет как правило лишь несколько десятков наносекунд, поэтому для оценки порогового поля нельзя использовать стационарный критерий пробоя (13.18). Критерий пробоя нужно видоизменить, потребовав чтобы за время действия импульса излучения появилось некоторое

минимальное число электронов  $N$ , появление которых можно интерпретировать как пробой. Если связать это число с появлением видимой вспышки излучения образующейся плазмы, то согласно экспериментальным данным оно примерно равно  $10^{13}$ .

Для лавины, стартующей с одного электрона, требуется  $\log_2 10^{13} \approx 43$  поколения, чтобы число электронов достигло этого значения. Пороговое поле определяется условием

$$\frac{\tau_L}{\Theta(E_t)} = (\nu_i - \nu_a - \nu_d)\tau_L = \ln \frac{N_1}{N_0}. \quad (13.33)$$

Это условие называется *нестационарным критерием пробоя*, переходящим в стационарный критерий при  $\tau_L \rightarrow \infty$ . В нестационарном случае пороговый характер пробоя обостряется еще больше.

К оценке порогового электрического поля можно подойти, используя введенную выше частоту набора энергии от поля  $\nu_E$  (см. выражение (13.23)). Действительно, пробой можно считать осуществившимся, когда электроны наберут энергию, равную потенциалу ионизации. Это соответствует условию

$$\tau_L \nu_E \approx 1, \quad (13.34)$$

где  $\tau_L$  – длительность лазерного импульса. Поскольку при давлениях, не превышающих 100 атм, выполняется соотношение  $\omega^2 \gg \nu_m^2$ , условие пробоя (13.34) примет вид

$$\tau_L n_a E^2 \approx \text{const}, \quad (13.35)$$

где  $n_a$  [см<sup>-3</sup>] – плотность газа, а  $E$  [В/см] – электрическое поле световой волны. Характерная величина константы при потенциале ионизации  $I = 10$  эВ и  $\hbar\omega = 1$  эВ составляет  $10^{23}$ . Нетрудно видеть, что пороговое поле растет с уменьшением длительности импульса как  $\tau_L^{-1/2}$ . Соответственно пороговая плотность мощности лазерного импульса  $F \propto E^2 \sim \tau_L^{-1}$ .

Обсудим теперь зависимость порога оптического пробоя от плотности газа, длительности импульса и длины волны излучения. Из условия пробоя (13.34), используя выражение (13.23), находим пороговую плотность мощности излучения

$$F_t = \frac{cE_t^2}{8\pi} \approx \frac{mc}{8\pi e^2} \frac{(\omega^2 + \nu_m^2) I_1}{\nu_m \tau_L}. \quad (13.36)$$

Если по-прежнему  $\omega^2 \gg \nu_m^2$ , то это выражение сводится к следующему

$$F_t \approx \frac{mc}{8\pi e^2} \frac{\omega^2 I_1}{\nu_m \tau_L} \propto \frac{\omega^2}{n_a \tau_L}. \quad (13.37)$$

Если произведение  $n_a \tau_L$  сохраняется постоянным, порог пробоя обратно пропорционален квадрату длины волны. Из выражения (13.37) следует также, что порог пробоя обратно пропорционален плотности газа и длительности лазерного импульса. Экспериментальные исследования порога пробоя были выполнены в широком диапазоне

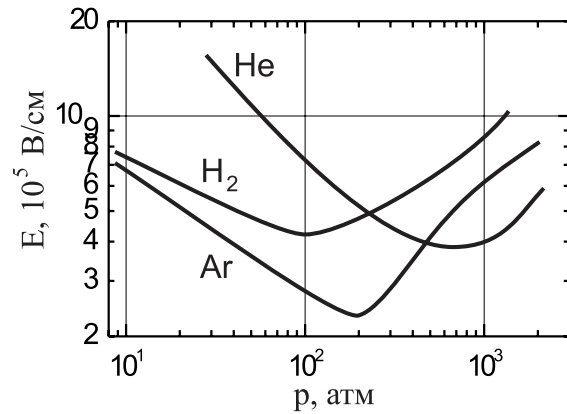


Рис. 13.4. Пороги оптического пробоя в трех газах как функции давления; источник излучения рубиновый лазер (длительность импульса 50 нс, диаметр фокуса 0,1 мм); экспериментальные точки не показаны

длин волн от ультрафиолетовых до субмиллиметровых. Как следует из рис. 13.5, зависимость (13.37) хорошо совпадает с экспериментальными данными при больших длинах волн начиная с 0,7 мкм. При меньших длинах волн зависимость (13.37) нарушается. Причиной отклонения величины порогового поля от классического является возрастание роли квантовых эффектов.

Поскольку квант электромагнитного поля в световом диапазоне гораздо больше, чем в СВЧ-диапазоне, по мере уменьшения длины волны все возрастающую роль в пробое газа играют квантовые эффекты. Важным, а порой и определяющим механизмом является многоквантовая фотоионизация (МФИ) (см., например, [79]). Многоквантовая фотоионизация является нелинейным эффектом, ее вероятность  $p_{(n)}$  очень быстро растет при увеличении интенсивности лазерного излучения. В случае нерезонансной МФИ вероятность ионизации атома пропорциональна интенсивности излучения в степени  $n$ :

$$p_{(n)} [c^{-1}] = \sigma_{(n)} (F [cm^{-2} \cdot c^{-1}])^n, \quad (13.38)$$

где  $n$  – число фотонов, которые необходимо одновременно поглотить атому чтобы превысить потенциал ионизации,  $\sigma$  – эффективное поперечное сечение многофотонной ионизации, имеющее, как следует из выражения (13.38), размерность  $cm^{2n} \cdot c^{n-1}$ , а  $F$  – плотность потока фотонов. В качестве примера можно привести [80, С. 427] численные значения сечений многофотонной ионизации рубиновым лазером ксенона ( $n = 7$ ,  $\sigma_{(n)} = 4,64 \cdot 10^{-206}$ ) и гелия ( $n = 14$ ,  $\sigma_{(n)} = 1,36 \cdot 10^{-438}$ ). В случае ультрафиолетового излучения, когда для фотоионизации достаточно двух квантов, ионизация может полностью происходить по этому механизму. При меньших длинах волн роль МФИ падает.

Зависимость относительной важности многофотонной ионизации от давления достаточно очевидна. При низких давлениях газа, когда времени для развития лавины недостаточно, его ионизация (полная или частичная) может быть целиком обусловлена многофотонной ионизацией. При высоких давлениях газа (обычно при  $p > 0,1$  атм) пробой происходит главным образом путем генерации лавин, но даже в этом случае МФИ может играть роль на начальной стадии пробоя, создавая популяцию затравочных электронов. Роль МФИ может еще более возрасти, если одна или несколько нижних ступеней возбуждения атома оказываются резонансными частоте лазерного излучения. В таких случаях этот механизм называют *резонансно-усиленной* или *селективной* многофотонной ионизацией. Последний термин обычно используется при лазерном разделении изотопов и элементном анализе.

Еще одним эффектом, который существенен в сильных световых полях, является туннельный эффект, возникающий вследствие понижения потенциального барьера для электрона в атоме. Для атома с потенциалом ионизации 15 эВ в поле напряженностью  $10^8$  В/см высота потенциального барьера уменьшается до 9 эВ, а ширина

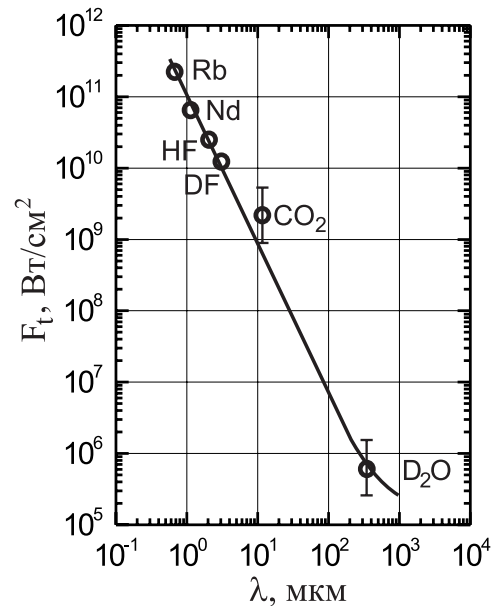


Рис. 13.5. Пороги пробоя атмосферного воздуха как функция длины волны лазерного излучения. Кривая — теоретическая зависимость (13.37)

до 15 Å. При этом время туннельного перехода составит всего  $6 \cdot 10^{-17}$  с, т. е. много меньше периода световой волны, поэтому процесс туннельной ионизации можно считать стационарным.

### 13.4. Пробой в высокочастотном диапазоне

Рассмотрим теперь явления пробоя при более низких частотах. Диапазон, лежащий в интервале  $10^5$ – $10^8$  Гц традиционно называется высокочастотным (ВЧ). Как уже говорилось, три размера — размер объема  $d$ , длина свободного пробега электронов  $\ell$  и амплитуда свободных  $a$  или дрейфовых  $A$  колебаний — существенно влияют на характер пробоя. В СВЧ-диапазоне все процессы происходили в объеме и потери были только рекомбинационными или диффузионными. В ВЧ-диапазоне возможно разное сочетание трех указанных выше параметров и картина пробоя зависит от давления более сложным образом.

Если  $a, A \ll d$  и  $\ell \ll d$ , то наблюдаемые явления очень похожи на пробой в СВЧ диапазоне. На рис. 13.6 приведены амплитудные значения потенциалов зажигания разряда  $V_t$  в неоне между плоскими электродами ( $d = 0,5$ – $2$  см). Кривые подобны соответствующим зависимостям, наблюдаемым в СВЧ-разряде. Действительно, угловая частота в данном случае равна  $\omega = 10^9$  с. Для правой ветви величина  $E/p = 3$  В/см·Тор, чему соответствует частота столкновений  $\nu_m \approx 2 \cdot 10^9 p$  [Тор] с<sup>-1</sup>. В этом случае амплитуда дрейфовых колебаний равна

$$A = \frac{eE_0}{m\nu_m\omega} \approx 2.6 \cdot 10^{-3} \text{ см} \ll d.$$

В области минимума она на порядок больше, но все равно остается значительно меньшей, чем размер камеры. Это значит, что мы имеем дело с объемным разрядом, в котором потери электронов происходят за счет диффузии.

Пунктиром на рисунке обозначены напряжения горения стационарного разряда. В этом случае условие самоподдержания также имеет вид  $\nu_i = \nu_d$ , но  $\nu_d$  теперь уже определяется амбиполярной диффузией, которая гораздо медленнее обычной, вследствие чего для поддержания разряда требуется меньшее напряжение, чем для его зажигания.

Если амплитуда колебаний сравнима с размерами разрядной камеры ( $a, A \sim d$ ), а длина свободного пробега много меньше этих размеров ( $\ell \ll d$ ), что нередко имеет место на меньших частотах, то зависимость потенциала зажигания от давления приобретает более сложный вид. На рис. 13.7 показаны вольт-амперные характеристики емкостного ВЧ-разряда, зажигаемого в цилиндрической стеклянной трубке диаметром 2 см с внешними электродами. Когда электроды расположены на торцах трубки, вид кривых  $V_t(p)$  не отличается от показанного на рис. 13.6. Если же

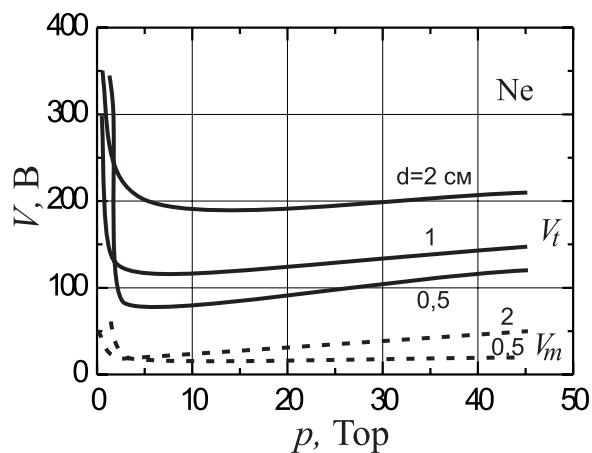


Рис. 13.6. Потенциалы зажигания  $V_t$  емкостного ВЧ разряда в неоне при  $f = 158$  МГц;  $V_m$  — напряжение горения установившегося разряда

электроды помещались поперек разрядной трубки, то вид кривых изменялся. При фиксированной частоте внешнего поля при достижении определенного давления газа потенциал зажигания разряда быстро возрастал, после чего начинал снижаться по другой кривой, не зависящей от приложенной частоты. Минимум этой кривой, как и прежде, соответствует условию  $\omega \approx \nu_m$ .

Причины такого поведения достаточно очевидны. Двигаясь по кривой справа налево, мы переходим от разряда контролируемого диффузией к разряду, в котором колебания электронов достигают диаметра трубки, потери электронов увеличиваются и для зажигания требуется более высокая напряженность поля. Это происходит при

$$A = \frac{eE_0}{m\nu_m\omega} \simeq \frac{d}{2}. \quad (13.39)$$

Из этого выражения следует, что порог пробоя соответствует параметру  $E_0/p\omega = \text{const}$ . Эта зависимость действительно выполняется для скачков потенциала зажигания, показанных на рис. 13.7.

Если сохранять постоянным давление газа и прочие параметры, а изменять только частоту приложенного поля, то при снижении частоты до величины, определяемой соотношением

$$\frac{2eE_0}{m\nu_m\omega d} \simeq \frac{0.14 (E_0/p) [\text{В/см} \cdot \text{Тор}]}{f[\text{МГц}] d[\text{см}]} \simeq 1, \quad (13.40)$$

амплитуда колебаний достигает размеров камеры и потенциал зажигания также резко возрастает. В выражении (13.40) принято, что  $\nu_m \approx 4 \cdot 10^9 p$ .

При существенно более низких частотах, когда амплитуда колебаний значительно больше диаметра  $d$ , пороговое поле в широком диапазоне частот (до 50 Гц) практически не меняется. Поскольку электроны в этом случае почти все время проводят у стенок, то ионизация в объеме затруднена, однако разряд продолжает гореть. Четкого объяснения механизма поддержания низкочастотного разряда не существует. Ссылаются на влияние процессов на стенках, на роль фотонов и возбужденных атомов, а также на иные объемные механизмы. Тем не менее, НЧ-разряд остается хорошим примером того, что даже хорошо известные явления часто не имеют полного объяснения.

## 13.5. Высокочастотный индукционный разряд

Разряды, поддерживаемые высокочастотным полем, широко используются в промышленных целях. Имеются два типа разрядов — индукционные и емкостные. Если силовые линии электрического поля замыкаются в плазме, то разряд называется индукционным. Достоинством такого разряда является отсутствие электродов, которые

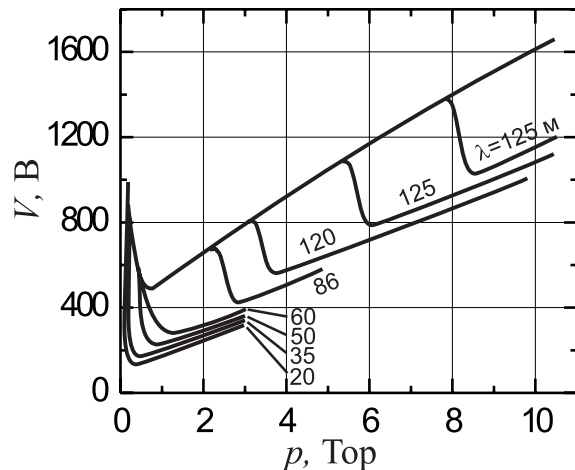


Рис. 13.7. Потенциалы зажигания емкостного ВЧ разряда в трубке диаметром 2 см и длиной  $L = 30$  см как функция давления газа ( $\lambda$  - длина волны приложенного поля)



неизбежно вносят в плазму загрязнения. Схема индукционного разряда показана на рис. 13.8. Соленоид, намотанный на диэлектрическую разрядную трубку, создает в наполняющем ее газе переменное электромагнитное поле. Давление газа, как правило, не превышает 1 атм. Частота приложенного поля может лежать в пределах от 0,1 до 100 МГц.

Магнитное поле  $H_z$ , создаваемое соленоидом, который в таких случаях называют *индуктором*, направлено вдоль оси трубки, а силовые линии азимутального электрического поля  $E_\varphi$  замыкаются вокруг оси, не выходя на стенки. Если учесть изменение геометрии полей  $E$  и  $H$  по сравнению с соответствующей геометрией полей в дуговом разряде (см. разд. 12.5), а также то, что теперь мы имеем дело с переменными полями

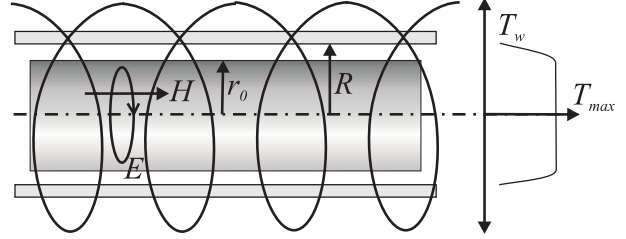


Рис. 13.8. Схема индукционного ВЧ-разряда; справа — распределение температуры по радиусу

$$E, H \propto e^{i\omega t},$$

уравнение энергобаланса и уравнения Максвелла для индукционного разряда примут вид

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r J_r + \sigma \langle E_\varphi^2 \rangle = 0, \quad J_r = -\lambda \frac{dT}{dr}; \quad (13.41)$$

$$-\frac{dH_z}{dr} = \frac{4\pi}{c} \sigma E_\varphi, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r E_\varphi = \frac{i\omega}{c} H_z. \quad (13.42)$$

В уравнении для ротора  $H$  опущен член, описывающий ток смещения. Как правило, это справедливо для индукционного разряда, поскольку для плазмы достаточно высокой плотности отношение

$$\frac{j_{\text{провод}}}{j_{\text{смещ}}} = \frac{4\pi\sigma}{\omega|\varepsilon|} = \frac{\nu_m}{\omega} \frac{\omega_p^2}{|\omega^2 + \nu_m^2 + \omega_p^2|} \quad (13.43)$$

значительно больше единицы.

Граничные условия для этой системы уравнений имеют следующий вид:  $J_r = 0$ ,  $E_\varphi = 0$ ,  $T|_{r=R} = T_w \simeq 0$ . Магнитное поле вне плазмы равно

$$H_z(R) \equiv H_0 = \frac{4\pi}{c} I_0 \cdot n,$$

где  $n$  — число витков на единицу длины индуктора. Поскольку поле переменное, нужно принять во внимание скин-эффект. Нагрев плазмы происходит в слое толщиной

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\omega}} = \frac{5,03}{\sigma[\text{Ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}] f[\text{МГц}]}$$

и все тепловые потоки также сосредоточены в этом слое. Как правило,  $\delta \ll r_0$ . Тогда температура внутри плазмы практически постоянна и равна  $T_{max}$ . Отсюда следует, что в отличие от дуги, где высокая температура и проводимость плазмы достигаются только в узком канале вблизи оси разряда, в ВЧ-разряде имеется широкий, хорошо прогретый плазменный столб.

Как и в случае дугового разряда, поток тепла, уходящий с поверхности плазменного столба через тонкий слой холодного газа на стенку, компенсируется встречным потоком электромагнитной энергии, которую переносит сходящаяся радиально электромагнитная волна. Эта волна экспоненциально спадает в скин-слое и оставляет там всю энергию. Вектор Пойнтинга электромагнитной волны, используя выражения (13.42), можно записать в виде

$$\langle S_r \rangle = \frac{c}{4\pi} E_\varphi H_z = -\frac{c^2}{32\pi^2\sigma} \left\langle \frac{dH_z(r)^2}{dz} \right\rangle = -\frac{c^2}{64\pi^2\sigma} \frac{dH_a(r)^2}{dr}, \quad (13.44)$$

где  $H_a(r)$  – амплитуда магнитного поля. Заменяв нужным образом компоненты  $E$  и  $H$ , проинтегрируем выражение (12.13) и получим соотношение

$$\int_{T_w \simeq 0}^{T_{max}} \sigma(T) \lambda(T) dT = \frac{c^2 H_0^2}{64\pi^2} = \frac{(I_0 n)^2}{4}, \quad (13.45)$$

определяющее  $T_{max}$ , где учтено, что магнитное поле, создаваемое индуктором, практически не проникает внутрь плазмы и  $H_a(r=0) \approx 0$ .

При типичной для большинства разрядов низкой степени ионизации, когда сопротивление плазмы определяется, главным образом, электрон-ионными столкновениями, проводимость плазмы пропорциональна плотности электронов. Тогда

$$\sigma(T) = C(T) \exp(-I/2T), \quad C(T) \approx \text{const}. \quad (13.46)$$

Решая уравнение (13.45), можно найти температуру канала  $T_{max}$ .

При практической реализации индукционных разрядов их часто зажигают в потоке газа и тогда они имеют вид факела. Кроме геометрии, показанной на рис. 13.8, существуют и другие формы разрядных устройств. Одним из таких устройств является *ротамак*, идея которого родилась в физике управляемого термоядерного синтеза. На две расположенные взаимно ортогонально катушки подается высокочастотное напряжение одинаковой частоты, но сдвинутое по фазе. В результате в камере создается вращающееся магнитное поле, генерирующее в плазме большие токи. Эффективность нагрева, равно как и температура плазмы, в ротамаке гораздо выше, чем в других типах индукционных разрядов. Другим вариантом индукционного плазменного реактора является плоский разряд, поддерживаемый плоской катушкой в виде спирали, лежащей на диэлектрической стенке разрядной камеры, имеющей форму короткого цилиндра.

Таблица 13.1. Рабочие параметры индукционных ВЧ разрядов

Параметр	Маломощный	Типичный	Мощный
Частота	10 кГц	13,56 МГц	100 МГц
Мощность	≤1 кВт	30 кВт	1 МВт
Эффективность	20%	35%	50%
Давление	10 Тор	1 атм	10 атм
Температура газа	1 000 К	10 <sup>4</sup> К	2 · 10 <sup>4</sup> К

Основные характеристики индукционных ВЧ разрядов приведены в табл. 13.1. Наиболее характерные значения мощности ВЧИ-плазмотронов для промышленных

применений составляют несколько десятков киловатт. Частота 13,56 МГц ( $\lambda = 22$  м) специально выделена для промышленных высокочастотных устройств и называется *промышленной частотой*. Низшая частота, при которой еще зажигается индукционный разряд составляет приблизительно 10 кГц. Обычно в индукционных реакторах не используется дополнительное внешнее магнитное поле, так как взаимодействие плазмы со стенкой отсутствует. Кпд ввода энергии в плазму (обычно 20–40 %) ограничивается потерями в выпрямителе ( $\sim 10$  %), ВЧ-генераторе и схеме ( $\sim 40$  %), а также потерями в катушке индуктора (10–30 %). Видно, что давление и температура плазмы в индукционных разрядах могут быть очень высокими. В этом отношении плазма напоминает плазму дуговых разрядов, но благодаря отсутствию электродов она является очень чистой, что позволяет использовать ее в промышленности для производства сверхчистых тугоплавких материалов.

### 13.6. Высокочастотный емкостный разряд

В индукционном ВЧ-разряде переменное соленоидальное магнитное поле генерирует в объеме замкнутые силовые линии вихревого электрического поля. В *емкостном ВЧ-разряде*, напротив, к электродам прикладывается высокочастотное электрическое напряжение, в результате чего в объеме создается электрическое поле, которое с хорошей точностью можно считать потенциальным. Индуцированное магнитное поле имеет вихревой характер. Геометрия электродов может быть различной. На рис. 13.9 показаны два варианта расположения электродов для случая плоской геометрии.

Если плазма соприкасается с электродами (или диэлектрической стенкой), то такой разряд называют *электродным*, если нет, то *безэлектродным*. Во втором случае электроды могут располагаться не только вне, но и внутри разрядной камеры, но в этом случае они должны быть отделены от плазмы диэлектриком. Площадь электродов может быть разной, что бывает полезно в ряде приложений. Частным случаем емкостного разряда является *факельный ВЧ-разряд*, когда напряжение подается на единственный электрод, а вторым электродом служат удаленные стенки камеры или земля. Светящаяся область локализована вблизи электрода и внешне разряд напоминает коронный.

В отличие от индукционного разряда, обычно используемого при высоких давлениях газа, емкостные разряды чаще применяют при низких ( $10^{-3}$ –1 Тор) и средних (1–100 Тор) давлениях газа. Первые применяются для поддержания неравновесной плазмы в  $\text{CO}_2$ -лазерах, а вторые используются для плазмохимических технологий. В зависимости от величины отношения частоты столкновений к частоте поля  $\nu_m/\omega$  движение электронов в переменном электрическом поле могут быть свободными (при низких плотностях) или дрейфовыми. При промышленной частоте

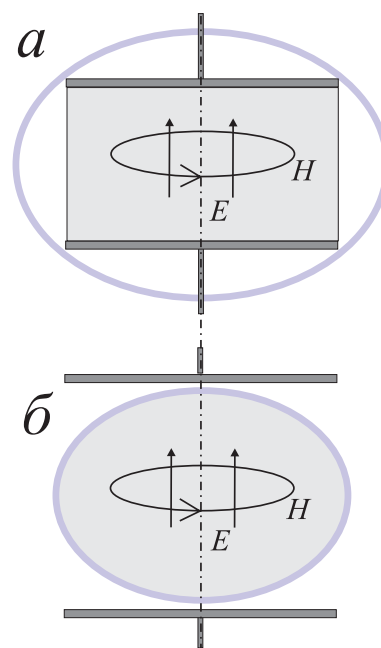


Рис. 13.9. Схема емкостного ВЧ разряда: *а* – электродный разряд; *б* – безэлектродный разряд

неравенство  $\nu_m/\omega > 1$  начинает выполняться уже при давлении выше 0,1 Тор, а следовательно, в большинстве интересных случаев колебания являются дрейфовыми. При характерных значениях  $E/p \approx 1-10$  В/см·Тор их амплитуда

$$A = \frac{w_{da}}{\omega} = \frac{\mu_e p E_a}{\omega p} \quad (13.47)$$

составляет доли миллиметра, что значительно меньше характерного межэлектродного расстояния. При типичных плотностях плазмы  $n_e \approx 10^8-10^{11}$  см<sup>-3</sup> дебаевский радиус также очень мал и плазма является квазинейтральной.

С хорошим приближением можно считать, что в течение периода колебаний приложенного электрического поля ионы остаются неподвижными, а электроны совершают колебания относительно них. После нескольких колебаний электроны в приэлектродном слое, толщина которого  $A$  равна амплитуде колебаний (дрейфовых или свободных), осаждаются на электродах. Если разряд безэлектродный, то они осаждаются на диэлектрике, заряжая его положительно. Согласно экспериментальным данным, разницы в поведении электродного и безэлектродного разрядов практически не наблюдается. В обоих случаях ионы по-прежнему занимают всю длину промежутка  $L$ , тогда как колеблющийся на их фоне слой электронов имеет толщину  $(L - A)$ . В результате плазма приобретает высокий положительный потенциал, достигающий сотен вольт, а в течение периода колебаний вблизи каждого из электродов поочередно возникает слой положительного пространственного заряда.

Если ток полностью замыкается между электродами, то нетрудно показать, что при электродах неравной площади  $A_1$  и  $A_2$ , условие непрерывности приводит к соотношению

$$\frac{V_1}{V_2} = \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2.$$

Уменьшая площадь электрода с обрабатываемыми образцами, можно значительно увеличить энергию приходящих ионов. При этом распределение потенциала между электродами приобретает такой же вид, как на рис. 10.9, а, если представить, что меньший по площади электрод расположен сверху. Это обстоятельство используется в промышленных реакторах, которые к настоящему времени почти все работают в режиме ВЧЕ-разряда.

Мы не будем здесь сколь-нибудь подробно описывать процессы в емкостном ВЧ-разряде, отправляя читателя к монографиям [2, 5, 81]. Заметим только, что имеются два типа емкостного ВЧ-разряда. Первый из них, называемый  $\alpha$ -разрядом, существует при более высоких давлениях, когда амплитуда колебаний электронов мала. Их потери из объема носят диффузионный характер, потенциал и проводимость плазмы малы. Ток в приэлектродных слоях является, в основном, током смещения, роль вторичной эмиссии ничтожна. При понижении давления газа ниже нескольких Тор разряд переходит в  $\gamma$ -форму. В случае  $\gamma$ -разряда плазма становится хорошо проводящей, а вблизи электродов при их отрицательной полярности возникают слои с падением потенциала, подобным катодному падению в тлеющем разряде. В этом случае ключевую роль играет вторичная ионно-электронная эмиссия с “катода” и ток замыкается уже током проводимости.

## Глава 14

# Некоторые необычные плазмы

В этой главе рассмотрены некоторые специальные виды плазм, условно названные в заглавии необычными. Сюда включены два вида плазм, создаваемых лазерным излучением, — *поверхностная плазма* и *фоторезонансная плазма*, — а также *плазма создаваемая поверхностными электромагнитными волнами* и плазма в среде, содержащей микроскопические конденсированные частицы, или *пылевая плазма*. Фоторезонансная плазма и плазма создаваемая поверхностными волнами действительно являются достаточно экзотическими и малоизвестными даже для специалистов в области физики плазмы. Плазма, образуемая при облучении поверхности лазером, — *лазерная плазма* — отнюдь не является экзотикой. Существует целый ряд монографий по взаимодействию лазерного излучения с веществом, в которых рассматривается этот вид плазмы, но она обычно остается за рамками книг, посвященных низкотемпературной плазме. Пылевая плазма реально существует во множестве природных объектов (от молнии до космической плазмы) и искусственных разрядных устройств, но лишь относительно недавно она стала предметом серьезных исследований.

### 14.1. Поверхностный лазерный пробой

Взаимодействие лазерного излучения с поверхностями было исследовано, в основном, в 60–70-е гг., хотя исследования подобного рода (чаще направленные на приложения) продолжают и в настоящее время. Детальное описание ранних работ можно найти в монографиях [82, 83]. Информацию о современном состоянии исследований и приложений можно получить из обзоров [84, 85] и ссылок в них.

Если плотность мощности излучения не слишком велика ( $\sim 1\text{--}100$  МВт/см<sup>2</sup> при наносекундной длительности импульса), плазма образуется за счет обычного механизма оптического пробоя в облаке паров, плотность которых может достигать сотен атмосфер. При этом порог пробоя оказывается существенно ниже, чем в атмосферных газах, благодаря присутствию в горячем паре тепловых электронов и, как правило, более низким потенциалам ионизации компонентов пара. В таких условиях образуется низкотемпературная плазма (другое название — *низкопороговый лазерный пробой*).

При высоких плотностях мощности ( $\geq 0,1\text{--}1$  ГВт/см<sup>2</sup>) скорость нагрева поверхности мишени становится столь велика, что она из конденсированной фазы непосредственно превращается в плазму с плотностью  $\sim 10^{22}$  см<sup>-3</sup> и температурой в сотни электронвольт. Плазма такого типа представляет интерес с точки зрения термоядерных приложений. Здесь нас будет интересовать только низкотемпературная плазма,

которая используется для получения тонких пленок и наноструктур, а также для формирования ионных пучков и других приложений.

Процессы, протекающие при взаимодействии лазерного излучения с веществом существенно зависят от двух факторов — плотности мощности лазерного излучения и длительности лазерного импульса. Последний параметр оказывается существенным в двух отношениях. Во-первых, вследствие того, что имеется характерное время температуропроводности материала, определяемое его теплоемкостью и теплопроводностью. Во-вторых, существенное значение имеет отношение времени действия лазерного импульса к характерному времени разлета пара.

Основным фактором, однако, является плотность мощности лазерного излучения  $F$ . С увеличением  $F$  температура поверхности материала постепенно растет. При низких плотностях мощности поверхность нагревается. При дальнейшем повышении  $F$  она сначала плавится, затем испаряется. Испарение материала в условиях, когда скорость теплопередачи внутрь мишени становится равной или превышающей скорость испарения, называется *режимом развитого испарения*. Пороговая плотность мощности излучения, соответствующая режиму *оптимального испарения*, когда плотность поглощенной мощности  $F_0$  такова, что перемещение фронта испарения ( $\sim F\tau/H\rho$ ) за время импульса  $\tau$  равно глубине нагрева мишени ( $\delta = \sqrt{\kappa\tau}$ ). Она примерно равна

$$F_0 = 1,7 H\rho\sqrt{\frac{\kappa}{\tau}}. \quad (14.1)$$



Рис. 14.1. Интегральная съемка плазменного облака, полученном при фокусировке излучения КгF-лазера на поверхности графитовой мишени (фото автора)

Здесь  $\kappa$ ,  $H$  и  $\rho$  — коэффициент температуропроводности, удельная теплота парообразования и плотность материала мишени. При длительности импульса 4 мкс для алюминия  $F_0 \sim 10$  МВт/см<sup>2</sup>, а при 25 нс необходимо, чтобы поглощенная мощность составляла уже примерно 130 МВт/см<sup>2</sup>. Естественно, что часть излучения отражается и падающая плотность мощности должна быть несколько выше этих значений.

При быстром испарении вблизи точки испарения образуется плотный горячий пар, давление которого может достигать сотен атмосфер. Если к этому времени лазерный импульс еще не закончился, то излучение может поглощаться в паре, что приводит к плазмообразованию. Основным механизмом поглощения является тормозное поглощение — механизм обратный тормозному рассеянию. Коэффициент тормозного поглощения для алюминия (с учетом торможения на атомах) записывается в следующем виде [1, 86]:

$$\kappa_{tr} [\text{см}^{-1}] = 1,37 \cdot 10^{-35} \lambda^3 [\text{мкм}] T_e^{-1/2} [\text{K}] N_e [\text{см}^{-3}] \left( N_e + \frac{N_{Al}}{200} \right). \quad (14.2)$$

Вторым по значению механизмом является фотоионизация. Ее сечение можно оценить из выражения

$$\sigma_{ph} [\text{см}^2] = 7,9 \cdot 10^{-18} \left( \frac{\mathcal{E}}{h\nu} \right)^3 \left( \frac{I_H}{E} \right)^3, \quad (14.3)$$

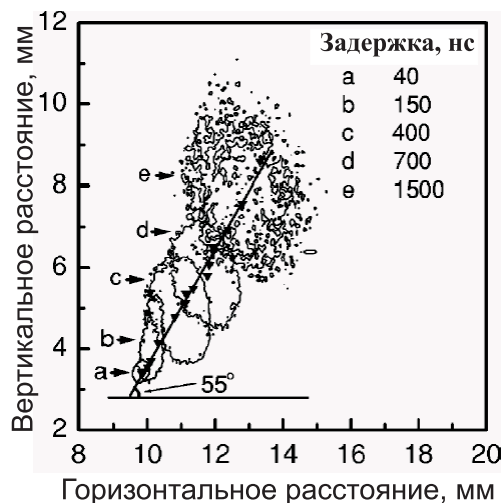


Рис. 14.2. Движение центра плазменного облака, созданного излучением Krf- лазера, от поверхности циркониевой мишени при давлении кислородной атмосферы в камере от  $10^{-3}$  до  $10^{-5}$  см $^{-3}$  [87]



Рис. 14.3. Пространственное распределение электронной температуры в циркониевом облаке как функция времени [87]; график в верхнем правом углу более подробно показывает распределение температуры вблизи мишени

где  $\mathcal{E}$  – энергия ионизации возбужденного состояния,  $I_H$  – потенциал ионизации атома водорода, а  $h\nu$  – энергия фотона. В результате образуется плотная, разлетающаяся от мишени плазма.

Характер расширения плазмы существенно зависит от того, находится ли мишень в вакууме или в газовой среде. В вакууме происходит свободное автомодельное расширение плазмы. Если разлетающееся облако не поглощает излучения, то в вакууме оно обычно расширяется в направлении, перпендикулярном поверхности, и имеет овальную форму. Распределение плотности по направлениям разлета близко к косинусному. На рис. 14.1 приведена фотография свечения плазменного облака, разлетающегося перпендикулярно к мишени, хотя излучение падало на поверхность под углом около  $30^\circ$ .

При достаточно высокой плотности мощности лазерного излучения и короткой длительности импульса плотный ионизованный пар является хорошей затравкой для развития оптического пробоя в облаке пара или окружающей облако пара атмосфере, если таковая имеется. В этом случае проявляется тенденция к образованию факела, направленного вдоль луча лазера, или комбинации разлета по нормали с “горением” в направлении луча.

Иллюстрацией этого служит рис. 14.2, на котором показаны изофоты свечения факела, образующегося при облучении поверхности циркония 20-наносекундным импульсом Krf-лазера, снятые с помощью ПЗС-камеры с МКП усилителем, обеспечивающим заодно и временное разрешение. Луч лазера падал под углом  $40^\circ$  к поверхности мишени, а факел распространялся под углом  $55^\circ$  к поверхности<sup>1</sup>. Плотность мощности излучения на мишени составляла 80 МВт/см $^2$ . Давление газа в камере

<sup>1</sup>Влияние лазерного излучения на направление факела согласно многим экспериментальным данным, без сомнения, имеет место, имеются, однако, также сведения, что на направление факела может влиять и качество поверхности мишени.

было очень низким, и факел, очевидно, формировался за счет взаимодействия с паром. Рис. 14.3 показывает измеренное распределение температуры в том же факеле как функцию времени. Видно, что температура лежит в области 0,5–2 эВ, а следовательно, при указанной плотности мощности лазерного излучения вблизи мишени образуется низкотемпературная плазма.



Рис. 14.4. Факел, образующийся при облучении KrF-лазером расположенной в воздухе дюралюминиевой мишени (фото автора)

В плотной газовой среде происходит торможение облака и взаимодействие его компонентов с молекулами среды. В частности, возможно протекание различных химических реакций, включая окисление и горение. На рис. 14.4 приведены фотографии факела, образующегося при облучении расположенной в атмосфере дюралюминиевой мишени 25-наносекундным импульсом KrF-лазера. Линейка слева указывает масштаб снимков и угол между поверхностью мишени и горизонтально распространяющимся лазерным лучом. На центральном кадре, сфотографированном при плотности мощности лазерного излучения  $F = 120 \text{ МВт/см}^2$ , видно, что факел распространяется перпендикулярно мишени. Видно также, что в расширяющемся облаке присутствует конденсированная фаза — раскаленные пылинки, турбулентно движущиеся в атмосфере. При повышении мощности до  $F = 370 \text{ МВт/см}^2$  (правая фотография) на фоне распространяющегося от мишени облака ясно виден “отросток” факела, направленный навстречу лазерному лучу, что свидетельствует о зарождении оптического пробоя в атмосфере. Соответственно в спектрах излучения наблюдаются линии алюминия и марганца, входящих в сплав, и кислорода и аргона, имеющих в атмосфере.

Весьма интересные изменения в характеристиках факела происходят, если заменить металлическую мишень на мишень из древесины (рис. 14.5). Прежде всего, заметим, что порог пробоя сильно уменьшается, а вид факелов радикально изменяется и сильно зависит от плотности мощности излучения  $P$ . При низких  $P$  от мишени отделяется тонкий слабо светящийся ствол, который затем превращается в сложный объемный факел. С ростом плотности мощности длина ствола укорачивается, а факел становится интенсивней. В спектре наблюдаются элементы, входящие в состав древесины (кислород, сера), и компоненты воздуха (кислород, аргон). Соотношение интенсивностей линий зависит от плотности мощности излучения лазера. Все свидетельствует о том, что кроме пробоя на поверхности в центре пятна фокусировки, на периферии происходит крекинг дерева, и пары высокомолекулярных соединений окружают “лазерный” факел, воспламеняясь и образуя древовидную структуру. Расщепление на два языка связано, видимо, с высоким давлением менее яркого лазерного “керна” на оси разряда. При дальнейшем росте  $P$  абляция захватывает площадь, значительно превышающую пятно облучения (фото 3 на рис. 14.5). Это можно объ-



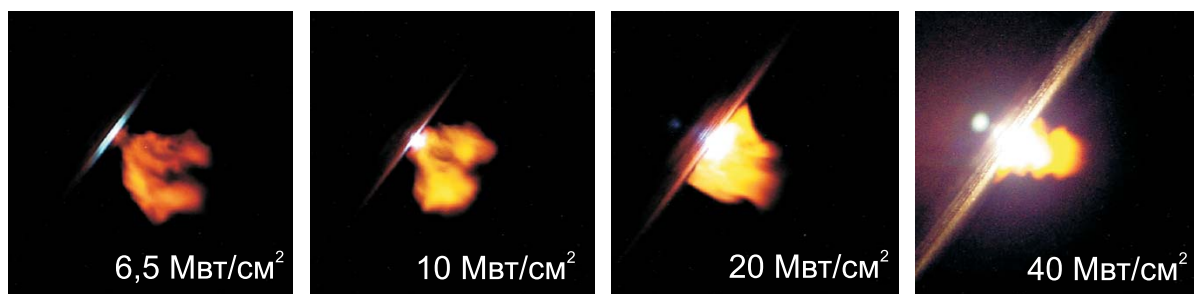


Рис. 14.5. Факел, образующийся при облучении КгF-лазером расположенной в воздухе деревянной мишени; масштаб фотографий тот же, что на предыдущем рисунке (фото автора)

яснить "вторичным" крекингом древесины мощным излучением из лазерной плазмы. Наконец, при  $40 \text{ МВт/см}^2$  начинается пробой в лазерном факеле и энергия выделяется в основном вдали от мишени. Тенденция обоих рукавов пламени к подъему вверх объясняется, вероятнее всего, гидростатическим всплытием.

По мере роста мощности лазерного импульса интенсивность плазменного факела возрастает, но увеличивается и площадь крекинга дерева, и огненный факел (третья слева фотография) приобретает объемный характер. По понятной причине он направлен практически перпендикулярно к поверхности. Дальнейшее увеличение плотности мощности приводит в образованию классического плазменного облака вблизи поверхности и к возникновению низкого порога оптического пробоя газа навстречу лазерному лучу (правая фотография), хотя некоторый вклад вносит, видимо, и сгорание продуктов крекинга древесины.

## 14.2. Фоторезонансная плазма

*Фоторезонансной плазмой* принято называть плазму, образующуюся в результате резонансной лазерной ионизации газа. Использование специального наименования для этого вида плазмы оправдано, поскольку она имеет характеристики, существенным образом отличающиеся от плазм, полученных другими способами.

Ионизация плотных паров щелочных металлов в поле интенсивного резонансного излучения лазеров на красителях была впервые описана в работах Лукаторто с соавторами в конце 70-х гг. [89]. Объяснение механизма этого многоступенчатого процесса было вскоре дано в работах Мэжерса (см. [90] и ссылки в ней), хотя фактически существование этого явления можно было бы предсказать из результатов более ранней теоретической работы 1970 г. того же автора. Впоследствии механизм фоторезонансной ионизации был исследован рядом авторов, которые внесли в него некоторые поправки и дополнения. Для первоначального ознакомления с этим видом ионизации наиболее подходят работы [90–93].

В типичных экспериментах по исследованию фоторезонансной ионизации (ФРИ) рабочий объем заполняют парами Li, Na, Cs, Ba или Mg, нагревая в эвакуированной кювете соответствующий металл до температуры испарения. Часто в кювету добавляют буферный инертный газ. Плотность паров лежит, как правило, в диапазоне  $10^{16}–10^{18} \text{ см}^{-3}$ , а их температура близка к температуре испарения металла — от 685 К для Cs до 1805 К для Ba. Пар облучается импульсом лазера на красителе, длина волны которого настраивается в резонанс с электронным переходом из основного

в одно из возбужденных состояний атома. Длительность импульса возбуждения в зависимости от типа используемого лазера варьируется от 30 нс до нескольких микросекунд. При правильном выборе плотности пара и плотности мощности излучения лазера в результате взаимодействия излучения с паром образуется практически полностью ионизованная плазма.

Прежде чем перейти к анализу механизма фоторезонансной ионизации, необходимо дополнить описание взаимодействия атома с излучением (см. разд. 4.3), введя понятия *вынужденного излучения* и (*вынужденного*) *поглощения*, имеющих место при взаимодействии атома с фотонами. Поглощение излучения рассматривалось ранее. По понятным причинам оно всегда является “вынужденным”. Но в дополнение к поглощению фотона имеется и вынужденное излучение, индуцируемое пролетающим мимо атома фотоном, которое конкурирует со спонтанным излучением атома. В акте вынужденного излучения атом переходит в основное состояние, излучая фотон, имеющий ту же частоту и фазу, что и пролетающий фотон.

Обозначим спектральную плотность энергии лазерного излучения в единице объема, имеющую размерность эрг/см<sup>3</sup>·с<sup>-1</sup>, символом  $\rho(\omega_{21})$ . Тогда в установившемся режиме в отсутствие других процессов скорости возбуждения и девозбуждения верхнего уровня должны быть равны

$$n_1 B_{12} \rho(\omega_{21}) = n_2 A_{21} + n_2 B_{21} \rho(\omega_{21}), \quad (14.4)$$

где  $B_{12}$  и  $B_{21}$  – вероятности вынужденных переходов между состояниями. Для уровней с вырождением  $g_i$  они связаны между собой простым соотношением

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21} \quad (14.5)$$

и функционально связаны в вероятностью спонтанного излучения через резонансную частоту перехода

$$A_{21} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} B_{21}. \quad (14.6)$$

Вывод последних двух соотношений можно найти, например, в книге [94].

Вернемся теперь в описанию фоторезонансной ионизации. В начальный момент, перед включением лазера, невозбужденный газ вследствие высокой плотности поглощающих атомов имеет очень большую оптическую толщину в максимуме резонансной линии. Сразу после включения лазера поглощение резонансного излучения происходит в тонком поверхностном слое, измеряемом микронами. Дальнейшее развитие событий зависит от интенсивности лазерного излучения.

При низкой интенсивности лазерного излучения, а следовательно, и малой заселенности верхнего уровня, основную роль в правой части уравнения (14.4) играет первый член. Возбуждение атомов внешним излучением уравновешивается спонтанным излучением с постоянной времени, равной обратному коэффициенту Эйнштейна  $A_{21}^{-1}$  [с<sup>-1</sup>], где 1 и 2 – индексы основного и возбужденного состояний атома, и стационарная заселенность верхнего уровня

$$n_2 = \frac{B_{12} \rho(\omega_{21})}{A_{21}} n_1 \quad (14.7)$$

пропорциональна интенсивности лазерного излучения  $\rho(\omega_{21})$ . Заселенность возбужденного состояния остается существенно меньшей, чем заселенность основного состояния, и лазерное излучение в течение всего импульса поглощается только в поверхностном слое газа. Излучаемые атомами фотоны сразу или после серии последующих

поглощений и излучений (см. разд. 5.5) уходят из возбуждаемого объема, унося излишнюю энергию. Температура газа сколь-нибудь существенно не увеличивается и образования плазмы не происходит.

При большой интенсивности лазерного излучения реализуется другой предельный случай  $n_2 A_{21} \ll n_2 B_{21} \rho(\omega_{21})$ , когда вероятность спонтанного излучения существенно меньше вероятности вынужденного излучения. Используя выражения (14.4) и (14.5), найдем, что в этом случае заселенность верхнего уровня достигает предельно возможного значения, равного

$$n_2^{(S)} = \frac{g_2}{g_1} n_1^{(S)}, \quad (14.8)$$

и уже не зависит от интенсивности возбуждения. Такая заселенность называется насыщенной заселенностью перехода. Отношение интенсивности излучения  $\rho(\omega_{21})$  к ее значению  $\rho_S(\omega_{21})$ , соответствующему равенству  $n_2 A_{21} = n_2 B_{21} \rho_S(\omega_{21})$ , называют *параметром насыщения*

$$S = \frac{\rho(\omega_{21})}{\rho_S(\omega_{21})} = \frac{B_{21}}{A_{21}} \rho(\omega_{21}). \quad (14.9)$$

Замечательно, что параметр насыщения зависит только от интенсивности падающего излучения и коэффициентов Эйнштейна перехода и никак не зависит от плотности газа<sup>2</sup>. Очевидно, что существенное влияние на характеристики газа может оказать только резонансное излучение при параметре насыщения, превышающем единицу. Именно в режиме  $S \gg 1$  и проводились все успешные эксперименты по фоторезонансной ионизации (ФРИ) газа.

Четыре последовательные стадии ФРИ схематически изображены на рис. 14.6. На первой стадии интенсивное лазерное излучение “прожигает” в газе канал с насыщенной населенностью возбужденного состояния (14.8). На создание такого канала расходуется небольшая часть энергии на фронте импульса (оценку требующегося для этого времени нетрудно сделать самостоятельно). После создания канала он становится прозрачным для резонансного излучения. Редкие спонтанные переходы с верхнего уровня почти мгновенно компенсируются поглощением лазерных фотонов. Это обстоятельство отражено на диаграмме в нижней части рис. 14.6, *a* толстой двусторонней стрелкой, символизирующей вынужденные переходы, поддерживающие насыщенную заселенность, и тонкой стрелкой, символизирующей слабую спонтанную релаксацию верхнего уровня. В верхней части рисунка указано, на какие процессы тратится энергия лазерного излучения на данной стадии ФРИ.

К концу первой стадии почти вся энергия, поглощенная газом, накоплена в виде энергии возбуждения верхнего уровня. Температура атомов остается близкой к температуре испарения, а в газе существует ничтожно малая популяция термических электронов. Для развития процесса ионизации необходимо обеспечить размножение электронов. Это и происходит на второй стадии процесса. Поскольку в газе

<sup>2</sup>Здесь уместно заметить, что явление вынужденного излучения лежит, в частности, в основе работы оптических квантовых генераторов (лазеров), обеспечивая лавинное размножение фотонов в среде с *инверсной заселенностью*. Инверсная заселенность — состояние ансамбля атомов, при котором заселенность верхнего уровня превышает заселенность нижнего:  $N_2/g_2 > N_1/g_1$ . Как ясно из выражения (14.9), инверсную заселенность невозможно создать прямым оптическим возбуждением атомного перехода. Она возникает при благоприятной последовательности столкновительных, излучательных и/или релаксационных процессов в активной среде лазера. Подробнее о физике лазеров см. книги [94, 95], а также фундаментальную, но малодоступную российскому читателю монографию [96].

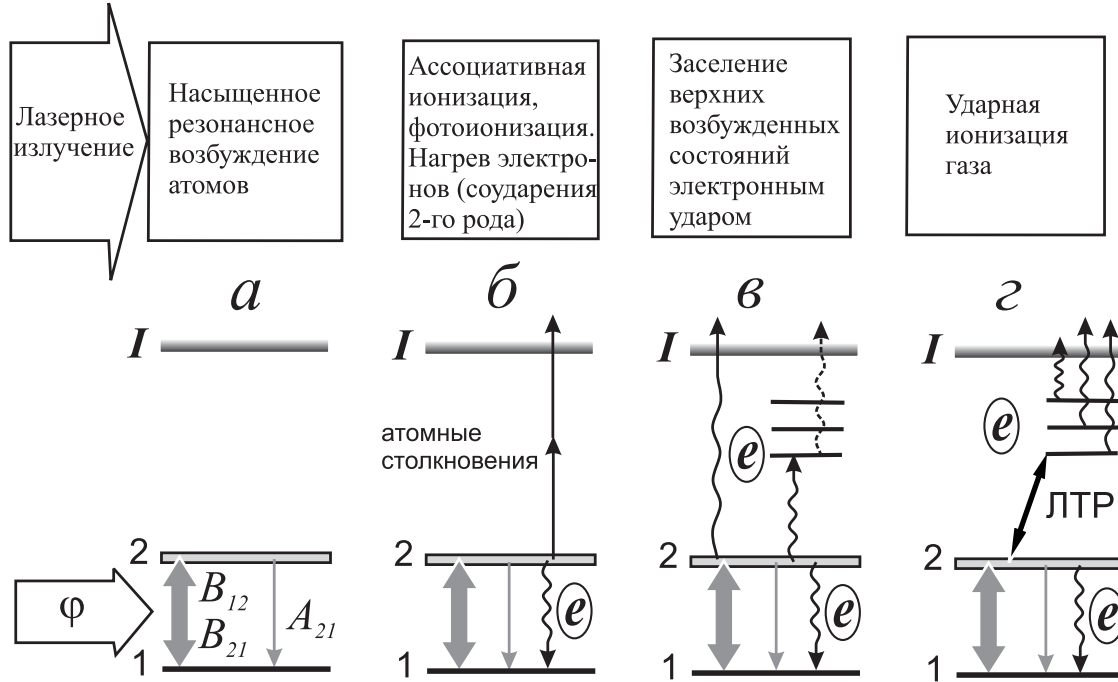


Рис. 14.6. Четыре стадии процесса фоторезонансной ионизации: *a* – возбуждение резонансного перехода до насыщения; *б* – размножение электронов и их нагрев; *в* – столкновительное заселение верхних уровней атома; *г* – достижение локального термодинамического равновесия в системе верхних уровней и ударная ионизация атомов (пояснения в тексте)

отсутствуют сколь-нибудь заметные электрические поля (интенсивность оптического поля слишком низка), то лавинное размножение электронов невозможно. Зато высокая плотность пара и высокая заселенность возбужденных атомов благоприятны для ассоциативной ионизации (см. разд. 3.8) за счет прямого



или ступенчатого



процессов. Скорость ассоциативной ионизации при характерной для условий ФРИ большой плотности газа достаточно велика (для натрия, константа скорости, например, составляет  $k_a = 3 \cdot 10^{-11} \text{ см}^3/\text{с}$ ), и за очень короткое время плотность электронов в газе существенно возрастает (см. рис. 14.6, б).

Параллельно с ростом плотности электронов начинается их нагрев. Механизмами передачи энергии электронам от возбужденных атомов являются столкновения второго рода и резонансное вынужденное тормозное поглощение фотонов, при которых энергия возбуждения атома или непосредственно энергия пролетающего фотона передается электрону (в последнем процессе фотон исчезает). Действительно, в поддерживаемой излучением термодинамически неравновесной системе электроны, сталкиваясь с атомами, преимущественно приобретают энергию, что соответствует неравенству

$$k_{21}n_2^{(s)}n_e \gg k_{12}n_1^{(s)}n_e,$$

где индекс  $S$  означает насыщенную населенность резонансных уровней. Справедливость

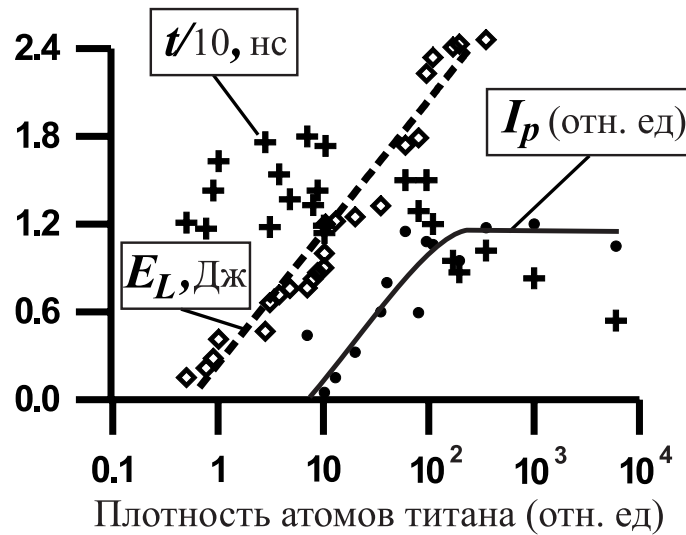


Рис. 14.7. Экспериментальные результаты, демонстрирующие эффективность тушения возбужденного состояния атома свободными электронами. Облако паров титана создается испарением мишени импульсом лазера на красителе длительностью 3 нс и энергией  $J$ , варьирующейся от 0,1 до 2,5 Дж (пунктирная прямая). Относительная плотность паров титана показана на оси абсцисс; 10-наносекундный импульс азотного лазера возбуждал резонансный уровень  $Ti$  до насыщения. Время спада  $t$  импульса спонтанного излучения возбужденного перехода, регистрировавшееся осциллографом, показано на графике крестиками. При малых плотностях  $Ti$  это время равно табличному значению  $A_{21}^{-1}$ . После появления в паре свободных электронов, появление которых регистрировалось зондом Ленгмюра, время жизни уровня уменьшалось с ростом плотности электронов (точки при больших плотностях получены при меньших расстояниях от мишени)

последнего неравенства нетрудно понять, если вспомнить, что при бoльцмановской заселенности уровней оно превращается в равенство. (Одним из экспериментальных свидетельств существенной роли соударений второго рода в плотной плазме может служить рис. 14.7 [97].) Тушение возбужденных атомов электронами практически мгновенно компенсируется их возбуждением в поле лазерного излучения. Энергия, переданная электронам, при столкновении с атомами, возбужденными на разные (нерезонансные) уровни, идет на заселение все более высоких атомных уровней, излучательное время жизни которых тем больше, чем выше уровень (см. рис. 4.3). Постепенное заселение верхних уровней и является основным содержанием третьей стадии процесса ФРИ. Приобретение энергии электронами от резонансно возбужденных атомов компенсируется потерями энергии на возбуждение верхних уровней, и температура электронов в течение этой стадии остается практически постоянной. Для щелочных металлов  $T_e$ , согласно оценкам, сделанным в работе [91], лежит в интервале 0,3–0,45 эВ. Электронная температура остается стабильной до тех пор, пока с ростом  $n_e$  не начнется рекомбинация электронов.

В результате всех этих процессов к началу четвертой стадии образуется термодинамически неравновесный ансамбль атомов с повышенной заселенностью верхних уровней. К этому времени плотность электронов возрастает до значений, удовлетворяющих условию установления локального термодинамического равновесия

(ЛТР) [2]

$$n_e [\text{см}^{-3}] > 3,3 \cdot 10^{13} \mathcal{E}_{km}^{-4} [\text{эВ}] T_e^{-1/2} [\text{эВ}] \quad (14.12)$$

в системе возбужденных состояний. При  $\mathcal{E}_{km} < 2,5$  эВ и  $T_e \sim 0,5$  эВ критическая электронная плотность равна  $2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , которая легко достигается в этому времени. После этого относительно небольшой передачи энергии от излучения через возбужденные атомы к электронам достаточно для быстрой практически полной ударной ионизации всего газа. С этого момента в газе практически не остается атомов и лазерное излучение перестает поглощаться. Температура атомов и ионов в течение импульса ионизации не успевает возрасти и остается близкой к температуре исходного газа. Температура электронов фоторезонансной плазмы, хотя и превышает атомную, также не очень высока. Поскольку температура плазмы низка, а потенциал ионизации иона, как правило, значительно выше потенциала ионизации атома, то образовавшиеся ионы не ионизируются и плазма остается однозарядной, чего нелегко достичь другим способом.

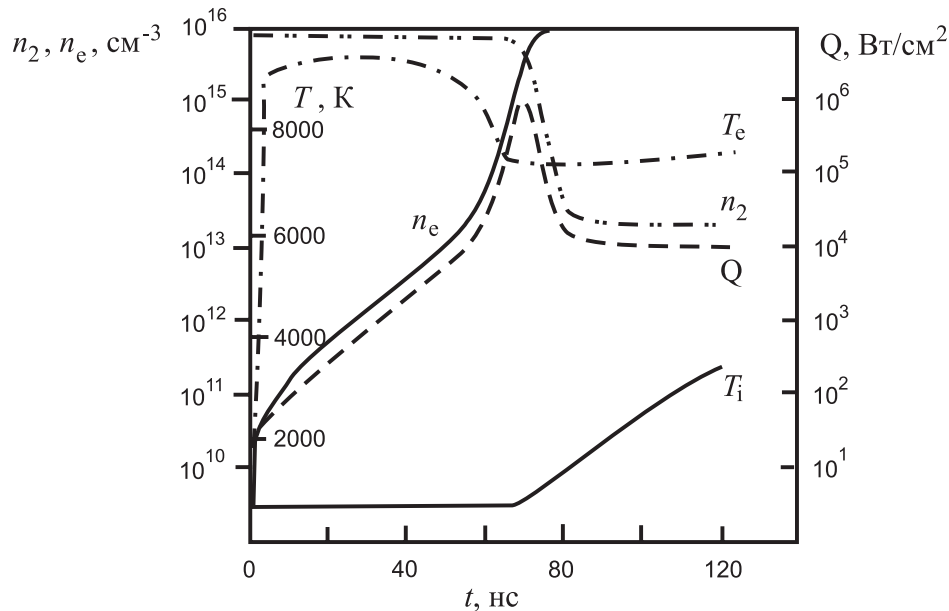


Рис. 14.8. Временные зависимости плотности возбужденных состояний  $n_2$ , плотности электронов  $n_e$ , электронной ( $T_e$ ) и ионной ( $T_i$ ) температур и поглощенной мощности лазерного излучения  $Q$ , вычисленные в работе [90], для натриевого пара плотностью  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ , возбуждаемого резонансным лазерным излучением с плотностью энергии  $10^6 \text{ Вт/см}^2$

Для иллюстрации приведем (рис. 14.8) результаты численных расчетов динамики фоторезонансной ионизации, выполненных Мэджерсом и Кардиналом [90]. В работе [91] отмечено, что значения температуры, приведенные в этой работе, скорее всего значительно завышены, но в целом кривые рис. 14.8 дают верную качественную картину процесса. Из рисунка видно, что в результате ионизации газа и прекращения поглощения излучения энергия электронов в конце процесса падает, а температура ионов постепенно растет за счет столкновений с электронами.

Указанные выше особенности фоторезонансной плазмы, а также отсутствие необходимости подвода какой-либо энергии, кроме энергии лазерного излучения, для ее создания делают ее потенциально привлекательной для некоторых приложений. К их числу относится формирование проводящих каналов для транспортировки ионных

пучков [98], а также создание плазмы на анодах ионных источников и ионных ускорителей. Примером практической реализации ФРИ явилось формирование литиевой плазмы на аноде сверхмощного импульсного ускорителя ионов RBFA-II [99].

Возможности практического использования классической ФРИ, однако, ограничены малым ресурсом работы и низкой надежностью лазеров на красителях с ламповой накачкой. Длины волн этих лазеров лежат в видимом диапазоне спектра, что ограничивает набор элементов, которые можно ионизовать этим способом, в основном рядом элементов первой и второй групп таблицы Менделеева. Поскольку резонансные переходы у очень многих элементов лежат в УФ (или даже ВУФ) области, где мощные источники перестраиваемого излучения отсутствуют, недавно было предложено (см. работу [100] и ссылки в ней) использовать для фоторезонансной ионизации эксимерные лазеры, имеющие высокую надежность и ресурс работы, исчисляющийся многими миллионами импульсов.

Эти лазеры генерируют излучение на нескольких фиксированных длинах волн в ультрафиолетовом диапазоне и не могут настраиваться на произвольную длину волны резонансного перехода, но зато ширина спектров генерации этих лазеров достаточно велика и составляет 6–8 Å. Благодаря последнему обстоятельству найдено значительное число элементов, резонансные переходы которых перекрываются со спектрами эксимерных лазеров. Эти элементы приведены на рис. 14.9, где указаны также плотности мощности насыщения (см. приложение D) для каждой длины волны. В частности, Ta, Fe и Sn могут возбуждаться Krf-лазером. Это позволяет осуществлять фоторезонансную ионизацию паров этих элементов, а также их смесей с другими, “нерезонансными” элементами. Некоторые элементы, резонансные линии которых лежат в окрестности полосы генерации эксимерных лазеров, также могут возбуждаться при большом уширении линии или ее доплеровском сдвиге.

Механизм ионизации в ультрафиолетовом диапазоне практически такой же, как у классической ФРИ, если не считать того, что вследствие большой энергии кванта лазерного излучения возможен дополнительный канал ионизации — прямая фотоионизация с возбужденного уровня. Этот механизм может играть особенно важную роль на первой стадии процесса ФРИ. Еще одной особенностью ультрафиолетовой ФРИ является то, что ион тантала и ион олова имеют резонансные переходы на той же частоте, что и их атомы. Это позволяет в газовой среде, содержащей эти элементы

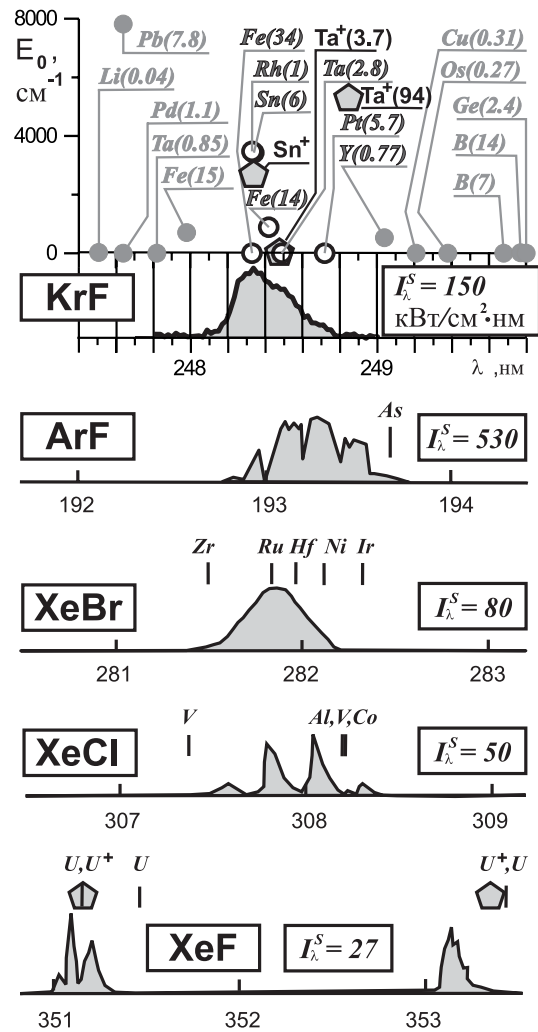


Рис. 14.9. Спектры генерации эксимерных лазеров и резонансные линии некоторых элементов. Для Krf-лазера показана энергия подуровней основного состояния, с которых происходят интересные нас переходы

вкладывать энергию в плазму даже после ее полной однократной ионизации. Эффект фоторезонансной ионизации в ультрафиолетовой области был продемонстрирован в экспериментах с парами тантала, железа и их смесей с титаном.

### 14.3. Генерация плазмы поверхностными электромагнитными волнами

Еще один специфический вид плазмы — плазма, генерируемая *поверхностной электромагнитной волной* (ПЭВ). В обычных разрядах, поддерживаемых высокочастотным излучением, плазма в волноводах и резонаторах лишь в незначительной степени меняет свойства волны, а моды колебаний в таких устройствах слабо отличаются от “вакуумных”. Плотность плазмы в таких устройствах обычно низка так чтобы выполнялось соотношение

$$n_e \leq n_c = \frac{m\omega^2}{4\pi e^2}.$$

Плазма, генерируемая поверхностной электромагнитной волной, наоборот, должна иметь высокую плотность, ибо при плотности ниже, чем *резонансная плотность поверхностной волны*, известная также как *дипольная резонансная плотность*,

$$n_{\text{res}} = n_e(1 + \varepsilon_d), \quad (14.13)$$

где (см. ниже)  $\varepsilon_d$  — диэлектрическая проницаемость диэлектрика, существование ПЭВ становится невозможным. Более того, плазма сама является принципиальной частью волноводного устройства, а следовательно, свойства волны и плазмы взаимно связаны. Плазма, созданная ПЭВ, была впервые обнаружена в частично заполненных плазмой волноводах, после чего следующим естественным ходом было убрать вообще волноводную структуру и исследовать плазму на открытой поверхности.

Поверхностная электромагнитная волна является особым решением уравнений Максвелла. В отличие от свободных, чисто поперечных электромагнитных волн ПЭВ является частично продольной волной ТМ-типа, распространяющейся только вдоль границы раздела двух сред. Направим ось  $x$  вдоль границы раздела в направлении распространения волны, а вектор  $z$  — перпендикулярно границе раздела из среды 2 в среду 1 (см. рис. Е.1, а в приложении Е, где приведен вывод выражений для основных характеристик ПЭВ и описаны свойства ПЭВ на поверхности раздела металл–диэлектрик). Тогда вектор магнитного поля волны будет направлен вдоль оси  $y$  и в силу граничных условий  $H_{y1} = H_{y2} \equiv H$ . Вектор электрического поля имеет две составляющие: поперечную  $E_z \mathbf{e}_z$  и продольную  $E_x \mathbf{e}_x$ , комплексные амплитуды которых на границе раздела при  $\mu_1 = \mu_2 = 1$  равны

$$E_x = E_{x1} = E_{x2} = iH \sqrt{\frac{1}{-(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}; \quad (14.14)$$

$$E_{z1} = -H \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}; \quad (14.15)$$



$$E_{z2} = -H \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \quad (14.16)$$

соответственно. Видно, что  $E_x$  сдвинут по фазе относительно вектора  $H$  на  $90^\circ$ , а  $E_z$  — на  $180^\circ$ .

Зависимость векторов  $E$  и  $H$  от координат  $x$  и  $z$  для монохроматической волны имеет вид

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{H}_0 \end{Bmatrix} \exp(\mp \kappa_{1,2} z) \exp(ik_s x - i\omega t), \quad (14.17)$$

где

$$\kappa_{1,2}^2 = k_s^2 - \varepsilon_{1,2} k_0^2 \quad (14.18)$$

и

$$k_s = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} k_0 \quad (14.19)$$

— компоненты волнового вектора в соответствующей среде, а  $k_0 = \omega/c$ . Во всех практически интересных случаях ширина волны  $\Delta y$  значительно превышает ее толщину ( $\Delta z_{1,2} \sim \kappa_{1,2}^{-1}$ ), поэтому при вычислениях можно считать, что зависимость от координаты  $y$  отсутствует. Знаки при  $\kappa$  выбраны таким образом, чтобы амплитуда ПЭВ экспоненциально убывала при удалении от границы в обеих средах. Для выполнения этого требования, равно как и для существования решения (14.14)–(14.16), необходимо (см. приложение Е), чтобы действительная часть диэлектрической проницаемости одной из сред была положительной, а второй — отрицательной [101]. Быстрое затухание волны при удалении от поверхности означает, что любые структуры, помещенные в этой зоне, не оказывают влияния на свойства волны.

Среда с отрицательной диэлектрической проницаемостью называется оптически активной. Поверхностные волны могут существовать, в частности, на границе раздела металл–диэлектрик для частот по крайней мере от оптического диапазона до СВЧ. Поверхностные электромагнитные волны могут существовать также и на границе раздела двух диэлектриков в узком диапазоне частот вблизи линии поглощения одного из диэлектриков [102]. Плазма, как и металлы, также имеет  $\text{Re}(\varepsilon) < 0$ , и следовательно на границе плазма–диэлектрик могут распространяться поверхностные волны. Это обстоятельство и используется для создания и поддержания плазмы.

ВЧ- и СВЧ-разряды, поддерживаемые поверхностными электромагнитными волнами, стали объектом исследования относительно недавно. ПЭВ возбуждается на поверхности раздела диэлектрика с газовой средой, в которой необходимо зажечь разряд. Энергия поступает от внешнего высокочастотного генератора через согласующее устройство. Отличие поверхностной электромагнитной волны, распространяющейся по границе раздела плазма–диэлектрик, от волны в системе металл–диэлектрик состоит в том, что в первом случае плазма создается и поддерживается самой ПЭВ и, следовательно, электродинамика волны и кинетика плазмы должны быть самосогласованными. Локальные электромагнитные свойства плазмы однозначно определяются локальной величиной диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_p = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu_{eff})}, \quad (14.20)$$

тогда как стационарный разряд существует, если рекомбинационные и диффузионные потери компенсируются рождением частиц за счет энергии, выделяемой волной в плазме.

Для описания квазистационарного плазменного столба, поддерживаемого поверхностной волной необходимо использовать (см, например, [103–109]) по крайней мере три уравнения: локальное дисперсионное уравнение для волны, уравнение передачи энергии от волны к плазме и соотношение между энергией, поглощенной на единице длины, и электронной плотностью. Параметрами, задаваемыми извне, являются размеры и конфигурация разряда, рабочая частота и вводимая энергия, состав и плотность исходного газа. Параметры получающейся плазмы и ее пространственное распределение при этом устанавливаются автоматически.

Имеется несколько коаксиальных или планарных конструкций для ввода волны в рабочий объем. Они состоят либо из элементов передающей линии, либо волноводов, либо их комбинации. Несколько примеров будут приведены ниже. Более подробную информацию об этих устройствах можно найти в обзорах [104, 110]. Характерные рабочие частоты для разных типов устройств лежат в интервале 1 МГц–10 ГГц. В планарных системах в соответствии с граничными условиями на поверхности раздела может существовать только ТМ-волна. В коаксиальных системах, в которых возбуждается только основная ( $m = 0$ ) аксиальная мода, также существует только ТМ-волна ( $E_r$ ,  $E_z$ ,  $B_\varphi$ ). Для высших аксиальных мод можно возбудить и другие, включая гибридные, типы колебаний.

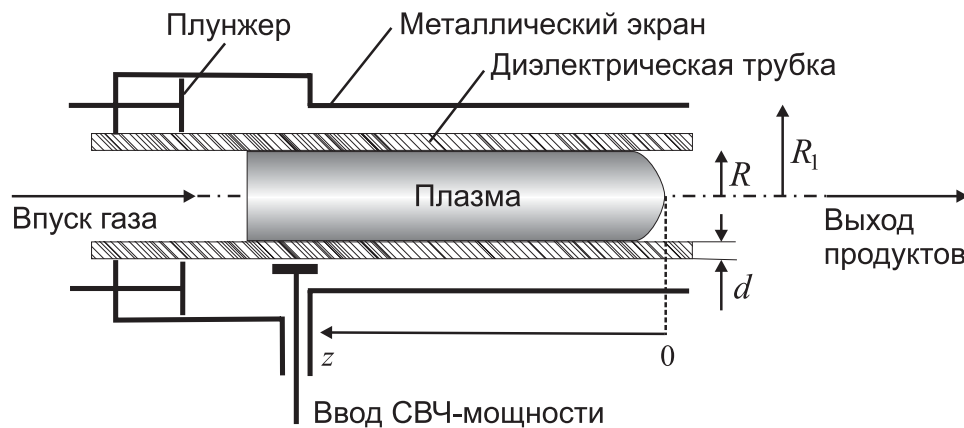


Рис. 14.10. Коаксиальная система (“серфотрон”) для генерации плазмы с помощью поверхностной электромагнитной волны

На рис. 14.10 приведена наиболее распространенная система коаксиальной геометрии для генерации плазмы поверхностными волнами. Она состоит из диэлектрической ( $\epsilon_d$ ) трубки с внутренним радиусом  $R$  и толщиной стенки  $d$  через которую продувается рабочий газ. Снаружи трубка окружена металлическим экраном радиуса  $R_1$ , которая вакуумируется или заполняется воздухом ( $\epsilon_v \approx 1$ ). Этот экран не является элементом, необходимым для нормального функционирования системы, а служит лишь для защиты окружающего оборудования от электрических наводок. На входе трубки монтируется согласующее устройство, обеспечивающее ввод высокочастотной мощности и формирование поверхностной волны на границе плазма–диэлектрик.

Поскольку плотность плазмы уменьшается вдоль оси камеры от точки ввода мощности  $z_0$  до точки  $z = 0$ , где прекращается генерация плазмы, соответствующая функциональная зависимость векторов  $\mathbf{E}_r$ ,  $\mathbf{E}_z$  и  $\mathbf{B}_\varphi$  имеет вид  $\exp(-i \int_{z_0}^z k_z(z) dz)$ , где  $k_z \equiv k_s$ . Диэлектрическая проницаемость плазмы (14.20) также зависит от коор-

динаты  $z$  через плазменную частоту  $\omega_p = (4\pi n_{eff}(z) e^2/m)^{1/2}$ , где

$$\frac{n_{eff}}{\bar{n}_e} = \left( -\frac{2}{3} \int_0^\infty \frac{u^{3/2}}{\nu_{em}^2 + \omega^2} \frac{df_0}{du} du \right) (\nu_{eff}^2 + \omega^2), \quad (14.21)$$

а  $\bar{n}_e(z) = (2/R^2) \int_0^R n_e(r, z) r dr$  – средняя плотность электронов, и эффективную частоту столкновений

$$\nu_{eff} = \frac{\int_0^\infty \frac{\nu_{em} u^{3/2}}{\nu_{em}^2 + \omega^2} \frac{df_0}{du} du}{\int_0^\infty \frac{u^{3/2}}{\nu_{em}^2 + \omega^2} \frac{df_0}{du} du}. \quad (14.22)$$

При возбуждении основной аксиальной моды компоненты электрического и магнитного полей волны в плазме, диэлектрике и вакууме описывается [103] суперпозицией бesselевых функций. Для плазмы ( $r \leq R$ ) решение имеет вид

$$\begin{cases} E_{rp} = -\frac{A_p i k_s}{\kappa_p} \mathbf{J}_1(\kappa_p r) \exp[i(k_s z - \omega t)], \\ E_{zp} = A_p \mathbf{J}_0(\kappa_p r) \exp[i(k_s z - \omega t)], \\ H_{\varphi p} = \frac{A_p i k_0 \varepsilon_p}{\kappa_p} \mathbf{J}_0(\kappa_p r) \exp[i(k_s z - \omega t)], \end{cases} \quad (14.23)$$

где  $\mathbf{J}_0$  и  $\mathbf{J}_1$  – функции Бесселя первого рода от комплексного аргумента нулевого и первого порядков. Поперечные волновые числа (см. выражение (14.18)), определяющие спад ПЭВ в радиальном направлении, в упомянутых трех средах равны соответственно  $\kappa_p = (\varepsilon_p k_0^2 - k_s^2)^{1/2}$ ,  $\kappa_d = (\varepsilon_d k_0^2 - k_s^2)^{1/2}$  и  $\kappa_v = (k_0^2 - k_s^2)^{1/2}$ .

В диэлектрике ( $R < r < R + d$ ) имеем

$$\begin{cases} E_{rd} = -\left[ \frac{A_d i k_s}{\kappa_d} \mathbf{J}_1(\kappa_d r) + \frac{B_d i k_s}{\kappa_d} \mathbf{H}_1^{(1)}(\kappa_d r) \right] \exp[i(k_s z - \omega t)], \\ E_{zd} = [A_d \mathbf{J}_0(\kappa_d r) + B_d \mathbf{H}_0^{(1)}(\kappa_d r)] \exp[i(k_s z - \omega t)], \\ H_{\varphi d} = \left[ \frac{A_d i k_0 \varepsilon_d}{\kappa_d} \mathbf{J}_1(\kappa_d r) - \frac{B_d i k_0 \varepsilon_d}{\kappa_d} \mathbf{H}_1^{(1)}(\kappa_d r) \right] \exp[i(k_s z - \omega t)], \end{cases} \quad (14.24)$$

где  $\mathbf{H}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{H}_1^{(1)}$  – функции Ханкеля первого рода от комплексного аргумента нулевого и первого порядков. Снаружи диэлектрика ( $r > R + d$ ) имеем следующее решение:

$$\begin{cases} E_{rv} = -\frac{A_v i k_s}{\kappa_v} \mathbf{H}_1^{(1)}(\kappa_v r) \exp[i(k_s z - \omega t)], \\ E_{zv} = A_v \mathbf{H}_0^{(1)}(\kappa_v r) \exp[i(k_s z - \omega t)], \\ H_{\varphi v} = \frac{A_v i k_0}{\kappa_v} \mathbf{H}_0^{(1)}(\kappa_v r) \exp[i(k_s z - \omega t)]. \end{cases} \quad (14.25)$$

Постоянные  $A_{p,d,v}$  и  $B_{p,d,v}$  подлежат определению из граничных условий на поверхностях раздела. Чтобы исследовать дисперсионные свойства ПЭВ, используют

непрерывность тангенциальных компонентов векторов поля на границах плазма–стекло и стекло–воздух. Эта операция приводит к однородной относительно компонентов электрического вектора системе уравнений. Нетривиальное решение существует, если детерминант системы равен нулю. Отсюда получаем локальное дисперсионное уравнение, которое можно записать символически как

$$D[\omega/\omega_p(z), \omega R/c, \nu_{\text{eff}}(z)/\omega, \gamma, \eta, \varepsilon_d, k_s] = 0, \quad (14.26)$$

где  $\gamma = 1+d/R$  и  $\eta = R_1/R$ . Если решить это уравнение относительно частоты, можно получить *дисперсионное соотношение*  $\omega = \omega(k)$  для поверхностной электромагнитной волны в системе волна–плазма. В рассматриваемой экспериментальной ситуации, однако, частота определяется внешним источником и жестко задана:  $\omega = \text{const}$ , тогда как характеристики плазмы (в том числе плотность и зависящая от нее плазменная частота) меняются вдоль оси  $z$ . Это значит, что для нас представляет интерес не дисперсионное соотношение, а *фазовая диаграмма* волны  $\omega_p = \omega_p(k)$ .

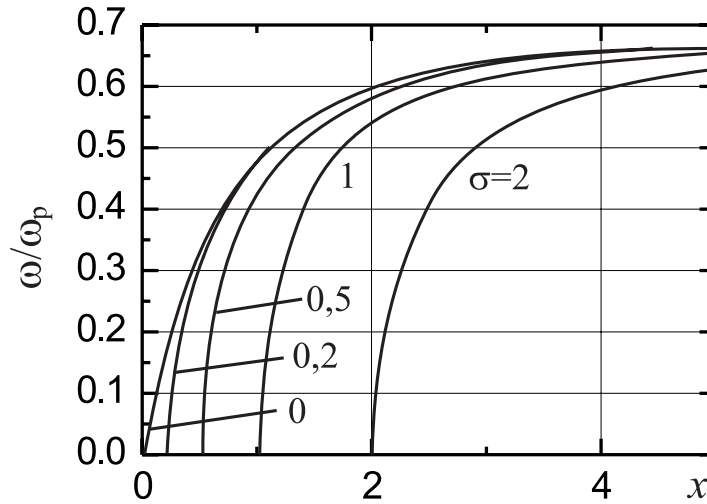


Рис. 14.11. Фазовая диаграмма для азимутально-симметричной поверхностной волны в серфотроне в безразмерных переменных  $\omega/\omega_p$  и  $x = k_s R$ , где параметр  $\sigma = \omega R/c$

Вид фазовой диаграммы для ПЭВ в безразмерных переменных для идеализированной системы плазма–вакуум приведен на рис. 14.11, где величина  $x = k_s R$  представляет собой безразмерное аксиальное волновое число, а параметр  $\sigma = \omega R/c$  является константой, характеризующей свойства системы. Случай  $\sigma = 0$  соответствует электростатическому пределу (скорость волны гораздо меньше скорости света в вакууме). Из рисунка видно, что фазовые кривые пересекают ось  $x$  при  $x = \sigma$ , а при  $x \rightarrow \infty$  величина  $\omega/\omega_p \rightarrow 1/\sqrt{2}$ . Используя фазовую диаграмму или решая уравнение (14.26) для точек вдоль оси  $z$ , находим зависимость плотности плазмы от волнового числа, что позволяет определить  $\text{Re}[k_s(z)]$  и  $\text{Im}[k_s(z)]$  как функции  $n_{\text{eff}}(z)$ .

Обратимся теперь к вопросу об энергетическом балансе разряда. Уравнение баланса энергии имеет вид

$$\frac{dS}{dz} = -Q, \quad (14.27)$$

где поток энергии волны вдоль оси системы во всех трех средах равен

$$S = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R_1} dr r (\mathbf{E}^* \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{e}_z. \quad (14.28)$$

Мощность, поглощаемая электронами на единицу длины столба  $Q$ , в стационарных условиях равна их потерям в упругих и неупругих столкновениях

$$Q = \pi R^2 n_e \theta, \quad (14.29)$$

где  $\theta$  – средняя мощность, которую нужно затратить на поддержание пары электрон–ион в плазменном столбе [106]:

$$\begin{aligned} \theta \equiv \frac{\operatorname{Re}(\sigma) E_0^2}{2n_e} &= \frac{2m}{M} \langle u\nu_{ea} \rangle + \frac{2m}{M} \langle u\nu_{ei} \rangle + \nu_{diff} \langle u \rangle + \\ &+ \sum_k U_k \langle \nu_k \rangle + \sum_k \nu_k^{\text{rec}} \langle u \rangle - \sum_k \frac{c_k^{\text{Pen}} N_k^2}{n_e} \Delta U^{\text{Pen}}. \end{aligned} \quad (14.30)$$

Угловые скобки означают усреднение по энергиям,  $U_k$  – порог  $k$ -го процесса,  $\nu$  – частоты упругих электрон–атомных и электрон–ионных столкновений, амбиполярной диффузии и рекомбинации соответственно. Последний член уравнения (14.30) описывает пеннинговскую ионизацию, если таковая возможна в данном газе, где  $\Delta U^{\text{Pen}}$  – прирост энергии на одно столкновение. Комплексная электропроводность плазмы, входящая в левую часть уравнения, равна

$$\sigma = -\frac{2e^2 n_e}{3m} \int_0^\infty \frac{u^{3/2}}{\nu_c - i\omega} \frac{df_0}{du} du. \quad (14.31)$$

Правая часть уравнения (14.30) находится из решения кинетических уравнений для плазменного столба. Отсюда видно, что электродинамика волны и кинетика плазмы связаны между собой через соотношение (14.30). Функция распределения электронов по энергиям может быть как максвелловской, так и немасвелловской. В последнем случае необходимо вычислять и ФРЭ. Из последних замечаний следует, что для полного описания кинетических процессов требуется решить полную систему уравнений баланса частиц и энергии для всех многочисленных компонентов, присутствующих в низкотемпературной плазме.

Усреднив характеристики плазмы по радиусу, из уравнений (14.27)–(14.29) нетрудно получить выражение

$$\theta(z) \pi R^2 \bar{n}_e(z) = 2 \operatorname{Re}[k_s(z)] S(z_0) \exp\left(-\int_{z_0}^z 2 \operatorname{Re}[k_s(z')] dz'\right). \quad (14.32)$$

Продифференцировав (14.32), получим аксиальный градиент электронной плотности:

$$\frac{d\bar{n}_e}{dz} = -\frac{2 \operatorname{Re}(k_s) \bar{n}_e}{1 - \frac{\bar{n}_e}{\operatorname{Re}(k_s)} \frac{d \operatorname{Re}(k_s)}{d \bar{n}_e} + \frac{\bar{n}_e}{\theta} \frac{d\theta}{d \bar{n}_e}}. \quad (14.33)$$

Поскольку распределение коэффициента ослабления  $\operatorname{Re}(k_s)$  и  $d[\operatorname{Re}(k_s)]/d\bar{n}_e$  находятся из локального дисперсионного уравнения (14.26), полученное выражение позволяет найти распределение плотности электронов вдоль оси трубки.

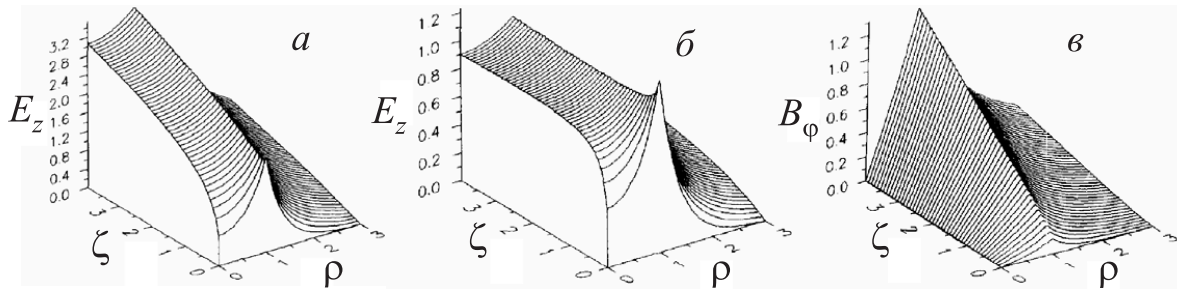


Рис. 14.12. Результаты численного моделирования разряда, поддерживаемого поверхностной электромагнитной волной: распределение продольного компонента электрического поля  $E_z(\rho, \zeta)$  для случаев рекомбинационного (а) и диффузионного (б) режимов баланса электронной плотности, а также распределение  $B_\varphi(\rho, \zeta)$  для случая диффузионного режима, Здесь  $\rho = r/R$  – безразмерная радиальная координата, а  $\zeta = (\nu/\omega)(z/R)$  – безразмерная осевая координата. Все расчеты выполнены для плазмы, имеющей безразмерный радиус  $\sigma = \omega R/c = 0,2$

Следствием сильной взаимосвязи электродинамики волны и кинетики плазмы является значительное различие в распределении электрического поля волны вдоль оси разрядной трубки в случае, когда баланс плотности электронов определяется объемной рекомбинацией, и в случае преобладания диффузии на стенку. Теоретические распределения продольного компонента  $E_z$  как функции безразмерного радиуса и безразмерной длины для этих двух случаев показано на рис. 14.12, а и б [104]. На рис. 14.12, в показано также распределение поля  $B_\varphi$  для диффузионного режима. Видно, что электрическое поле как функция радиуса в обоих случаях имеет максимальную величину, как и должно быть для поверхностной волны, на границе между плазмой и диэлектриком. Осевое распределение электрического поля, однако, для этих режимов принципиально различается. Видно также, что осевой компонент электрического поля в поверхностном разряде практически везде больше, чем радиальный. Азимутальное распределение поля зависит от моды волны, но в экспериментах, как правило, используется мода  $m = 1$ .

Приведенная выше модель плазмы, образованной поверхностной электромагнитной волной, с теми или иными вариациями была использована для расчетов конкретных устройств с разными газами. Расчеты, в целом, неплохо совпадают с результатами экспериментов. Экспериментально измеренное в работе [111] распределение плотности плазмы вдоль оси разряда в аргоне  $n_e(z)$  (рис. 14.13, а и б) хорошо совпадает с теоретическими расчетами, сделанными в той же работе. Свойства плазмы, естественно, определяются пространственным распределением электрического поля внутри плазмы. Это особенно касается продольного градиента плотности, а также азимутального распределения, зависящего от моды волны.

Как видно из рис. 14.13, а–в, экспериментально измеренное распределение плотности плазмы  $n_e(z)$  практически повторяет осевой профиль радиальной составляющей электрического поля  $E_r(z)$  (см. рис. 14.12). Плотность уменьшается вдоль оси почти линейно, вплоть до значения, когда она становится равной резонансной плотности поверхностной волны (14.13). После достижения этого значения плотности плазмы волна больше не может существовать в прежней форме, ввод мощности в плазму прекращается и столб обрывается. Сравнивая экспериментальную зависимость  $E_z(z)$  (см. рис. 14.13, г) с теоретической (см. рис. 14.12, б), видим, что экспериментальные

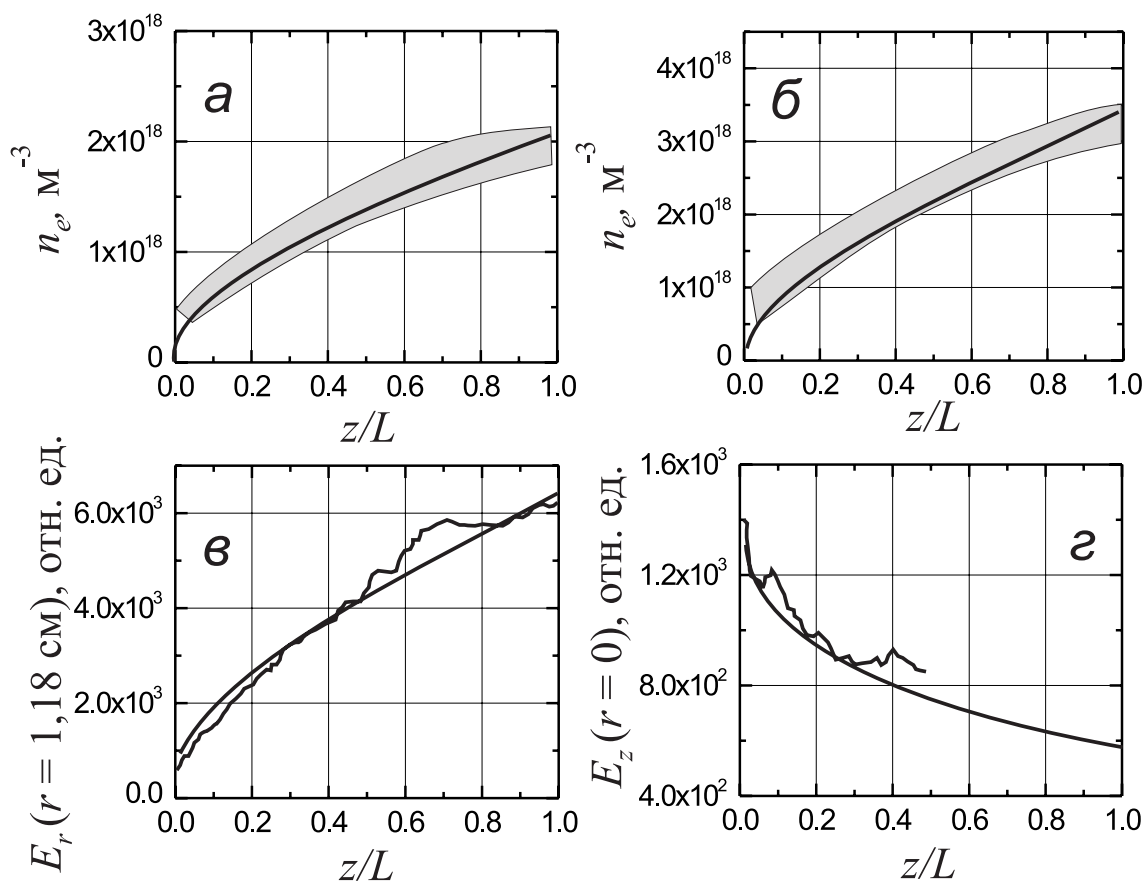


Рис. 14.13. Сравнение экспериментальных данных и результатов численного моделирования для коаксиального разряда в аргоне, поддерживаемого поверхностной электромагнитной волной; радиус стеклянной трубки – 0,7 см, частота поля – 2,45 ГГц, энерговыклад в разряд  $P \approx 100$  Вт: *a* и *б* – распределение плотности электронов вдоль оси разряда как функции расстояния, нормированного на длину разряда  $L$  ( $L = 40\text{--}64$  см), при  $p = 1$  Тор и 2,2 Тор соответственно; *в* и *г* – распределения радиального  $E_r$  и аксиального  $E_z$  компонентов электрического поля ПЭВ вдоль оси трубки при  $p = 2,2$  Тор. Конец разряда соответствует координате  $z/L = 0$ . Массив экспериментальных точек на первых двух графиках находится внутри обозначенных на рисунках площадей [111]

данные соответствуют диффузионному режиму.

Для полноты картины приведем также данные о зависимостях энерговыделения в расчете на один плазменный электрон и коэффициента ослабления волны от продольной координаты (рис. 14.14), которые соответствуют зависимостям *б*, *в*, *г* на рис. 14.13. Общим свойством для всех разрядов является то, что длина столба при повышении вводимой в разряд мощности увеличивается. Экспериментальные данные показывают также, что при заданных частоте волны и радиусе плазмы продольный градиент плотности плазмы увеличивается с давлением газа. Если задать частоту и давление газа, продольный градиент плотности плазмы уменьшается при увеличении радиуса плазмы.

Если основным механизмом потерь энергии является диффузия, радиальное распределение плотности электронов определяется, главным образом, глобальным движением заряженных частиц к стенке, а не пространственным распределением источ-

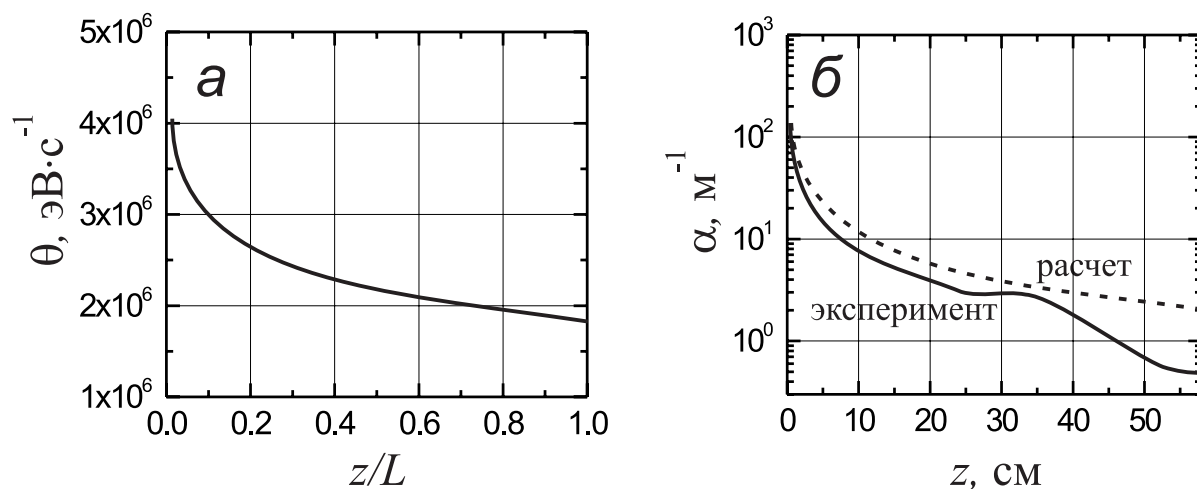


Рис. 14.14. Энергетические характеристики разряда при  $p = 2,2$  Тор как функции продольной координаты: *a* – распределение поглощенной в плазме энергии в расчете на один плазменный электрон и *б* – коэффициент ослабления поверхностной волны за счет поглощения в плазме

ника ионизации. Прямых экспериментальных измерений радиального профиля не проводилось, но численные расчеты показывают, что распределение  $n_e(r)$  имеет мало общего с классическим распределением бесселевского типа. В то время как радиальный профиль электронной плотности согласно теории мало зависит от параметров волны, ситуация с радиальным распределением возбужденных атомов совершенно иная. При достаточно низких давлении газа и частоте волны распределение  $n_{ex}(r)$  почти плоское. С их ростом плотность возбужденных атомов становится минимальной на оси и максимальной вблизи стенки. Это свойство плазмы, генерируемой ПЭВ, может быть полезным при накачке газовых лазеров и в плазмохимии.

Основным недостатком стандартной коаксиальной геометрии является неоднородность плазмы вдоль оси разрядной трубки. Для того чтобы улучшить однородность, были созданы устройства с планарной геометрией [110]. Схема такого устройства приведена на рис. 14.15, *a*. Характерной особенностью планарного источника является ввод СВЧ-излучения в рабочую камеру сверху сквозь щели в прямоугольном волноводе через расположенный за ними диэлектрик, на противоположной поверхности которого создается поверхностная плазма. Диаметр рабочей камеры, а следовательно, и размер поверхностной плазмы, может достигать десятков сантиметров. Диэлектрик ограничен слева и справа металлическими стенками, в результате чего образуется поверхностная стоячая волна.

Созданная таким способом плазма имеет глобально более однородную структуру, чем в описанном выше коаксиальном генераторе плазмы. Расплатой за это является появление мелкомасштабной неоднородности, связанной с пучностями и узлами стоячей волны. При не слишком высоком давлении газа, однако, неоднородности сглаживаются за счет диффузии и подобный источник становится привлекательным для приложений в области производства микроэлектроники<sup>3</sup>. В источниках с

<sup>3</sup>Интересно отметить, что недавно предложен вариант и коаксиального источника (см. [112]), в котором также получается однородная плазма за счет генерации бегущей по азимуту поверхностной волны  $E_\varphi$ ,  $E_r$ ,  $B_z$  – типа ( $k_s \equiv k_\varphi$ ).



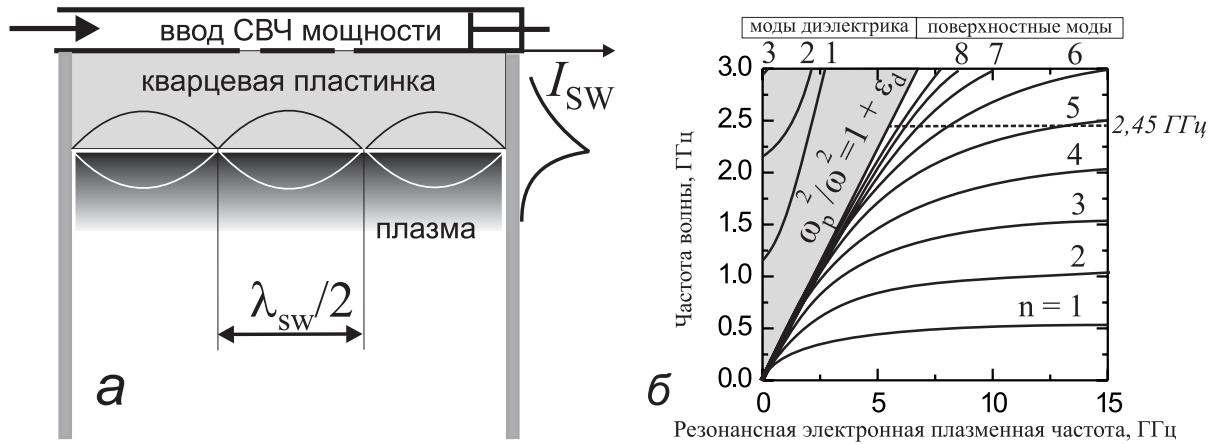


Рис. 14.15. Источник плазмы с возбуждением плоской электромагнитной волной (планатрон) [110]: *a* – схема планарного плазменного источника (диаметр кварцевой пластины – 130 см, толщина –  $d = 10$  мм, диэлектрическая проницаемость –  $\epsilon_d = 3,8$ ;  $I_{SW}$  – распределение энергии стоячей поверхностной волны по нормали к плоскости раздела); *б* – электронная плазменная частота, соответствующая резонансной плотности плазмы собственных мод стоячей волны и модифицированных плазмой мод диэлектрического волновода

поверхностными волнами, как правило, не используется магнитное поле (не считая стандартной системы защиты поверхностей *магнитной стенкой* – *системой знакопеременных магнитов*). Это вообще является общей тенденцией при разработке современных технологических плазменных реакторов. Источники с ПЭВ с этой точки зрения представляют значительный интерес.

В настоящее время каждый производитель полупроводниковых устройств в Японии использует или поддерживает исследования планарных ПЭВ-источников плазмы. Все эти источники работают на аргоне, кислороде,  $\text{CH}_2\text{F}_2$ ,  $\text{CF}_4$ , водороде, водяном паре или их смесях. Они имеют характерный диаметр 20–60 см, давление газа 0,001–1 Тор, СВЧ-мощность от одного до нескольких киловатт. Рабочая частота обычно равна 2,45 ГГц, а плотность плазменных электронов лежит в интервале  $10^{10}$ – $10^{12}$  см $^{-3}$ . Качество этих источников критически зависит от конструкции ввода СВЧ мощности и ее трансформации в поверхностную волну. Этот аспект проблемы детально обсуждается в обзоре [110].

Дальнейшее обсуждение свойств стоячих электромагнитных волн в планарных системах увело бы нас далеко за рамки нашей темы, поэтому в заключение этого раздела приведем лишь диаграмму (см. рис. 14.15, *б*), связывающую частоту волны с электронной плазменной частотой для геометрии, изображенной на рис. 14.15, *а*. Если провести горизонтальную линию, соответствующую частоте волны (на рисунке показана  $\omega/2\pi = 2,45$  ГГц), то видно, что можно возбудить некоторый дискретный набор собственных колебаний. Правее сепаратрисы возбуждаются истинные поверхностные ТМ-моды, тогда как слева от нее наблюдаются несколько модифицированных плазмой мод диэлектрического волновода, которые могут быть как ТМ-, так и ТЕ-модами.

## 14.4. Пылевая плазма

Пыль, как и плазма, является одним из самых распространенных объектов во вселенной. Как в космосе, так и на Земле плазма, содержащая пыль, встречается весьма часто. Пламена, газовые разряды, выхлоп реактивных двигателей, ионосферная плазма, кометы, планетные кольца, звездные атмосферы, межзвездная среда — все эти объекты можно определить как *пылевую плазму*.

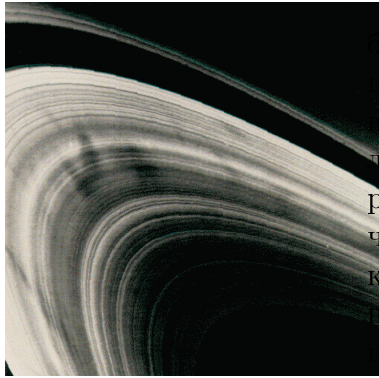


Рис. 14.16. Фотография колец Сатурна

Образование пылевых облаков в газовых разрядах было обнаружено еще в 1924 г. Ленгмюром. В последующие годы, однако, исследований роли и поведения пыли в плазме, за редчайшими исключениями, не проводилось. Всплеск интереса к пылевой плазме был инициирован выполненными в начале 1980-х с помощью космического аппарата Вояджер наблюдениями особенностей колец Сатурна (рис. 14.16). Из них стало ясно, что обнаруженные в системе колец Сатурна радиальные “спицы” не могут быть объяснены только гравитационными силами, в результате чего была развита гравитационно-электродинамическая теория динамики пыли. В 90-е гг. интерес к пылевой плазме усилился, когда в ней были обнаружены коллективные эффекты и стремление к самоорганизации. Еще один импульс интереса к пылевой плазме вызвало осознание ее роли, как положительной, так и отрицательной, в технологических устройствах микроэлектроники.

Экспериментально (включая астрономические наблюдения) надежно идентифицированы многие свойства пылевой плазмы и измерены ее основные характеристики. Теория пылевой плазмы, однако, находится в стадии развития и многие явления не имеют еще надежного объяснения. По этой причине в данном разделе будут кратко описаны лишь самые общие свойства такой плазмы, следуя в основном работам [113–117].

В отличие от обычной плазмы, пылевая плазма является трехкомпонентной — она состоит из электронов, ионов и конденсированных частиц. Последние могут иметь размеры от нанометров до микрометров в лабораторных экспериментах и до нескольких метров в таких объектах как кольца Сатурна. Конденсированные частицы всех размеров будем называть далее *пылинками*. Обычно пылинки, как и внесенные в плазму макроскопические объекты (наиболее подробно это изучено на примере ленгмюровских зондов — см., например, [118, с. 65]), приобретают отрицательный заряд, который обеспечивает равенство потоков электронов и ионов на поверхность пылинки. В приближении модели конденсатора этот заряд равен

$$Q_d = a|\varphi_s|, \quad (14.34)$$

где  $a$  — радиус пылинки, а  $\varphi_s$  — потенциал поверхности пылинки, называемый в теории зондов *плавающим потенциалом*.

Опустив пока вывод выражения для потенциала пылинки, отметим, что в соответствии с экспериментальными данными и теоретическими оценками при характерном размере пылинки порядка микрометра заряд  $Q_d \equiv Z_d e$  составляет тысячи электронных зарядов, а значит, не слишком большие пылинки в плазме гораздо больше

подвержены действию электрических сил, чем гравитационных, и могут долго сохраняться в плазме. Однако пылинки не всегда приобретают отрицательный заряд. Во многих ситуациях пылинка может терять электроны путем фотоионизации, ионного распыления или вторичной электронной эмиссии и приобрести в результате положительный заряд. Если плазма неоднородна или в ней имеются потоки, то возможно, что пылинка приобретет и более сложное распределение заряда — дипольное или даже мультипольное. Следует также заметить, что пылинки имеют, вообще говоря, разные (и переменные по величине) заряды.

Имеется три основных параметра, которые существенным образом определяют свойства пылевой плазмы. Первый параметр определяет, можно ли считать пылинку “плазменной частицей” наравне с электронами и ионами. При такой классификации основным признаком принадлежности заряженной частицы к плазме является число заряженных частиц этого же сорта, находящихся в пределах ее дебаевской сферы. Если выполняется неравенство

$$\frac{4\pi r_{Dd}^3}{3} n_d \gg 1, \quad (14.35)$$

то в дебаевской сфере пылинки находится много других пылинок и она может рассматриваться как плазменная частица. Поскольку для частицы сорта  $k$  дебаевский радиус равен отношению ее тепловой скорости к плазменной частоте  $r_{Dk} = v_{Tk}/\omega_{pk}$ , то неравенство (14.35) можно переписать в более удобном для оценок виде

$$\sqrt{n_d [\text{см}^{-3}]} \ll 4 \cdot 10^8 \frac{T_d^{3/2} [\text{эВ}]}{Z_d^3}. \quad (14.36)$$

Используя данные о характеристиках разнообразных пылевых плазм, приведенные в табл. 14.1, можно обнаружить, что для реальных случаев это условие может и выполняться, и нарушаться.

Вторым важным параметром для пылевой плазмы является отношение среднего расстояния между пылинками  $d$  к дебаевскому радиусу плазмы  $r_D$ . При выполнении условия (14.36) дебаевский радиус в плазме вычисляется согласно выражению

$$\frac{1}{r_D^2} = \frac{1}{r_{De}^2} + \frac{1}{r_{Di}^2} + \frac{1}{r_{Dd}^2}. \quad (14.37)$$

В противном случае он вычисляется обычным образом:

$$\frac{1}{r_D^2} = \frac{1}{r_{De}^2} + \frac{1}{r_{Di}^2}. \quad (14.38)$$

Видно, что при существенно разных величинах парциальных дебаевских радиусов  $r_D$  будет определяться наименьшим из них. Учитывая, что обычно  $T_i \leq T_e$ , заключаем, что дебаевский радиус плазмы равен меньшей из величин  $r_{Di}$  или  $r_{Dd}$ , а поскольку

$$r_{Dd} \propto \frac{T_d^{1/2}}{Z_d n_d^{1/2}},$$

то ввиду большого диапазона вариаций величины произведения  $Z_d n_d^{1/2}$  преобладать может либо та, либо другая. Если дебаевский радиус определяется пылинками, то очевидно, что

$$d < r_{Dd}, \quad (14.39)$$

Таблица 14.1. Характерные параметры космической, околоземной и лабораторной пылевых плазм [116]

Объект	$n_e, \text{см}^{-3}$	$T, \text{эВ}$	$n_d, \text{см}^{-3}$	$a, \text{мкм}$	$n_n, \text{см}^{-3}$	$ Z_d $	$d/r_D$	$\Gamma_d$
Е-кольца Сатурна	10	10 – 100	$10^{-7}$	1	1	$\sim 10^4$	0,1	$< 10^{-2}$
Ф-кольца Сатурна	10	10 – 100	$< 10$	1	–	$\sim 10 - 10^2$	$< 10^{-3}$	$< 10^{-4}$
Спицы Сатурна	$0,1 - 10^2$	2	1	1	–	$\sim 10$	$< 10^{-2}$	$\sim 1$
Фотосферы крас- ных гигантов	$2 \cdot 10^2$	0,1	2	0,01	$5 \cdot 10^8$	1	$\sim 6 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-6}$
Межзвездные молекулярные облака	$10^{-3}$	0,001	$10^{-7}$	0,2	$10^4$	$\sim 1$	0,3	$< 10^{-5}$
Солнечная F-корона	$5 \cdot 10^5$	80	$10^{-7}$	0,3	–	$\sim 5 \cdot 10^2$	10	$\sim 10^{-8}$
Выхлоп ракеты	$10^{12}$	0,3	$3 \cdot 10^8$	0,5	$3 \cdot 10^{18}$	$10^2$	2	$\sim 0,1$
Пламена Лабораторная пылевая плазма	$> 10^{11}$ $10^8$ $3 \cdot 10^9$	0,2 2 – 4 2	$10^{11}$ $10^3$ $10^3 - 10^8$	0,01 5 $\leq 1$	$5 \cdot 10^{18}$ $5 \cdot 10^{14}$ $10^{15}$	2 $10^3$ $< 3 \cdot 10^3$	0,5 0,4 – 0,6 0,1 – 3	$\sim 10^{-2}$ $\sim 10$ $\sim 10^2$
Кулоновский пылевой кристалл	$10^9$	2	$10^4 - 10^5$	5	$10^{16}$	$10^4$	0,3 – 1	$\sim 10^3$
Термоядерный шар (100 МТ)	$10^{14}$	1	$10^8$	1	$10^{18}$	$10^3$	20	$\leq 10^{-3}$

а если бóльшим оказывается ионный дебаевский радиус, то, очевидно, выполняется противоположное неравенство

$$d > r_{Dd}. \quad (14.40)$$

Ясно, что пылевой компонент плазмы в этих случаях находится в существенно разных физических условиях.

Третьим параметром (который имеет ключевое значение для самоорганизации пылинок в плазме) является отношение энергии кулоновского отталкивания пылинок к их тепловой энергии:

$$\Gamma = \frac{Z_d^2 e^2}{dT_d}. \quad (14.41)$$

Если это отношение больше единицы, то частицы в плазме способны к самоорганизации и могут координировать свое взаимное расположение в ближнем или даже дальнем порядке. Естественно, что кроме отталкивания для формирования упорядоченных структур необходим механизм, притягивающий пылинки друг к другу. Хотя точного ответа сегодня, по-видимому, нет, теоретические оценки и результаты экспериментов свидетельствуют о том, что благодаря втягиванию электронов и ионов из внешних по отношению к пылевой плазме областей взамен рекомбинирующих на пылинках последние приобретают импульс, который в среднем притягивает их друг к другу. Силы притяжения связаны с прямой бомбардировкой пылинок и кулоновским

рассеянием на пылинках. Кроме того, имеется сила, связанная с потоками нейтральных частиц, покидающих пылинки. Она может быть как силой притяжения, так и силой отталкивания. Потоки заряженных частиц, идущие на пылинки, приводят к тому, что вне дебаевского слоя существует слабый потенциал, спадающий по степенному закону<sup>4</sup>. Иначе говоря, кроме сил притяжения потоки создают и силы отталкивания. Подробнее эти механизмы описаны в обзоре [113]. Эта ситуация напоминает ситуацию в конденсированной фазе, где у частиц существуют короткодействующие силы отталкивания и дальнедействующие силы притяжения.

Итак, в пылевой плазме с диссипацией энергии на частицах существуют силы, которые делают ее способной к самоорганизации. Для определения характерных времен  $t_{\text{дисс}}$ , требующихся для самоорганизации плазмы, будем считать, что *диссипативность* системы  $\Sigma \equiv t_{\text{дисс}}^{-1}$  можно определить как отношение мощности энерговыделения в единице объема пылевой плазмы к энергии единицы объема. Равные друг другу потоки электронов и ионов, приходящие в равновесии на пылинку, можно вычислить в приближении ограниченных орбит, как это делается в теории зондов Ленгмюра. Эти потоки равны

$$\begin{aligned}\psi_e &= \sqrt{8\pi n_{e0} v_{Te}} a^2 \exp\left(-\frac{e|\varphi_s|}{T_e}\right), \\ \psi_i &= \sqrt{8\pi n_{i0} v_{Ti}} a^2 \left(1 + \frac{Z_i e |\varphi_s|}{T_i}\right).\end{aligned}\tag{14.42}$$

Приняв  $Z_i = 1$ , с учетом условия квазинейтральности

$$n_{i0} = n_{e0} (1 + P),\tag{14.43}$$

где

$$P \equiv \frac{n_d Z_d}{n_{e0}},\tag{14.44}$$

получим уравнение для определения для потенциала пылинки:

$$\exp\left(-\frac{e|\varphi_s|}{T_e}\right) = \frac{v_{Ti}}{v_{Te}} \left(1 + \frac{e|\varphi_s|}{T_i}\right) (1 + P).\tag{14.45}$$

Безразмерный параметр  $P$  представляет отношение отрицательного заряда, сосредоточенного на пылинках, к заряду электронов в том же объеме. Введя параметр, характеризующий заряд пылинки

$$z \equiv \frac{Z_d e^2}{a T_e},\tag{14.46}$$

и используя выражение (14.34), запишем (14.45) в безразмерном виде

$$\exp(-z) = \frac{(1 + P)(\tau + z)}{\sqrt{\tau\mu}},\tag{14.47}$$

где

$$\tau \equiv \frac{T_i}{T_e}, \quad \mu \equiv \frac{m_i}{m_e}.\tag{14.48}$$

<sup>4</sup>Потоки плазменных частиц в дебаевской сфере должны существовать и вне ее в соответствии с уравнением непрерывности.

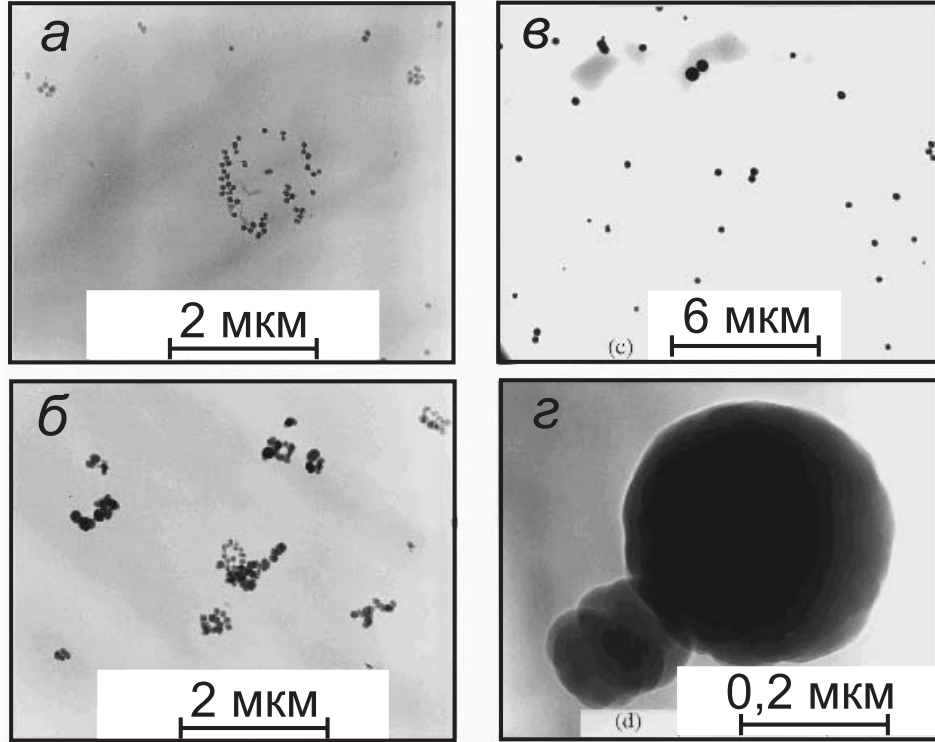


Рис. 14.17. Микрофотографии частиц, собранных в емкостном плазменном ВЧ-реакторе после разрядов длительностью: *a* – 6 с, *б* – 15 с, *в* – 77 с (*з* – увеличенная часть изображения фотографии *в*) [119]

Для водородной плазмы при  $T_e = T_i$  и  $P \ll 1$  из (14.34) найдем, что

$$|\varphi_s| = 2,51 T_e$$

— результат, известный из теории зондов.

Нетрудно показать, что в нашем случае поток энергии, диссипируемый на отдельной пылинке, равен

$$\psi^{\mathcal{E}} = \psi_e^{\mathcal{E}} + \psi_i^{\mathcal{E}} = \sqrt{8\pi} \frac{T_e^2}{T_i} v_{Ti} n_i a^2 (z^2 + 2z + 2\tau z + 2\tau + 2\tau^2). \quad (14.49)$$

Поделив это выражение на

$$\mathcal{E} = n_n T_n + n_e T_e + n_i T_i + n_d T_d,$$

получим *диссипативность системы* в виде

$$\Sigma = \frac{\psi^{\mathcal{E}} n_d}{\mathcal{E}} \approx \omega_{pi} P R \frac{a}{r_{Di}} f(\tau, z), \quad (14.50)$$

где

$$R = \frac{n_i T_i}{n_n T_n + n_e T_e + n_i T_i + n_d T_d},$$

$$f(\tau, z) = \frac{z^2 + 2z + 2\tau z + 2\tau + 2\tau^2}{z\tau}.$$



Рис. 14.18. Пылевая частица, выросшая в гелиевой плазме с графитовыми электродами; ВЧ-разряд, 15 МГц, 1 Тор [120]

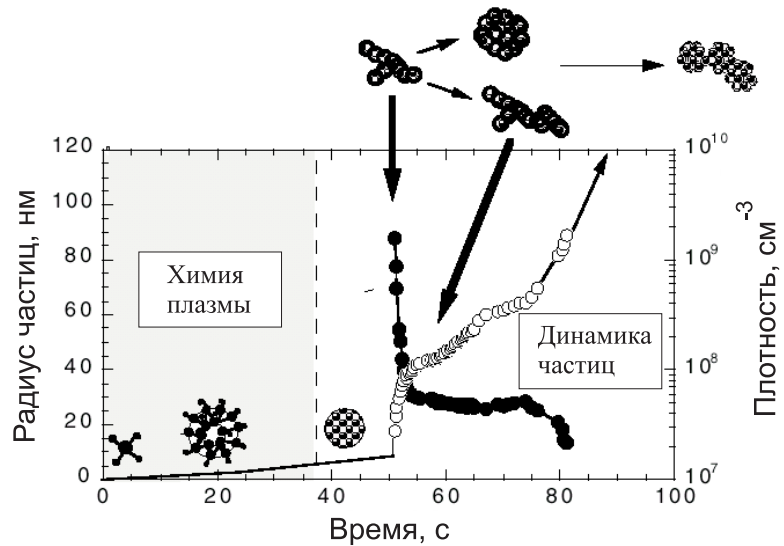


Рис. 14.19. Зависимость размера растущих частиц (светлые кружки) и плотности частиц в чистой силановой плазме от времени [121]

Взяв для оценки параметры, характерные для лабораторной и космической плазм (см. табл. 14.1), найдем, что для лабораторных экспериментов время самоорганизации составляет  $t_{\text{дисс}} = 10^{-2}$  с. Оно значительно меньше, чем характерная длительность существования плазмы в лабораторных экспериментах. Для разных космических объектов  $t_{\text{дисс}}$  варьируется от  $10^4$  с (кольца Сатурна) до сотен миллионов лет (звездные облака). Астрономические наблюдения подтверждают факт самоорганизации пылевой плазмы в космических масштабах. Во многих экспериментах последних лет было зарегистрировано формирование упорядоченных структур и в лабораторных плазмах.

Большая часть экспериментов проводилась в условиях, характерных для высокочастотных емкостных плазменных реакторов. Было обнаружено, что в плазме, особенно химически активной, с течением времени образуются затравочные кластеры, которые постепенно растут и объединяются в микроскопические пылинки (этот процесс называется *агломерацией*). На рис. 14.17 показаны микрофотографии частиц, образующихся в экспериментальном индукционном ВЧ-реакторе с цилиндрическими электродами из нержавеющей стали (диаметр 130 мм, межэлектродное расстояние 26 мм). Рабочая частота составляла 13,56 МГц при мощности, выделявшейся в чистой силановой<sup>5</sup> плазме, равной 2,9 Вт<sup>6</sup>. Видно, что довольно быстро образуются частицы диаметром порядка 80 нм, которые объединяются и к 77-й минуте достигают размеров порядка 300–400 нм. Они имеют сферическую форму, но в некоторых исследованиях замечено, что пылинки большого размера приобретают фрактальную структуру (рис. 14.18), а значит, имеют поверхность, значительно превышающую поверхность сферы (не исключено, что это может оказаться полезным для некоторых

<sup>5</sup>Силаны (кремниеводороды)  $\text{Si}_n\text{H}_{2n+2}$ , где  $n = 1-8$ . Под силаном обычно подразумевают моносилан  $\text{SiH}_4$ .

<sup>6</sup>Здесь и ниже приведены результаты, полученные на лабораторных моделях реакторов. Мощность промышленных реакторов измеряется киловаттами.

приложений). Динамика роста пылинок, измеренная также в силиановой плазме, по-

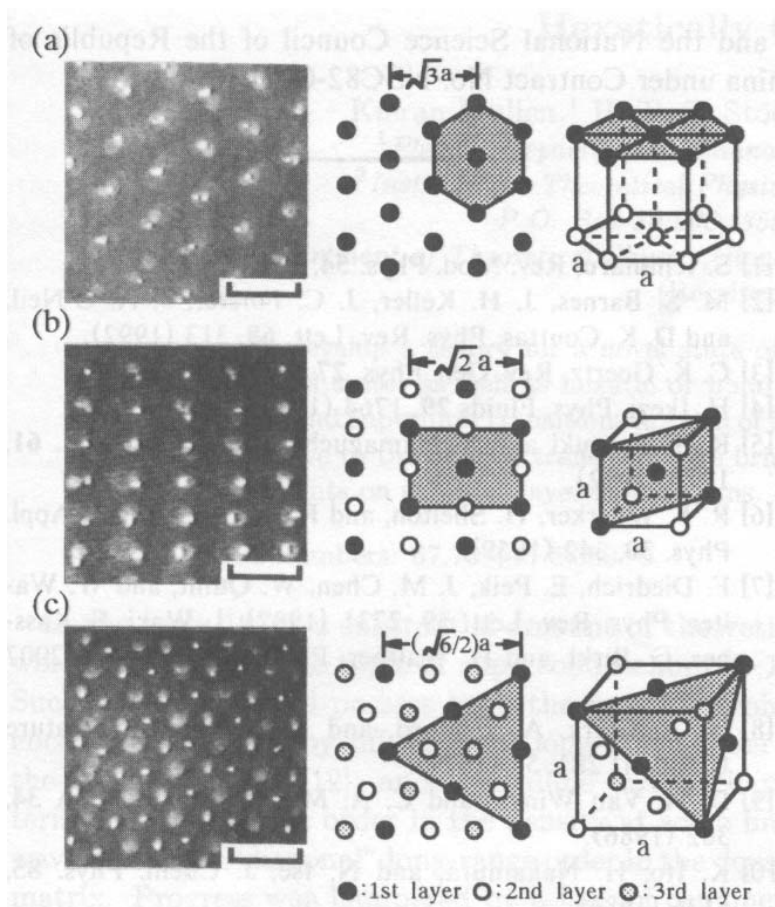


Рис. 14.20. Микрофотографии пылевой плазмы, сделанные в  $O_2$ - $SiO_4$  ВЧ-реакторе, и схемы гексагональной (a), кубической объемоцентрированной (b) и кубической гранецентрированной (c) кристаллических решеток [122]

казана на рис. 14.19. Видно, что имеются две ступени этого процесса. На первой стадии основную роль играют плазмохимические реакции ионов, радикалов и атомов, в результате чего образуются проточастицы нанометровых размеров. Дальнейший рост частиц происходит путем их агломерации. В целом, процессы роста частиц даже в силиановой плазме до конца не изучены, а для большинства других сред вообще неизвестны.

Появившаяся в плазменном реакторе пыль удерживается в плазме вследствие того, что как пыль, так и электроды (и стенки) заряжены отрицательно до плавающего потенциала, причем потенциальный барьер для электронов составляет величину порядка  $T_e$ , а для пыли  $-Z_d T_e$ . Пылинки постепенно растут и после достижения некоторого размера и веса перестают удерживаться и падают на обрабатываемый образец, повышая процент брака. В разных экспериментах наблюдались пылинки вплоть до субмиллиметровых размеров.

Вообще говоря, пылевая плазма, отталкиваясь от стенок, напоминает жидкую каплю, имеющую поверхностное натяжение. Согласно одножидкостной модели считается, что пылевая плазма находится в квазижидком состоянии, когда (см. выражение (14.41)) параметр  $1 \ll \Gamma < 170$ . При превышении этого значения пылинки в плазме способны выстраиваться в структуры типа кристалла. Такие структуры на-



блюдались экспериментально. На рис. 14.20 приведена фотография нескольких “пылевых” кристаллов [122]. Плазма создавалась в 14-МГц реакторе мощностью 1 Вт в смеси  $O_2$  и  $SiH_4$  с давлением 0,2 Тор. Расчетное значение  $\Gamma$  составляло 200. Пылинки возникали в самой плазме сначала за счет химического образования  $SiO_2$ , а затем агломерации частиц. Видно, что в плазме наблюдается несколько типов кристаллических решеток.

Другие авторы обнаруживали и иные типы упорядоченных структур, например нити. Общим явлением для упорядоченных структур является их “плавление” при повышении мощности, вкладываемой в плазму. Следует заметить, что “атомы”, из которых строятся кристаллы, представляют собой заряженную пылинку и ее дебаевскую сферу с распределением зарядов, подчиняющимся уравнению Больцмана. Такой атом в отличие от томас-фермиевского можно назвать дебаевским. Соответственно образованные из таких атомов молекулы и кристаллы также подчиняются уравнениям Пуассона и Больцмана. Исследования образования пылевых частиц и формирования пылевых кристаллов активно продолжается и можно ожидать, что в ближайшие годы этот раздел физики плазмы получит значительное развитие.



# Приложение А

## Об определениях функций распределения по скоростям и энергиям

Функция распределения частиц по энергиям и скоростям является одной из важнейших характеристик плазмы. Поскольку в научной литературе используются несколько определений функций распределения, приведем здесь для удобства читателя соотношения между ними. Обычно (см., например, [2]) используются функции распределения по энергиям  $n(\varepsilon)$ , по абсолютным значениям скоростей  $\varphi(v)$  и по скоростям в векторном пространстве  $f(\mathbf{v})$ , смысл которых понятен из их нормировки:

$$n(\varepsilon)d\varepsilon = \varphi(v)dv = v^2 dv \int f(\mathbf{v})d\Omega, \quad (\text{A.1})$$

где  $\Omega$  — телесный угол в пространстве скоростей. Размерности этих величин, как следует из соотношения (A.1), есть [1/эрг], [с/см] и [с<sup>3</sup>/см<sup>3</sup>] соответственно. Поскольку  $\varepsilon = mv^2/2$ , то

$$n(\varepsilon) = \frac{\varphi(v)}{mv}. \quad (\text{A.2})$$

Если распределение скоростей по углам изотропно, то функция  $f(\mathbf{v})$  из выражения (A.1), которое в таком случае будем обозначать  $f_0(v)$ , соотносится с распределением по энергиям следующим образом:

$$f_0(v) = \frac{n(\varepsilon)}{4\pi v^2} \frac{d\varepsilon}{dv} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{2}\right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} n(\varepsilon). \quad (\text{A.3})$$

Правая часть этого выражения дает основание использовать (см., например, [3]) несколько иное определение для функции распределения по энергиям

$$f(\varepsilon) = \sqrt{\varepsilon} n(\varepsilon) \quad (\text{A.4})$$

с нормировкой

$$\int n(\varepsilon)d\varepsilon = \int \sqrt{\varepsilon} f(\varepsilon) d\varepsilon = 1. \quad (\text{A.5})$$

При таком определении размерность  $f(\varepsilon)$  есть [эрг<sup>-3/2</sup>], а выражение (A.3) принимает вид

$$f_0(v) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{2}\right)^{3/2} f(\varepsilon). \quad (\text{A.6})$$

В заключение приведем упомянутые выше функции для случая важного частного случая максвелловского распределения:

$$n(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T}\right) d\varepsilon, \quad (\text{A.7})$$

$$f(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi T^{3/2}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T}\right) d\varepsilon, \quad (\text{A.8})$$

$$\varphi(v)dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2T}\right) v^2 dv. \quad (\text{A.9})$$

Содержание данного приложения позволит читателю легко разобраться в функциях распределения, приводимых в оригинальных работах как правило без комментариев.

# Приложение В

## ФРЭ в лазерах с накачкой электронным пучком

### Лазеры с накачкой электронным пучком

Несамостоятельные разряды с использованием электронных пучков позволяют работать с газом очень высокой плотности, а следовательно, существенно повысить энергосъем излучения из единицы объема активной среды. Если использовать для накачки достаточно высокоэнергичные электроны, то можно возбуждать достаточно большие объемы активной среды. Действительно, лазеры, работающие в режиме несамостоятельного разряда, позволяют сегодня получать весьма большие энергии в импульсе.

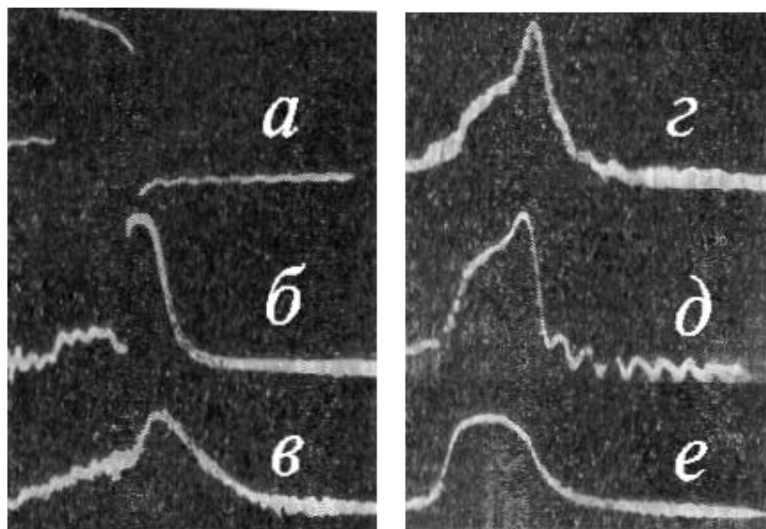


Рис. В.1. Осциллограмма импульса тока электронов длительностью 2 мкс и амплитудой 10 А (*а*) и осциллограммы генерации смесей: *б* – Ne 20 Top, Ne 1 атм; *в* – Xe 3 Top, Ne 300 Top; *г* – Xe 0,5 Top, Ne 0,7 атм; *д* – Xe 3 Top, Ne 1 атм; *е* – Xe 300 Top

Первый лазер с накачкой электронным пучком (энергия электронов составляла 1 МэВ, ток — порядка 10 А) был создан в Институте ядерной физики СО РАН (Новосибирск) в 1969 г. [123]. На рис. В.1 приведены импульсы генерации лазера на смесях инертных газов, генерировавших излучение на переходах в ближнем ИК-диапазоне. В большинстве случаев генерация наблюдалась в послесвечении, что явно указывает на рекомбинационный механизм заселения верхних уровней. Данный ла-

зер был, по-видимому, первым или одним из первых рекомбинационных лазеров<sup>1</sup>. Позже работы по накачке газовых сред ионизирующим излучением привели к созданию лазеров с ядерной накачкой [125, 126] и к разработке в Физическом институте им. П.И. Лебедева мощных импульсных лазеров с несамостоятельным разрядом, поддерживаемым инжекцией быстрых электронов. Принципиальная схема *электроионизационного лазера* показана на рис. В.2. Краткое описание работы такого лазера приведено, например, в книге [2, с. 570].

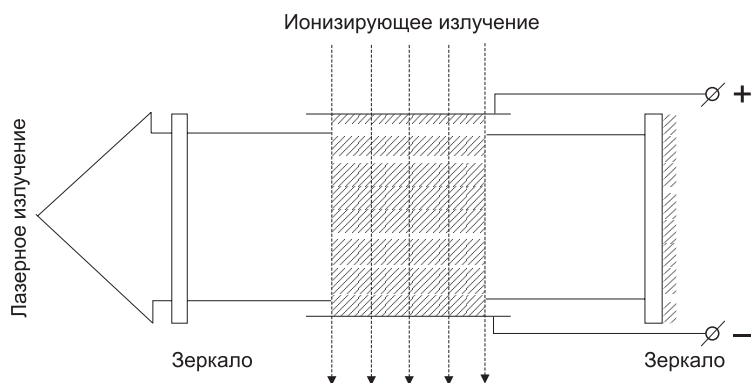


Рис. В.2. Схема лазера с накачкой электронным пучком

Кинетика заселения и тушения верхнего и нижнего лазерного уровней, а значит и эффективность лазеров с накачкой электронным пучком, существенно зависит от вида функции распределения электронов. Таким образом, вычисление ФРЭ при наличии внешнего источника ионизации газа является одной из актуальных задач в физике электроионизационных лазеров [127, 128]. Как видно из рис. В.2, газ достаточно высокого давлением находится между двумя электродами, к которым приложена разность потенциалов. Ионизация осуществляется, в основном, внешним источником ионизирующего излучения (электронный пучок). Образующиеся электроны дрейфуют через газ, набирая энергию от приложенного электрического поля и передавая ее на возбуждение колебательных (или электронных) уровней молекул среды. Поскольку в случае лазеров, работающих на колебательных переходах молекул (например, в  $\text{CO}_2$ -лазере), наиболее эффективно передача энергии происходит при величине  $E/p$  значительно меньшей, чем при самостоятельном разряде, разделение функций ионизации и нагрева электронов между двумя источниками позволяет получить высокий кд генерации. Разность потенциалов между электродами выбирается такой, чтобы величина  $E/p$  была оптимальной для создания инверсной заселенности на лазерном переходе. Величина тока, текущего через промежуток между электродами, зависит от параметров пучка. Для определения параметров разряда необходимо знать функцию распределения электронов и скорость ионизации.

## Качественный анализ

Рассмотрим однокомпонентный газ, у которого первое возбужденное состояние имеет энергию  $\mathcal{E}^*$  по отношению к основному состоянию. Если считать, что плот-

<sup>1</sup>Этот результат был, вероятно, неизвестен авторам монографии [124], в которой говорится, что первые рекомбинационные лазеры были созданы к середине 70-х годов. Не исключено, что в рекомбинационном режиме в действительности работали и некоторые другие лазеры, созданные до 1970 г.

ность возбужденных атомов невелика, то электроны с энергией меньшей  $\mathcal{E}^*$  будут испытывать только упругие столкновения с газом. Характерное время потери энергии электроном за счет упругих столкновений с атомами равно

$$\tau_a \sim \frac{m_a}{2m_e n_a v \sigma_a}, \quad (\text{B.1})$$

где  $m_e$  – масса электрона,  $m_a$  – масса атома,  $n_a$  – плотность атомов,  $v$  – скорость электрона,  $\sigma_a$  – эффективное сечение электрон-атомных столкновений. Например, около порога возбуждения в Хе ( $\mathcal{E}^* = 8,31$  эВ) характерное время охлаждения ( $\sigma_a \approx 3 \cdot 10^{-15}$  см<sup>2</sup>)  $\tau_a \approx 2$  нс при плотности атомов  $n_a \sim 10^{20}$  см<sup>-3</sup>. Время охлаждения горячего электрона за счет электрон-электронных столкновений

$$\tau_e \sim \frac{v^3}{64\pi n_e \ln \Lambda} \cdot \left[ \frac{m_e}{I_H a_0} \right]^2, \quad (\text{B.2})$$

где  $n_e$  – плотность электронов,  $I_H$  – потенциал ионизации водорода,  $a_0$  – боровский радиус, а

$$\Lambda = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{T_e^3}{2\pi n_e a_0^3 I_H^3}},$$

где  $T_e$  – температура электронов. Вблизи порога возбуждения время охлаждения за счет электрон-электронных столкновений  $\tau_e \sim 0,1$  нс при  $n_e \sim 3 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup> и  $T_e \sim 1$  эВ. Это время на два порядка меньше, чем время потери энергии электроном при упругих столкновениях с атомами. Релаксация энергии электронов ниже порога возбуждения будет происходить, главным образом, в результате электрон-электронных столкновений. Электрон-электронные столкновения стремятся сделать распределение максвелловским, поэтому до порога возбуждения распределение электронов по энергиям будет почти распределением Максвелла.

Если энергия электронов превышает энергию возбуждения, то одним из каналов потери энергии могут быть неупругие столкновения. Характерное время потери энергии при неупругих столкновениях

$$\tau_a^* \sim (n_a v \sigma_a^*)^{-1},$$

где  $\sigma_a^*$  – эффективное сечение возбуждения атома. В ксеноне эффективное сечение возрастает от нуля, при пороговой энергии, до  $10^{-17}$  см<sup>2</sup>, при энергии выше пороговой на 1 эВ. Характерное время потери энергии электрона можно оценить как  $\tau_a^* \sim 0,01$  нс. Так как это время почти в 10 раз меньше характерного времени потери энергии при электрон-электронных столкновениях, то релаксация энергии электронов выше порога возбуждения будет определяться неупругими столкновениями с атомами. Эти процессы значительно уменьшают количество быстрых электронов.

## Кинетическое уравнение и его приближенное решение

Перейдем к исследованию “хвоста” функции распределения электронов. Именно эта часть функции распределения ответственна за электрические параметры разряда. Будем рассматривать ту часть распределения электронов по энергиям, для которой среднее расстояние между ионизациями, производимыми электроном, меньше характерного размера разряда. Предполагается, что характерный размер разряда меньше длины свободного пробега электронов пучка в газе.

При возбуждении атома быстрый электрон теряет гораздо больше энергии, чем набирает от поля между столкновениями. Пренебрежем влиянием поля на быстрые электроны. Упругие столкновения электронов можно также не учитывать. Перейдем теперь к выводу кинетического уравнения для функции распределения электронов. Предположение об изотропности функции распределения плохо выполняется, однако оно не является необходимым и при выводе кинетического уравнения использоваться не будет.

Введем следующие величины:  $W_i(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)d^3v_1d^3v_2$  — вероятность того, что в единицу времени первичный электрон со скоростью  $\mathbf{v}$  после ионизации приобретает скорость  $\mathbf{v}_1$  в интервале фазового объема  $d^3v_1$ , а вторичный электрон — скорость  $\mathbf{v}_2$  в интервале  $d^3v_2$ ;  $W_n(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1)d^3v_1$  — вероятность того, что в единицу времени первичный электрон со скоростью  $\mathbf{v}$  после возбуждения уровня  $n$  атома приобретает скорость  $\mathbf{v}_1$  в интервале фазового объема  $d^3v_1$ .

Пусть число электронов в фазовом объеме  $d^3v d^3r$  будет  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})d^3v d^3r$ . Тогда приращение числа электронов в единице фазового объема в единицу времени в результате ионизации будет равно

$$S_i = \int \int W_i(\mathbf{v}', \mathbf{v}_1, \mathbf{v})d^3v_1f(\mathbf{r}, \mathbf{v}')d^3v' + \int \int W_i(\mathbf{v}', \mathbf{v}, \mathbf{v}_2)d^3v_2f(\mathbf{r}, \mathbf{v}')d^3v' - Nvq_i(v)f(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad (\text{B.3})$$

а приращение числа электронов в единице фазового объема в единицу времени в результате возбуждений

$$S^* = \sum_n \left[ \int W_n(\mathbf{v}', \mathbf{v})f(\mathbf{r}, \mathbf{v}')d^3v' - Nvq_n(v)f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \right]. \quad (\text{B.4})$$

Здесь  $N$  — концентрация атомов, а  $q_i(v)$  и  $q_n(v)$  — сечения ионизации и возбуждения уровня  $n$ .

Кинетическое уравнение для функции распределения электронов  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  в настоящей модели имеет вид

$$S_i + S^* = \text{div } \mathbf{v}f. \quad (\text{B.5})$$

Введем новую функцию распределения  $f(\mathbf{v}) = \int_V f(\mathbf{r}, \mathbf{v})d^3r$  — число электронов со скоростью  $\mathbf{v}$  во объеме  $V$ , занимаемом газом, и проинтегрируем (B.5) по всему объему и по телесному углу  $d\Omega'$  в пространстве скоростей  $\mathbf{v}$ :

$$\begin{aligned} & \int \int \int \int W_i(\mathbf{v}', \mathbf{v}_1, \mathbf{v})d^3v_1d\Omega d\Omega' f(\mathbf{v}')v'^2 dv' + \\ & + \int \int \int \int W_i(\mathbf{v}', \mathbf{v}, \mathbf{v}_2)d^3v_2f(\mathbf{v}')v'^2 dv' d\Omega d\Omega' - Nvq_i(v) \int f(\mathbf{v}')d\Omega + \\ & + \sum_n \left[ \int \int \int W_n(\mathbf{v}', \mathbf{v})d\Omega f(\mathbf{v}')d\Omega' v'^2 dv' - Nvq_n(v) \int f(\mathbf{v})d\Omega \right] = \\ & = \int \int v_n f(\mathbf{r}_s, \mathbf{v})d\Omega dS, \quad (\text{B.6}) \end{aligned}$$

где  $S$  — поверхность границы падения. Введем функцию распределения

$$F(v) = \int f(\mathbf{v})d\Omega = \int \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v})d^3r d\Omega,$$



дающую число частиц с модулем скорости  $v$  во всем объеме плазмы. Величина

$$S(v) = - \int \int v_n f(\mathbf{r}_s, \mathbf{v}) d\Omega dS$$

дает число электронов с модулем скорости  $v$ , входящих в единицу времени в объем плазмы.

Введем величины

$$\int \int W_i(\mathbf{v}', \mathbf{v}, \mathbf{v}_2) d^3 v_2 d\Omega = P_i^{(1)}(v', v),$$

$$\int \int W_i(\mathbf{v}', \mathbf{v}_1, \mathbf{v}) d^3 v_1 d\Omega = P_i^{(2)}(v', v),$$

$$\int W_n(\mathbf{v}', \mathbf{v}) d\Omega = P_n(v', v).$$

Эти величины дают вероятность того, что в результате ионизации электроном со скоростью  $\mathbf{v}'$  возникает первичный или вторичный электрон с модулем скорости  $v$  или что в результате возбуждения уровня  $n$  электроном со скоростью  $\mathbf{v}'$  электрон приобретает значение скорости  $|\mathbf{v}'| = v$ . Очевидно, что эти величины уже не зависят от направления скорости налетающего электрона. Перепишем уравнение (B.6) в виде уравнения для  $F(v)$ :

$$\begin{aligned} \int P_i^{(2)}(v', v) v'^2 dv' + \int P_i^{(1)}(v', v) v'^2 dv' - N v q_i(v) F(v) + \\ + \sum_n \left[ \int P_n(v', v) v'^2 dv' - v N q_n(v) F(v) \right] = -S(v). \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Входящие в уравнение (B.7) величины удовлетворяют следующим правилам нормировки:

$$\int_0^{\infty} F(v) v^2 dv = N_e, \quad (\text{B.8})$$

где  $N_e$  – общее число электронов в объеме, и

$$\int_0^{\infty} S(v) v^2 dv = I_0, \quad (\text{B.9})$$

где  $I_0$  – общее число электронов, поступающее в единицу времени в объем.

Введем величину  $\sigma_i^{(2)}(\varepsilon', \varepsilon)$  – сечение процесса ионизации с образованием вторичного электрона в интервале энергии от  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$ . Очевидно, что

$$P_i^{(2)}(v', v) v^2 dv = N v' \sigma_i^{(2)}(\varepsilon', \varepsilon) d\varepsilon = N v' \sigma_i^{(2)}(\varepsilon', \varepsilon) m v dv. \quad (\text{B.10})$$

При заданных скоростях первичного электрона до и после соударения закон сохранения энергии однозначно определяет скорость вторичного электрона, поэтому

$$P_i^{(1)}(v', v) v^2 dv = P_i^{(2)} \left( v', \sqrt{v'^2 - v^2 - \frac{2\varepsilon_i}{m}} \right) \left( v'^2 - v^2 - \frac{2\varepsilon_i}{m} \right) d\sqrt{v'^2 - v^2 - \frac{2\varepsilon_i}{m}}$$

или, учитывая выражение (B.10)

$$P_i^{(1)}(v', v)v^2 dv = mN \frac{v'}{v} \sigma_i^{(2)}(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon - \varepsilon_i) = mN \frac{v'}{v} \sigma_i^{(1)}(\varepsilon', \varepsilon),$$

где  $\sigma_i^{(1)}(\varepsilon', \varepsilon)$  — сечение процесса, при котором первичный электрон после ионизации имеет энергию, в интервале  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$ .

Аналогично введем величину  $\sigma_n(\varepsilon', \varepsilon)$  — сечение процесса возбуждения уровня  $n$  с образованием электрона с энергией  $\varepsilon$ . Тогда

$$P_n(v', v)v^2 dv = Nv' \sigma_n(\varepsilon', \varepsilon) d\varepsilon = Nv' \sigma_n(\varepsilon', \varepsilon) mvdv. \quad (\text{B.11})$$

Переходя в уравнении (B.7) к переменной  $\varepsilon = mv^2/2$  и учитывая, что в настоящей модели  $F(\varepsilon) = 0$  при  $\varepsilon > \varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0$  — энергия электронов пучка, попадающих в объем плазмы, получаем

$$\begin{aligned} N\sqrt{\frac{2}{m\varepsilon}} \left[ \int_{\varepsilon+\varepsilon_i}^{\varepsilon_0} \sigma_i^{(2)}(\varepsilon', \varepsilon) \varepsilon' F(\varepsilon') d\varepsilon' + \int_{\varepsilon+\varepsilon_i}^{\varepsilon_0} \sigma_i^{(2)}(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon - \varepsilon_i) \varepsilon' F(\varepsilon') d\varepsilon' \right] - \\ - N\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \left[ q_i(\varepsilon) + \sum_n q_n(\varepsilon) \right] F(\varepsilon) + N\sqrt{\frac{2}{m\varepsilon}} \sum_n \int_{\varepsilon+\varepsilon_n}^{\varepsilon_0} \sigma_n(\varepsilon', \varepsilon) \varepsilon' F(\varepsilon') d\varepsilon' = -I(\varepsilon). \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

В классической теории ионизации и возбуждения вводится сечение  $S(\varepsilon', w)$ , характеризующее передачу атомному электрону энергии  $w$  при энергии налетающего электрона  $\varepsilon'$ . Ионизация имеет место, если  $w > \varepsilon_i$ .

Введенные ранее величины  $\sigma_i(\varepsilon', \varepsilon)$  связаны с величиной  $S(\varepsilon', w)$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_i^{(2)}(\varepsilon', \varepsilon) &= S(\varepsilon', \varepsilon + \varepsilon_i) \\ \sigma_i^{(2)}(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon - \varepsilon_i) &= S(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon). \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Согласно определению величины  $\sigma_n(\varepsilon', \varepsilon)$ , имеем

$$\sigma_n(\varepsilon', \varepsilon) = S(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon). \quad (\text{B.14})$$

По классической теории возбуждения уровень  $n$  возбуждается, если энергия, передаваемая атомному электрону, заключена в пределах  $(\varepsilon_n - \varepsilon_{n+1})$ , поэтому последний член уравнения (B.12) можно записать в виде

$$N\sqrt{\frac{2}{m\varepsilon}} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\varepsilon+\varepsilon_n}^{\varepsilon+\varepsilon_{n+1}} S(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon) \varepsilon' F(\varepsilon') d\varepsilon' = N\sqrt{\frac{2}{m\varepsilon}} \int_{\varepsilon+\varepsilon_1}^{\varepsilon+\varepsilon_i} S(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon) \varepsilon' F(\varepsilon') d\varepsilon'. \quad (\text{B.15})$$

Используя выражения (B.13)–(B.15), можно переписать уравнение (B.12) следующим образом:

$$\begin{aligned} N\sqrt{\frac{2}{m\varepsilon}} \left[ \int_{\varepsilon+\varepsilon_i}^{\varepsilon_0} S(\varepsilon', \varepsilon + \varepsilon_i) \varepsilon' F(\varepsilon') d\varepsilon' + \int_{\varepsilon+\varepsilon_1}^{\varepsilon_0} S(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon) \varepsilon' F(\varepsilon') d\varepsilon' \right] - \\ - N\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \left[ q_i(\varepsilon) + \sum_n q_n(\varepsilon) \right] F(\varepsilon) = -I(\varepsilon). \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Как видно, для вывода этого уравнения не требуется предположения об изотропности функции  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ .

В классической модели Томсона для  $\varepsilon_i \ll w \ll \varepsilon_0$

$$S(\varepsilon, w) = \frac{Z\pi e^4}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{w^2},$$

где  $Z$  — число валентных электронов,

$$q_i(\varepsilon) = \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon} S(\varepsilon, w) dw \quad (\text{B.17})$$

$$\sum_n q_n(\varepsilon) = \int_{\varepsilon_1}^U S(\varepsilon, w) dw, \quad (\text{B.18})$$

где

$$U = \begin{cases} \varepsilon_i & \text{при } \varepsilon > \varepsilon_i, \\ \varepsilon & \text{при } \varepsilon < \varepsilon_i. \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

Уточним классическую модель, следуя Дравину [129]. Положим

$$S(\varepsilon, w) = \begin{cases} a \frac{Z\pi e^4}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{w^2} \cdot \ln C \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} & w \leq \varepsilon; \\ 0 & w > \varepsilon, \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

где  $a$  и  $C$  — эмпирические константы, которые следует подобрать так, чтобы величины  $q_i(\varepsilon)$  и  $\sum_n q_n(\varepsilon)$ , вычисленные с помощью формул (B.17), (B.18), наилучшим образом совпали с экспериментально найденными сечениями. Для аргона и гелия можно положить с достаточной точностью  $C = 1$ ,  $a = 0,6$ .

Для пучка с энергией электронов  $\varepsilon_0$

$$I(\varepsilon) = \frac{m^{3/2} I_0}{\sqrt{2\varepsilon_0}} \delta(\varepsilon - \varepsilon_0). \quad (\text{B.21})$$

Можно получить решение уравнения (B.16) в аналитическом виде, сведя его приближенно к дифференциальному. Функция  $S(\varepsilon', \varepsilon)$  имеет максимум при  $\varepsilon' \gg \varepsilon$ . Это физически связано с тем, что при ионизации быстрыми электронами вторичные электроны, в основном, возникают с небольшими энергиями. На основании сказанного при  $\varepsilon \gg \varepsilon_1$  вкладом вторичных электронов в уравнении (B.16) можно пренебречь. Вводя энергию, переданную вторичному электрону  $\varepsilon_2 = \varepsilon' - \varepsilon - \varepsilon_i$ , можно написать

$$\int_{\varepsilon+\varepsilon_i}^{\varepsilon_0} S(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon) \varepsilon' F(\varepsilon') d\varepsilon' = \int_0^{\varepsilon_0 - \varepsilon - \varepsilon_i} S(\varepsilon + \varepsilon_2 + \varepsilon_i, \varepsilon_2 + \varepsilon_i) (\varepsilon + \varepsilon_2 + \varepsilon_i) F(\varepsilon + \varepsilon_2 + \varepsilon_i) d\varepsilon_2. \quad (\text{B.22})$$

Поскольку при ионизации быстрыми электронами функция  $S(\varepsilon', \varepsilon + \varepsilon_i)$  имеет острый максимум при  $\varepsilon_2 \ll \varepsilon$ , то при  $\varepsilon \gg \varepsilon_i$  можно провести разложение по степеням  $\varepsilon_2 + \varepsilon_i$

в формуле (B.22). Тогда

$$\int_0^{\varepsilon_0 - \varepsilon - \varepsilon_i} S(\varepsilon + \varepsilon_2 + \varepsilon_i, \varepsilon_2 + \varepsilon_i)(\varepsilon + \varepsilon_2 + \varepsilon_i)F(\varepsilon + \varepsilon_2 + \varepsilon_i)d\varepsilon_2 \approx \approx \varepsilon q_i(\varepsilon)F(\varepsilon) + \frac{d}{d\varepsilon} \left[ \varepsilon F(\varepsilon) \int_0^{\varepsilon_0 - \varepsilon - \varepsilon_i} (\varepsilon_2 + \varepsilon_i)S(\varepsilon, \varepsilon_2 + \varepsilon_i)d\varepsilon_2 \right]. \quad (\text{B.23})$$

Используя аналогичные соображения и учитывая, что

$$S(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon) = q_n(\varepsilon')\delta(\varepsilon' - \varepsilon - \varepsilon_n), \quad (\text{B.24})$$

интеграл для числа возбуждений в уравнении (B.16) можно привести к виду

$$\int_{\varepsilon + \varepsilon_n}^{\varepsilon_0} S(\varepsilon', \varepsilon' - \varepsilon)\varepsilon'F(\varepsilon')d\varepsilon' \approx \varepsilon q_n(\varepsilon)F(\varepsilon) + \varepsilon_n \frac{d}{d\varepsilon} [q_n(\varepsilon)\varepsilon F(\varepsilon)]. \quad (\text{B.25})$$

Используя приближенные соотношения (B.23) и (B.25), уравнение (B.16) можно записать в дифференциальной форме

$$N \sqrt{\frac{2}{m\varepsilon}} \frac{d}{d\varepsilon} [\varepsilon Q(\varepsilon)F(\varepsilon)] = -I(\varepsilon), \quad (\text{B.26})$$

где

$$Q(\varepsilon) = \sum_n \varepsilon_n q_n(\varepsilon) + \int_0^{\varepsilon_0 - \varepsilon - \varepsilon_i} (\varepsilon_2 + \varepsilon_i)S(\varepsilon, \varepsilon_2 + \varepsilon_i)d\varepsilon_2. \quad (\text{B.27})$$

Величина  $Q(\varepsilon)$ , называемая тормозной способностью, может быть вычислена различными методами. Квантовомеханический расчет для случая быстрых частиц  $\varepsilon \gg \varepsilon_1$  дает [10]

$$Q(\varepsilon) = \frac{Z\pi e^4}{\varepsilon} \ln b_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}, \quad (\text{B.28})$$

$b_0$  – константа порядка единицы.  $Q(\varepsilon)$  может быть вычислено и в классическом приближении. При этом

$$Q(\varepsilon) = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon} wS(\varepsilon, w)dw. \quad (\text{B.29})$$

Классический расчет дает результат, аналогичный выражению (B.28)

$$Q(\varepsilon) = \frac{Z\pi e^4}{\varepsilon} \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}. \quad (\text{B.30})$$

Используя (B.21), получаем решение уравнение (B.26) в виде

$$F(\varepsilon) = \frac{m^2 I_0}{2N} \frac{1}{\varepsilon Q(\varepsilon)} = \frac{m^2 I_0}{2N} \frac{1}{Z\pi e^4} \left[ \ln b_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \right]^{-1}. \quad (\text{B.31})$$

# Приложение С

## П-теорема теории размерностей

Пусть физический закон для некоторой величины  $a$  имеет вид

$$a = f(b_1, b_2, \dots, b_k, k_{k+1}, \dots, b_{n-1}), \quad (\text{C.1})$$

где  $b_i$  — либо переменные, либо размерные константы (например, гравитационная постоянная или скорость света в пустоте), необходимые для описания данного явления. Пусть первые  $k$  величин имеют независимые размерности, а размерности остальных  $n - 1 - k$  величин представляют собой комбинации первых  $k$  (“первичные” и “вторичные” размерности). Обозначим размерности величин следующим образом:

$$[b_i] = B_i. \quad (\text{C.2})$$

Тогда в нашем случае имеем

$$\begin{cases} [a] = B_1^{s_1} B_2^{s_2} \dots B_k^{s_k} & ; \\ \dots & \\ [b_{k+1}] = B_1^{t_1} B_2^{t_2} \dots B_k^{t_k} & ; \\ \dots & \\ [b_{n-1}] = B_1^{w_1} B_2^{w_2} \dots B_k^{w_k} & , \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

где  $s_i, t_i, \dots, w_i$  — степени, определяемые соотношениями между переменными.

Теперь изменим произвольным образом все единицы измерений первичных величин  $b_1, \dots, b_k$ , иными словами, перейдем к другой системе единиц:

$$\begin{aligned} b'_1 &= \beta_1 b_1 ; \\ b'_2 &= \beta_2 b_2 ; \\ &\dots \dots \dots \\ b'_k &= \beta_k b_k . \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Тогда из выражений (С.1) и (С.3) следует

$$\begin{cases} a' = \beta_1^{s_1} \beta_2^{s_2} \dots \beta_k^{s_k} a & ; \\ \dots & \\ b'_{k+1} = \beta_1^{t_1} \beta_2^{t_2} \dots \beta_k^{t_k} b_{k+1} & ; \\ \dots & \\ b'_{n-1} = \beta_1^{w_1} \beta_2^{w_2} \dots \beta_k^{w_k} b_{n-1} & . \end{cases} \quad (\text{C.5})$$



# Приложение D

## Резонансное насыщение перехода в двухуровневой системе

Рассмотрим двухуровневую атомную систему (см. рис. 4.1), находящуюся в поле лазерного излучения. Заселенность верхнего уровня резонансного атомного перехода определяется кинетическим уравнением

$$\frac{dn_2}{dt} = n_1 \int j_L(\omega) \sigma_{12}(\omega) d\omega - n_2 \int [j_L(\omega) \sigma_{21}(\omega) + a_{21}(\omega)] d\omega, \quad (D.1)$$

где  $j_L(\omega)$  – спектральная плотность фотонов лазерного излучения,  $a_{21}$  – спектральная плотность вероятности спонтанного перехода, нормируемого с помощью выражения

$$\int a_{21}(\omega) d\omega = A_{21},$$

а сечение вынужденного излучения равно [131]

$$\sigma_{21} = \frac{a_{21} \lambda^2}{4}.$$

Интенсивность лазерного излучения, при которой скорости спонтанного и вынужденного излучения с верхнего уровня равны друг другу

$$j_L^S(\omega) \sigma_{21}(\omega) = a_{21}(\omega), \quad (D.2)$$

называется *интенсивностью насыщения*  $j_L^S(\omega)$ . Отсюда следует, что

$$j_L^S(\omega) = \frac{a_{21}}{\sigma_{21}} = \frac{4}{\lambda^2} \left[ \frac{1}{\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{с}^{-1}} \right]. \quad (D.3)$$

В энергетических единицах плотность мощности излучения при насыщении перехода равна

$$J_L^S(\omega) = j_L^S \cdot \hbar\omega = \frac{4\hbar\omega}{\lambda^2} \left[ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{с}^{-1}} \right]. \quad (D.4)$$

На практике удобнее оперировать интенсивностями в шкале длин волн. Воспользовавшись соотношением

$$J_\omega d\omega = -J_\lambda d\lambda,$$

получим спектральную интенсивность насыщения в расчете на единичный интервал длин волн

$$I_{\lambda}^S = J_{\omega} \left| \frac{d\omega}{d\lambda} \right|. \quad (\text{D.5})$$

Окончательно получим спектральную плотность мощности, соответствующую насыщению резонансного перехода, в гауссовых единицах:

$$J_{\lambda}^S = \frac{16\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5}. \quad (\text{D.6})$$

В смешанных единицах, удобных на практике, эта величина равна

$$J_{\lambda}^S \left[ \frac{\text{кВт}}{\text{см}^2 \cdot \text{нм}} \right] = \frac{1,42 \cdot 10^{14}}{\lambda^5 [\text{нм}]}. \quad (\text{D.7})$$



# Приложение Е

## Поверхностные электромагнитные волны

### Определение и основные свойства ПЭВ

*Поверхностная электромагнитная волна* — ПЭВ (см., например, [101, 137, 138]), называемые в разных приложениях по-разному (*поверхностные поляритоны*, *поверхностные плазмоны*), открыты еще в начале века (Ценнек, 1907) и хорошо известны радиофизикам, поскольку цилиндрические ПЭВ могут генерироваться вертикальными линейными антеннами и распространяться вдоль поверхности Земли [139]. Они могут существовать при определенных обстоятельствах в волноводах. Поверхностные электромагнитные волны оптического диапазона используются для исследования характеристик поверхностей раздела и свойств тонких пленок как на линейных, так и нелинейных материалах [102]. В последние годы ПЭВ стали использоваться для формирования поверхностных разрядов. Описание поверхностных электромагнитных волн обычно не включается в общие курсы электродинамики, поэтому в данном приложении мы рассмотрим наиболее существенные характеристики ПЭВ.

Поверхностные волны могут существовать не на любых поверхностях, а только на границе раздела двух сред, одна из которых является *оптически активной*<sup>1</sup>. Рассмотрим монохроматическую электромагнитную волну

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} \propto \exp(-i\omega t) \quad (\text{E.1})$$

на границе раздела двух сред, имеющих комплексные диэлектрические проницаемости  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . Пренебрегая током смещения, подставим зависимость (E.1) в уравнения Максвелла

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \end{array} \right. \quad (\text{E.2})$$

Положив  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  для квазинейтральных сред, каковыми являются все интересующие нас среды, получим уравнение Гельмгольца, описывающее монохроматическую электромагнитную волну:

$$\Delta \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} + \varepsilon\mu \frac{\omega^2}{c^2} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} = 0. \quad (\text{E.3})$$

---

<sup>1</sup>Этот термин, смысл которого будет понятен из дальнейшего, обычно используется для поверхностных волн в оптическом диапазоне спектра, но мы будем использовать его в более широком диапазоне — вплоть до СВЧ, поскольку механизм взаимодействия волны с поверхностью раздела, в принципе, один и тот же.

Одним из решений уравнения Гельмгольца является свободная электромагнитная волна (см., например, [94]), в которой векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  перпендикулярны волновому вектору  $\mathbf{k}$ . Однако существует и другое решение, соответствующее поверхностной электромагнитной волне. Рассмотрим здесь именно это решение.

Направим ось  $x$  вдоль границы раздела в направлении распространения волны, а ось  $z$  перпендикулярно границе раздела из среды 2 в среду 1 (рис. E.1, *a*). Предположим, что характеристики электромагнитного поля не зависят от координаты  $y$ , и будем искать решение в виде

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} \propto \exp(ik_s x - i\omega t), \quad (\text{E.4})$$

где  $k_s \equiv k_x$ . Подставив (E.4) в уравнение (E.3), получим выражение

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \left( k_s^2 - \varepsilon\mu \frac{\omega^2}{c^2} \right) \mathbf{E} = 0, \quad (\text{E.5})$$

решением которого является вектор электрического поля, экспоненциально спадающий при удалении от границы раздела сред (по соображениям конечности энергии волны экспоненциально нарастающие компоненты отбрасываются):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(\mp \kappa_{1,2} z) \exp(ik_s x - i\omega t), \quad (\text{E.6})$$

где

$$\kappa_{1,2} = \left( k_s^2 - \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} \frac{\omega^2}{c^2} \right) \quad (\text{E.7})$$

является компонентом волнового вектора, направленным по нормали к поверхности.

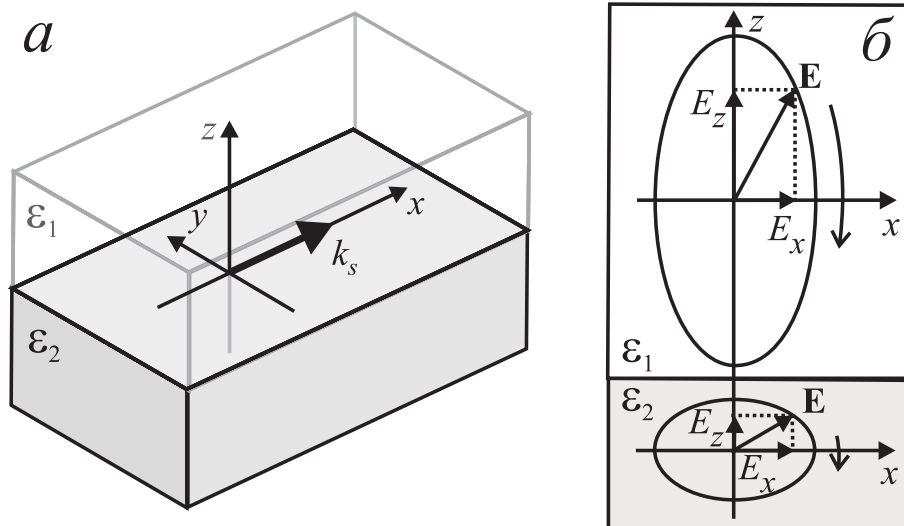


Рис. E.1. Схема формирования поверхностной электромагнитной волны: *a* – система координат; *b* – диаграмма вращения вектора электрического поля в средах 1 и 2 (среда 2 является оптически активной средой, см. текст)

Волновой вектор  $k_s$  в соответствии с граничными условиями одинаков в обеих средах. По той же причине вектор магнитного поля волны также должен быть одинаков на границе раздела для обеих сред. Выполнение этого требования возможно

только если вектор  $\mathbf{H}$  лежит в плоскости перпендикулярной вектору  $k_s$  и направлен по оси  $y$ . Вектор  $\mathbf{E}$ , как следует из (E.6), имеет  $x$ - и  $z$ -компоненты. Следовательно, поверхностная электромагнитная волна может существовать только как частично продольная ТМ-волна<sup>2</sup>.

Подставив решение (E.6) в уравнение для ротора  $H$  из системы (E.2), получим систему уравнений

$$\frac{i\omega}{c} \varepsilon_{1,2} E_x = \mp \kappa_{1,2} H_y, \quad (\text{E.8})$$

$$-\frac{i\omega}{c} \varepsilon_{1,2} E_y = 0, \quad (\text{E.9})$$

$$-\frac{i\omega}{c} \varepsilon_{1,2} E_z = i k_s H_y. \quad (\text{E.10})$$

Приняв во внимание граничные условия

$$H_{y1} = H_{y2} \equiv H,$$

$$E_{x1} = E_{x2} \equiv E_x,$$

получим для  $x$ -компонента:

$$\frac{i\omega}{c} \varepsilon_{1,2} E_x = \mp \kappa_{1,2} H, \quad (\text{E.11})$$

откуда следует, что решение справедливо только на границе раздела сред, для которых выполняется соотношение

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = -\frac{\kappa_1}{\kappa_2}. \quad (\text{E.12})$$

Условие (E.12) означает, что для существования поверхностной волны необходимо, чтобы диэлектрические проницаемости сред имели разные знаки ( $\kappa$  и  $\varepsilon$  в общем случае являются комплексными величинами). Среда с отрицательной диэлектрической проницаемостью называется оптически активной (в нашем случае пусть это будет среда 2). Поверхностные волны могут существовать, в частности, на границе раздела металл–диэлектрик для частот по крайней мере от оптического диапазона до СВЧ. Поверхностные электромагнитные волны могут существовать также и на границе раздела двух диэлектриков в узком диапазоне частот вблизи линии поглощения одного из диэлектриков [102].

Подставив (E.12) в выражение (E.7), получим

$$\kappa_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 (\mu_2 \varepsilon_2 - \mu_1 \varepsilon_1)}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}} k_0. \quad (\text{E.13})$$

Далее будем рассматривать немагнитные среды ( $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ), поэтому выражения для волновых векторов нормальных к поверхности выражения примут вид

$$\kappa_1 = \sqrt{-\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} k_0, \quad (\text{E.14})$$

<sup>2</sup>В оптике ТМ-волна называется волной с  $p$ -поляризацией.

$$\kappa_2 = \sqrt{-\frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} k_0. \quad (\text{E.15})$$

Отсюда ясно, что для выполнения соотношения (E.12) необходимо, чтобы диэлектрические проницаемости удовлетворяли следующим условиям

$$\varepsilon_2 < 0 \quad \text{и} \quad |\varepsilon_2| > \varepsilon_1.$$

Из выражений (E.7) и (E.12) нетрудно получить дисперсионное соотношение для поверхностной волны

$$k_s = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \frac{\omega}{c}, \quad (\text{E.16})$$

где

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}$$

— комплексный показатель преломления для поверхностной электромагнитной волны. Из приведенных ниже данных легко видеть, что волновой вектор  $k_s$  для всех металлов при всех частотах вплоть до видимой области спектра с большой точностью почти равен  $(\omega/c) \varepsilon_1$ . Тем не менее продольный компонент волнового вектора все же меньше, чем для свободно распространяющейся волны, поэтому свободная электромагнитная волна не может самопроизвольно трансформироваться в поверхностную. Для формирования ПЭВ необходимы специальные устройства— призмы, щели, дифракционные решетки и т. п. Способы трансформации волн детально рассмотрены в экспериментальной работе [132].

Используя (E.16), записываем выражения (E.14) и (E.15) в виде

$$\kappa_1 = \sqrt{-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} k_s; \quad (\text{E.17})$$

$$\kappa_2 = \sqrt{-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} k_s. \quad (\text{E.18})$$

Зададим теперь вектор  $H$  волны, который на границе раздела одинаков в обеих средах и зависит от  $x$  и  $z$  так же, как  $E$ . Из уравнений (E.8) и (E.10), используя выражения (E.17) и (E.18), найдем компоненты вектора электрического поля, комплексные амплитуды которых на границе раздела равны

$$E_x = E_{x1} = E_{x2} = iH \sqrt{\frac{1}{-(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}; \quad (\text{E.19})$$

$$E_{z1} = -H \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}; \quad (\text{E.20})$$

$$E_{z2} = -H \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}} \quad (\text{E.21})$$

соответственно. Видно, что  $E_x$  сдвинут по фазе относительно вектора  $H$  на  $90^\circ$ , а  $E_z$  на  $180^\circ$ . Из выражений (E.19) – (E.21) следует, что

$$|E_{z1}| > |E_x| > |E_{z2}|.$$

Следовательно, если зафиксировать координату  $x = X$ , вектор  $\mathbf{E}(X, t)$  в обеих средах вращается по часовой стрелке, описывая эллипсы, как это показано на рис. E.1, б. В оптически активной среде описываемая вектором траектория сплюснутая, а в среде с положительной  $\varepsilon$  вытянутая.

## ПЭВ на границе металл–диэлектрик

Наиболее важными характеристиками ПЭВ являются ее толщина и амплитуда электромагнитного поля в обеих средах, а также длина пробега вдоль поверхности (характерная длина затухания, определяемая мнимой частью волнового вектора  $k_s$ ). Для вычисления этих величин нужно знать зависимость диэлектрической проницаемости каждой среды от частоты. Используем далее аналитическую зависимость  $\varepsilon(\omega)$ , получаемую в полуклассической теории Друдэ [133, 134].

Для диэлектрика, когда проводимостью среды можно пренебречь, диэлектрическая проницаемость имеет хорошо известный вид

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \sum_j \frac{f_j}{(\omega_j^2 - \omega^2) - i\omega\Gamma}, \quad (\text{E.22})$$

где  $N$  – плотность атомов,  $\Gamma$  – коэффициент затухания (квадрата амплитуды) колебаний, а суммирование производится по всем переходам из основного состояния атома. При очень высоких частотах вдали от всех резонансов (дальний ультрафиолетовое и рентгеновской излучения) диэлектрическая постоянная стремится к единице. В области электронных и колебательных переходов атомов и молекул (оптический и инфракрасный диапазоны) действительная часть диэлектрической проницаемости возрастает и имеет характерный вид, показанный на рис. E.2. При уменьшении частоты диэлектрическая проницаемость несколько увеличивается, поскольку включаются новые механизмы, приводящие к поляризации среды (например, смещение атомов и ионов или колебания цепей атомов в кристаллах), вклад которых несущественен в области высоких частот.

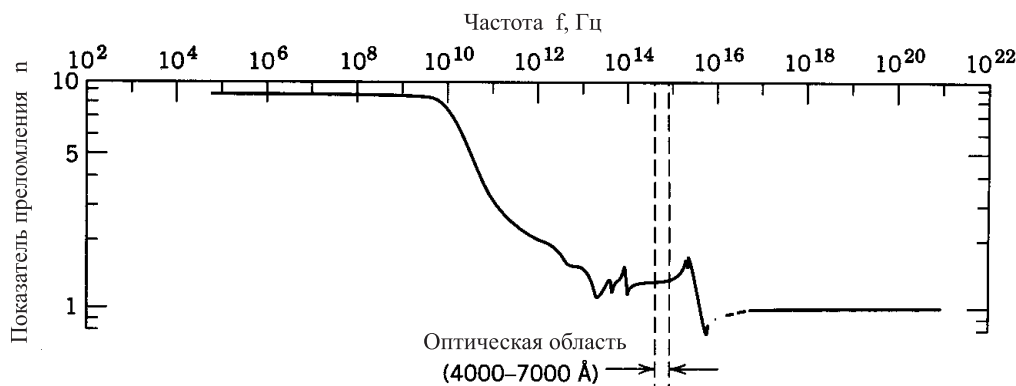


Рис. E.2. Диэлектрическая проницаемость воды как функция частоты [135]

В области меньших частот частотная зависимость диэлектрической проницаемости существенно различается для полярных и неполярных диэлектриков. У неполярных диэлектриков практически вся поляризация имеет электронную природу и диэлектрическая проницаемость при низких частотах приблизительно равна квадрату показателя преломления в оптическом диапазоне. Действительно, для неполярных веществ она варьируется в пределах  $1,5$ – $5,68$  (последнее значения относится к

алмазу). Совсем другая зависимость характерна для полярных диэлектриков, типичным представителем которых является вода (рис. E.2). У таких диэлектриков при уменьшении частоты диэлектрическая проницаемость продолжает увеличиваться вследствие возрастания роли ориентационной поляризации вещества. При этом довольно быстрый рост  $\varepsilon$  происходит при области частот, соответствующей обратному времени релаксации дипольных моментов [136, с. 292]. В этой области полярные диэлектрики сильно поглощают излучение. Далее в области самых низких частот диэлектрическая проницаемость достигает максимального значения  $\varepsilon(0)$ . Для воды  $\varepsilon(0) \approx 80$ , хотя показатель преломления для волн радиочастотного диапазона равен всего  $n = 1,3$ , а не  $(80)^{1/2}$ , т. е. основная часть  $\varepsilon(0)$  связана скорее всего с ориентационной поляризацией.

Для конденсированных проводящих сред взаимодействие среды с электромагнитными волнами (условно говоря, *оптические свойства*) определяются следующей комбинацией статической диэлектрической проницаемости, поляризуемости и проводимости среды:

$$\varepsilon_c = \varepsilon(\infty) + 4\pi\alpha + \frac{4\pi i\sigma}{\omega}. \quad (\text{E.23})$$

В рамках формализма Друдэ энергия передается от колеблющихся электронов решетке при столкновениях, которые происходят в среднем с периодом

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}, \quad (\text{E.24})$$

где  $\Gamma$  – частота столкновений электронов с фононами, другими электронами и дефектами

$$\Gamma = \Gamma_{ep} + \Gamma_{ee} + \Gamma_{ed}.$$

Подставив в выражение (E.23) проводимость

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \Gamma}{m^*(\omega^2 + \Gamma^2)} \quad (\text{E.25})$$

и поляризуемость

$$\alpha = -\frac{n_e e^2}{m^*(\omega^2 + \Gamma^2)} \quad (\text{E.26})$$

и помня, что в высокочастотном пределе диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(\infty) = 1$ , приходим к выражению

$$\varepsilon_c \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \Gamma^2} + \frac{i\Gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \Gamma^2)}. \quad (\text{E.27})$$

Здесь

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m^*} \quad (\text{E.28})$$

– плазменная частота, отличающаяся от обычной плазменной тем, что в твердом теле эффективная масса электрона  $m^*$  равна

$$m^* = m \frac{n_0}{n_e}, \quad (\text{E.29})$$

где  $n_0$  – концентрация электронов в зоне валентности, а  $n_e$  – концентрация свободных электронов [83]. Основные параметры, характеризующие металлы, приведены в табл. E.1.

Таблица Е.1. Характеристики некоторых металлов

Металл	$\sigma_0, 10^{17} \text{ c}^{-1}$	$r_s/a_0$	$l_s, \text{ \AA}$	$\Gamma, 10^{13} \text{ c}^{-1}$	$\tau, 10^{-14} \text{ c}$	$\omega_p, 10^{16} \text{ c}^{-1}$
Li	1,1	3,25	114	11,4	0,88	1,2
Al	3,7	2,07	161	12,5	0,80	2,4
Cu	5,8	2,67	420	3,7	2,7	1,6
Ag	6,0	3,02	556	2,5	4,0	1,4
Sn	0,85	2,22	43	43	0,23	2,1
Ba	0,15	3,71	21	52	0,19	0,99
W	1,84	3,01	170	8,1	1,2	1,4
Pb	0,47	2,31	26	71	0,14	2,1

Видно, что в теории Друдэ оптические свойства проводящих сред зависят от трех параметров: частоты излучения  $\omega$ , частоты столкновений электронов  $\Gamma$  и плазменной частоты  $\omega_p$ . Глубина проникновения электромагнитного поля в металл равна, как известно,

$$\delta = \frac{c}{\omega \text{Im}(\varepsilon_c)}. \quad (\text{E.30})$$

Подставляя сюда выражение (E.27), после ряда преобразований приходим к общему выражению для толщины скин-слоя в рамках формализма Друдэ:

$$\delta = \frac{c (1 + \omega^2 \tau^2)^{1/4} (1 + [(1 + \omega^2 \tau^2)^{1/2} - \omega \tau]^2)^{1/2}}{\omega_p \sqrt{\omega \tau}}. \quad (\text{E.31})$$

Из выражения (E.31) очевидны два предельных случая. Если частота переменного поля мала по сравнению с частотой столкновений электронов

$$\omega \tau \ll 1,$$

то мы находимся в области *нормального скин-эффекта*, где проводимость металла не зависит от частоты. Толщина скин-слоя в этом случае уменьшается с ростом частоты и описывается хорошо известным выражением

$$\delta_{\text{cl}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}}, \quad (\text{E.32})$$

где  $\sigma_0 \equiv \sigma(0)$ . Обратный предельный случай

$$1 \ll \omega \tau \ll \omega_p \tau$$

соответствует *области релаксации*. Частота колебаний значительно превышает частоту столкновений, и толщина скин-слоя в этом случае перестает зависеть от частоты:

$$\delta_{\text{rel}} = \frac{c}{\omega_p}. \quad (\text{E.33})$$

Для реальных металлов этот диапазон лежит в ближней или средней ИК-области спектра.

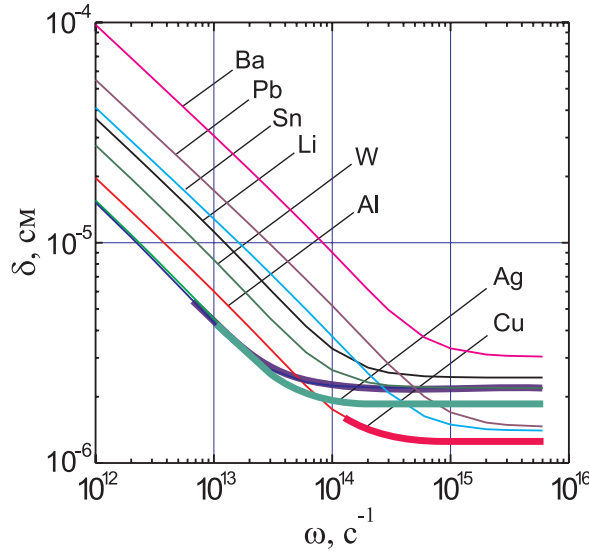


Рис. Е.3. Толщина скин-слоя для некоторых металлов при температуре 273 К, вычисленная по формуле (Е.31) с использованием данных, приведенных в табл. Е.1. Выделенные толстой линией части кривых для Al, Ag и Cu попадают в область слабо аномального скин-эффекта

При очень больших частотах излучения, когда

$$\omega > \min\{\omega_p, \omega_p^2 \tau\},$$

мы достигаем *области прозрачности*, в случае металлов лежащей в дальнем ультрафиолетовом или рентгеновском диапазонах. Зависимость толщины скин-слоя для ряда металлов, вычисленная в рамках теории Друдэ (уравнение (Е.31)), приведена на рис. Е.3 для интервала частот от СВЧ до видимой области спектра.

В описанных выше случаях молчаливо предполагалось, что толщина скин-слоя больше, чем длина свободного пробега (см. [134]):

$$l_e [\text{Å}] = 1,02 \cdot 10^{-16} \left( \frac{r_s}{a_0} \right)^2 \sigma_0 [\text{c}^{-1}], \quad (\text{Е.34})$$

где  $r_s/a_0$  – отношение радиуса сферы, приходящейся на один электрон проводимости, к боровскому радиусу [134]. С ростом частоты, однако, реальная толщина скин-слоя  $\delta'$  рано или поздно становится меньше длины свободного пробега. В этом случае теория Друдэ становится неприменимой. Если  $\delta' < l_e$ , то мы попадаем в область так называемого *аномального скин-эффекта*. В этом случае можно считать [133], что лишь часть электронов, пропорциональная  $\delta'/l_e$ , эффективно участвует в проводимости и кажущаяся проводимость равна

$$\sigma' = \frac{3}{2} \beta \frac{\delta'}{l_e} \sigma_0, \quad (\text{Е.35})$$

где неопределенный пока коэффициент  $\beta$  является поправкой, учитывающий оценочный характер данного выражения. Глубину проникновения поля оценим теперь с помощью классического выражения, в котором в качестве проводимости использо-



вано выражение (E.37):

$$\delta' = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma'\omega}} = \frac{c}{\left(2\pi\frac{3}{2}\beta\frac{\delta'}{l_e}\sigma_0\omega\right)^{1/2}}. \quad (\text{E.36})$$

Отсюда найдем оценку  $\delta_{\text{ан}} \equiv \delta'$  для глубины проникновения поля в случае аномального скин-эффекта

$$\delta_{\text{ан}} = \left(\frac{c^2 l_e}{3\pi\beta\sigma_0\omega}\right)^{1/3}. \quad (\text{E.37})$$

Точное значение коэффициента  $\beta$ , согласно монографии [133, с. 321], равно  $\beta = 8\pi/3\sqrt{3}$ . Ясно, что выражение (E.37) справедливо только для случая предельно аномального скин-эффекта, когда  $\delta' \ll l_e$ . При температуре 273 К три металла (Al, Ag, Cu) попадают в область слабо аномального скин-эффекта. Эта часть спектра отмечена на рис. E.3 толстыми линиями, следовательно, эти части кривых не вполне соответствуют действительности. При понижении температуры металла время между столкновениями растет и скин-эффект при достаточно больших частотах становится сильно аномальным, как это видно для меди при 77 К. При снижении температуры до температуры жидкого гелия практически для всех металлов скин-эффект становится сильно аномальным.

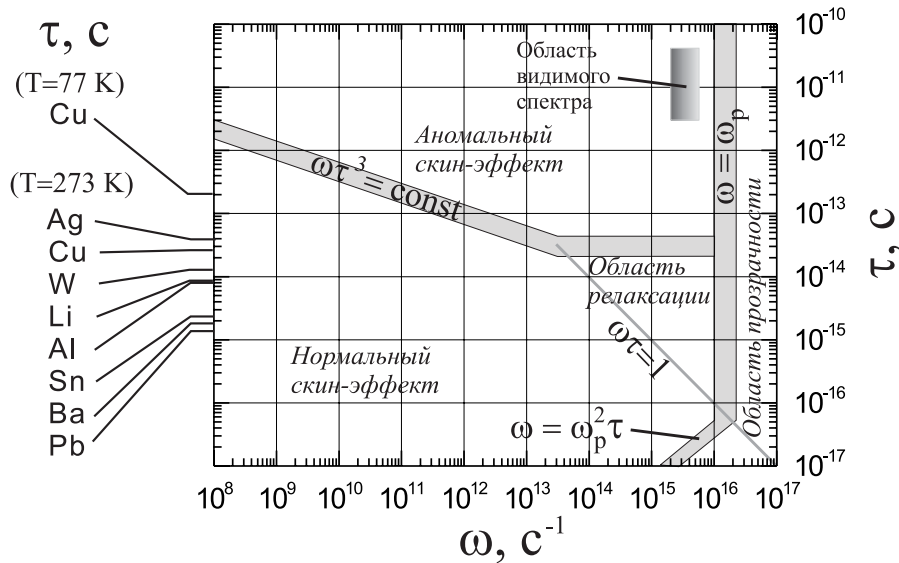


Рис. E.4. Диаграмма  $\omega$ - $\tau$ , показывающая области, в которых действуют различные механизмы проникновения электромагнитного поля в металлы; слева указано характерное время столкновений для некоторых металлов

Если построить диаграмму  $\omega$ - $\tau$  в широком диапазоне значений частоты, то в логарифмическом масштабе границы определенных выше зон будут мало отличаться даже для металлов с весьма разными значениями электропроводности. Это утверждение иллюстрирует рис. E.4, на котором проведены границы зон нормального и аномального скин-эффектов, а также зон релаксации и прозрачности. Уравнения, определяющие границы зон, приведены непосредственно на рисунке. Константа в

уравнении для границы области аномального скин-эффекта определяется из выражений (E.32) и (E.34), и в полном виде уравнение границы в гауссовых единицах записывается следующим образом:

$$\omega\tau^3 = 1,04 \cdot 10^{-48} \frac{32\pi^2 c^2}{(r_s/a_0)^4 \omega_p^6}.$$

Из данных табл. E.1 видно, что произведение  $(r_s/a_0)^{4/3} \cdot \omega_p^2$  для всех приведенных металлов лежит в интервале значений 4,5–10, что и отражает двойная линия границы.

Из рис. E.4 видно, что радиочастотный и СВЧ диапазоны соответствуют нормальному скин-эффекту в металлах, тогда как в видимой и инфракрасной областях спектра в зависимости от проводимости конкретного металла либо реализуется нормальный или аномальный скин-эффект, либо мы попадаем в область релаксации. Если электромагнитное излучение взаимодействует с тонкой проводящей пленкой, то следует учитывать еще один параметр – толщину пленки. Если она меньше длины свободного пробега, то эффективная частота столкновений электронов увеличивается за счет отражений от поверхностей.

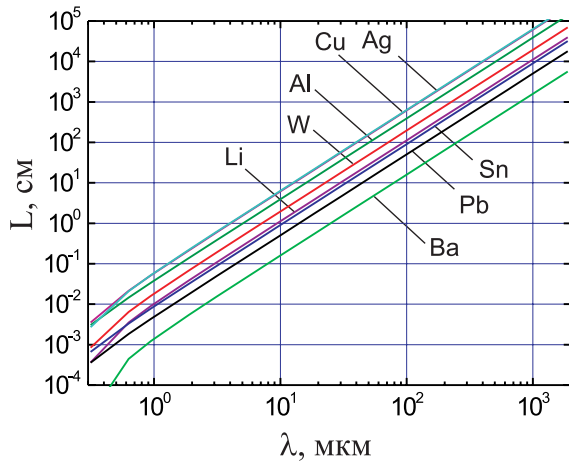


Рис. E.5. Длина затухания интенсивности поверхностной волны вдоль направления распространения

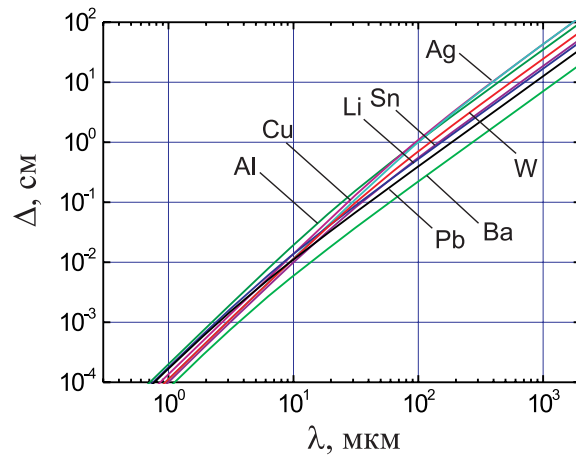


Рис. E.6. Характерное расстояние от поверхности металла, на котором амплитуда поля поверхностной волны ослабевает в e раз (граница металл–вакуум)

Расстояние  $L = [2\text{Im}(k_s)]^{-1}$ , на котором интенсивность поверхностной электромагнитной волны, распространяющейся на границе металл–вакуум, ослабляется в e раз, показано на рис. E.5. Видно, что длина пробега ПЭВ вдоль поверхности раздела увеличивается от 10–100 мкм при  $\lambda = 1$  мкм до десятков и сотен метров в субмиллиметровой области. Известно, что наличие на поверхности металла царапин и других неоднородностей может существенно уменьшить эту величину. Область, занимаемая волной в направлении, перпендикулярном поверхности, также существенно растет с ростом длины волны. Характерный размер спада амплитуды поля волны в направлении нормали к поверхности показан на рис. E.6. Если заменить вакуум (воздух) диэлектриком, поперечный размер, занимаемый волной, уменьшается в  $\epsilon_d$  раз.

# Библиографический список

1. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
2. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда.— М.: Наука, 1987.
3. *Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.* Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. — М.: Наука, 1982.
4. *Смирнов Б. М.* Физика слабоионизованного газа. — М.: Наука, 1978.
5. *Roth J. R.* Industrial Plasma Engineering, V.1: Principles. — Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 1995.
6. *Князев Б. А.* Физика и химия слабоионизованного газа. — Новосибирск: НГУ, 1977.
7. *Ступаков Г. В., Котельников И. А.* Основы физики плазмы. — Новосибирск: НГУ, 1997.
8. *Чен Ф.* Введение в физику плазмы. — М.: Мир, 1987.
9. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Теоретическая физика. — М.: Наука, 1973. Т. 10: Физическая кинетика.
10. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. — М.: Наука, 1974. Т. 3: Квантовая механика.
11. *Оршич А. М.* Пособие по курсу атомной физики. — Новосибирск: НГУ, 1995.
12. *Оршич А. М.* Физика атомов и молекул. — Новосибирск: НГУ, 1997.
13. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Электричество. — М.: Наука, 1983.
14. *Калашников С. Г.* Электричество. — М.: Наука, 1977.
15. Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. И. К. Кикоина. — М.: Атомиздат, 1976.
16. *Радциг А. А., Смирнов Б. М.* Справочник по атомной и молекулярной физике. — М.: Атомиздат, 1980.
17. *Barnett C. F., Ray J. A., Ricci E. et al.* Atomic data for controlled fusion research. ORNL-5206 — Oak Ridge National Laboratory, 1977. V. 1, 2.
18. *Кондратьев В. Н., Никитин Е. Е.* Кинетика и механизм газофазных реакций. — М.: Наука, 1975.
19. *Арфкен Г.* Математические методы в физике. — М.: Атомиздат, 1970.
20. *Месси Г.* Отрицательные ионы. — М.: Мир, 1979.
21. *Смирнов Б.М.* Возбужденные атомы. — М.: Энергоатомиздат, 1982.
22. Физика ион-ионных и электрон-ионных столкновений/ Под ред. В. Бруйара, Дж. Мак-Гоуэна — М.: Мир, 1986.
23. *Коган В. И., Лисица В. С.* Радиационные процессы в плазме. // Итоги науки и техники. Физика плазмы. — М.: ВИНТИ, 1983. Т. 4.

24. Фоторезонансная ионизация газовых сред излучением эксимерных лазеров / Б. А. Князев, П. И. Мельников, А. А. Дорошкин, А. Н. Матвеев, Г. Блюм. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 9. С. 24.
25. Лукьянов С.Ю. Горячая плазма и управляемый ядерный синтез. — М.: Наука, 1975.
26. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. — М.: Наука, 1988. Т. 2: Теория поля.
27. Таблицы спектральных линий / А. Н. Зайдель, В. К. Прокофьев, С. М. Райский и др. — М.: Наука, 1977.
28. Weise W. L., Smith M. W., Glennon B. M. Atomic Transition Probabilities. — NSRDS-NBS-4 and 22, 1966. V. 1, 2.
29. Verner D. A., Verner E. M., Ferland G. J. Atomic data for resonance lines of atoms and ions from H to Si, and S, Ar, Ca, and Fe // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1996. V. 64, No. 1. P. 1.
30. Ридберговские состояния атомов и молекул / Под ред. Р. Стеббингса, Ф. Даннинга — М.: Мир, 1985.
31. Пиллюгин Н. Н., Турский Г. А. Динамика ионизированного излучающего газа. — М.: Изд. МГУ, 1989.
32. Griem H. R. Principles of Plasma Spectroscopy. — Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
33. Грим Г. Уширение спектральных линий в плазме. — М.: Мир, 1978.
34. Митчел А., Земанский М. Резонансное возбуждение и резонансные атомы. — М.: ОНТИ НКТП СССР, 1937.
35. Методы исследования плазмы / Под ред. В. Лохте-Хольгрёвена — М.: Мир, 1971.
36. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. — М.: Физматгиз, 1963.
37. Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Е. А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. — М.: Наука, 1979.
38. Намитоков К. К., Пахомов П. Л., Харин П. Л. Излучение газоразрядной плазмы. — Алма-Ата: Наука, 1984.
39. Мак-Даниель И. Процессы столкновений в ионизованных газах. — М.: Мир, 1967.
40. Дэшман С. Научные основы вакуумной техники. — М.: Мир, 1964.
41. Каминский М. Атомные и ионные столкновения на поверхности металла. — М.: Мир, 1967.
42. Хофман Р. Строение твердых тел и поверхностей. — М.: Мир, 1990.
43. Брусиловский Б. А. Кинетическая ионно-электронная эмиссия. — М.: Энергоатомиздат, 1990.
44. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Теория искры. — М.: Атомиздат, 1975.
45. Лозанский Э. Д. Теория самостоятельного разряда при давлениях порядка атмосферного // ЖТФ. 1976. Т. 46. В. 5. С. 1014.
46. Королев Ю. Д., Месяц Г. А. Автоэмиссионные и взрывные процессы в газовом разряде. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд., 1982.
47. Сливков И. В. Процессы при высоком напряжении в вакууме. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
48. Хаксли Л., Кромптон Р. Диффузия и дрейф электронов в газах. — М.: Мир, 1977.

49. Форрестер А. Т. Интенсивные ионные пучки. — М.: Мир, 1992.
50. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. — М.: Наука, 1971.
51. Nighan W. L. Electron energy distribution and collision rates in electrically excited N<sub>2</sub>, CO, and CO<sub>2</sub> // Phys. Rev. A. 1970. V. 2, No. 5. P. 1989.
52. Allis P. W., Haas H. A. Electron distributions in gas lasers // J. Appl. Phys. 1974. V. 45, No. 2. P. 781.
53. Петер Г. Электронные лавины и пробой в газах. — М.: Мир, 1968.
54. Shimozuma M., Sakai Y., Tagashira H., Sakamoto S. Prebreakdown current growth and the ionization coefficient in hydrogen // J. Phys. D: Appl. Phys. 1974. V. 10, P. 1671.
55. Legler W. Zur Statistik der Elektronenlawinen // Zeitschrift für Physik. 1955. V. 140, No. 2. P. 221.
56. Legler W. Die Statistik der Elektronenlawinen in elektronegativen Gasen, bei hohen Feldstärken und bei großer Gasverstärkung // Zeitschrift für Naturforschungs. 1961. V. 16a, P. 253.
57. Legler W. Zur Trägerzahlstatistik in Folgen von Elektronenlawinen // Zeitschrift für Naturforschungs. 1964. V. 19a, P. 481.
58. Radovič, M. K., A. Maluckov Č. Statistical analysis of the dynamic voltage electrical breakdown in nitrogen // IEEE Trans. on Plasma Science. 2001, V. 29, No. 5. P. 481.
59. Коновалов В. П., Сон Э. Е. Деградационные спектры электронов в газах // Химия плазмы / Под ред. Б. М. Смирнова. М.: Энергоатомиздат, 1987. Вып. 14.
60. Энгель А., Штенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. — М.: ОНТИ НКТП, 1936. Т.2.
61. Физика и технология источников ионов / Под. ред. Я. Брауна — М.: Мир, 1998.
62. Seguin J. H., Tulip J., McKen D. C. Ultraviolet photoionization in TEA lasers // IEEE J. Quant. Electron. 1974. V. QE-10, No. 3. P. 311.
63. Judd O. J., Wada J. Y. Investigation of a UV-pre-ionized electric discharge and CO<sub>2</sub> lasers // IEEE J. Quant. Electron. 1974. V. QE-10, No. 1, P. 12.
64. Райзер Ю. П. Основы современной физики газоразрядных процессов. — М.: Наука, 1980.
65. Голубовский Ю. Б., Зинченко А. К., Каган Ю. М. Исследование положительного столба в неоне при повышенных давлениях // ЖТФ. 1977. Т. 47. В. 7. С. 1478.
66. Импульсный электрический разряд в смеси CO<sub>2</sub>+N<sub>2</sub>+He при наличии градиента температуры и плотности в приэлектродном слое / В. Н. Карнюшин, Б. А. Князев, А. Н. Малов, Р. И. Солоухин // ЖТФ. 1978. Т. 48. В. 6. С. 1170.
67. Елецкий А. В., Рахимов А. Т. Неустойчивости в плазме газового разряда // Химия плазмы / Под ред. Б. М. Смирнова. — М.: Энергоатомиздат, 1977. Вып. 4.
68. Яковленко С. И. Плазма для лазеров // Итоги науки и техники. Физика плазмы / Под. ред. В. Д. Шафранова. — М.: ВИНТИ, 1982. Т. 3. С. 57.
69. Осипов В. В. Самостоятельный объемный разряд // УФН. 2000. Т. 170. В. 3. С. 225.
70. Jodai Y., Imada G., Masuda W., Yatsui K. Observation of double pulse discharge for excimer laser excitation with gas flow // Proc. of 13th Intern. Conf. on High-Power Particle Beams (BEAMS 2000), Nagaoka, Japan, June 25–30, 2000. P. 1071.

71. *Imada G., Shinkai T., Masuda W., Yatsui K.* Influences of floating particles on high-pressure, pulsed glow discharge for excimer laser excitation // Proc. of 13th Intern. Conf. on High-Power Particle Beams (BEAMS 2000), Nagaoka, Japan, June 25–30, 2000. P. 1079.
72. *Basting D., Stamm U.* The development of excimer laser technology - History and future prospects // Z. Phys. Chem. 2001. V. 215, No.12. P. 1575.
73. *Denes L. J., Lowke J. J.* V – I characteristics of pulsed CO<sub>2</sub> laser discharges // Appl. Phys. Lett., 1973. V. 23, No.3. P. 130.
74. *Финкельнбург В., Меккер Г.* Электрические дуги и термическая плазма. — М.: ИИЛ, 1961.
75. *Месяц Г. А., Проскуровский Д. И.* Импульсный электрический разряд в вакууме. — Новосибирск: Наука, 1984.
76. *Мешков И. Н., Чириков Б. В.* Электромагнитное поле. — Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1987. Ч. 1.
77. *van der Mullen J. A. M.* Excitation equilibria in plasmas; a classification // Physics Reports. 1990. V. 191, No. 2&3. P. 109.
78. *Мак-Доналд А.* Сверхвысокочастотный пробой в газах. — М.: Мир, 1969.
79. *Делоне Н. Б.* Взаимодействие лазерного излучения с веществом. — М.: Наука, 1989.
80. *Качмарек Ф.* Введение в физику лазеров. — М.: Мир, 1981.
81. *Райзер Ю. П., Шнейдер М. Н., Яценко Н. А.* Высокочастотный емкостный разряд. — М.: Наука, 1995.
82. Действие излучения большой мощности на металлы / С. И. Анисимов, Я. А. Имас, Г. С. Романов, Ю. В. Ходыко — М.: Наука, 1998.
83. Взаимодействие лазерного излучения с металлами / А. М. Прохоров, В. И. Конов, И. Урсу, И. Н. Михэилеску — М.: Наука, 1988.
84. *Анисимов С. И., Лукьянчук Б. С.* Избранные задачи теории лазерной абляции // УФН. 2002. Т. 172. В. 3. С. 301.
85. *Елецкий А. В.* Углеродные нанотрубки и их эмиссионные свойства // УФН. 2002. Т. 172. В. 4. С. 401.
86. *Rosen D. I., Mitteldorf J., Kothandaraman A. N., Pirri A. N., Pugh E. R.* Coupling of pulsed 0.35- $\mu\text{m}$  laser radiation to aluminium alloys // J Appl. Phys. 1982. V. 53, No. 4. P. 3190.
87. *Li P., Lim D., Mazumder J.* Diagnostics of nanosecond dynamics of the plasma produced during KrF excimer laser ablation of zirconia in vacuum // J Appl. Phys. 2002. V. 92, No. 2. P. 666.
88. *Harilal S. S., Bindhu C. V., Tillack M. S., Najmabadi F., Gaeris A. C.* Plume splitting and sharpening in laser-produced aluminium plasma // J. Phys. D: Appl. Phys. 2002. V. 35, No. ? P. 2935.
89. *Lucatorto T. B., McIlrath T. J.* Efficient laser production of a Na<sup>+</sup> ground state plasma column: absorption spectroscopy and photoionization measurement of Na<sup>+</sup> // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 37, No. 7. P. 428.
90. *Measures R. M., Cardinal P. G.* Laser ionization based on resonance saturation – a simple model description // Phys. Rev. A. 1981. V. 23, No. 2. P. 804.
91. *Елецкий А. В., Зайцев Ю. Н., Фомичев С. В.* Кинетика образования и параметры фоторезонансной плазмы // ЖЭТФ. 1988. Т. 67. В. 5. С. 98.

92. *Касьянов В. А., Старостин А. Н.* Ионизация паров металлов резонансным излучением // *Химия плазмы* / Под ред. Б. М. Смирнова. — М: Энергоатомиздат, 1989. В. 16. С. 67.
93. *Леонов А. Г., Чехов Д.И., Старостин А. Н.* Механизм резонансной лазерной ионизации // *ЖЭТФ*. 1997. Т. 111. В. 4. С. 1274.
94. *Ахманов С. А., Никитин С. Ю.* Физическая оптика. — М.: Изд-во МГУ, 1998.
95. *Мэйтланд А., Дани М.* Введение в физику лазеров. — М.: Наука, 1978.
96. *Davis C. C.* Lasers and electro-optics. Fundamentals and engineering. — Cambridge University Press, 2000.
97. *Воропаев С. Г., Князев Б. А.* Регистрация атомов титана по резонансной флуоресценции, возбуждаемой азотным лазером // *Диагностика плазмы* / Под ред. М. И. Пергамента, М: Энергоатомиздат, 1986. В. 5. С. 211.
98. *Measures R. M., Drewell N., Cardinal P. G.* Electron- and ion-beam transportation channel formation by laser ionization based on resonance saturation – LIBORS // *J. Appl. Phys.* 1979. V. 50, No. 4. P. 2662.
99. *Tisone G. C., Bieg K.W., Dreike L.P.* // *Rev. Sci. Instrum.* 1990. V. 61, No. 1. Pt. 2. P. 562.
100. *Knyazev B. A.* Photoresonance plasma production by excimer lasers as a technique for anode-plasma formation // *Nucl. Instrum. Methods A.* 1998. V. 415, No. 3. P. 525.
101. *Либенсон М. Н.* Поверхностные электромагнитные волны оптического диапазона. // *Сорос. Образоват. журн.* 1996. В. 10. С. 92.
102. Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела: Сб. // Под. ред. В. М. Аграновича, Д. Л. Миллса — М.: Наука, 1985.
103. *Moisan M., Pantel R., Hubert J.* Propagation of a surface waves sustaining a plasma column at atmosphere pressure // *Contrib. Plasma. Phys.* 1990. V. 30, No. 2. P. 293.
104. *Zhelyazkov I., Atanassov V.* Axial structure of low-pressure high-frequency discharges sustained by travelling electromagnetic surface waves // *Phys. Reports.* 1995. V. 255, No. 2&3. P. 79.
105. *Benova E., Petrova Ts., Blagoev A., Zhelyazkov I.* Modelling of an axially inhomogenous microwave argon plasma column at a moderate pressure // *J. Appl. Phys.* 1998. V. 84, No. 1. P. 147.
106. *Petrova Ts., Benova E., Petrov G., Zhelyazkov I.* Self-consistent axial modelling of surface-wave-produced discharges at low and intermediate pressures // *Phys. Rev. E.* 1999. V. 60, No. 1. P. 875.
107. *Tatarova E., Dias F. M., Ferreira C. M.* On the axial structure of a nitrogen surface wave sustained discharge: theory and experiment // *J. Appl. Phys.* 1999. V. 85, No. 1. P. 49.
108. *Makashova K., Shivarova A.* Surface-wave-produced plasmas in a diffusion-controlled regime // *Phys. Plasmas.* 2001. V. 8, No. 3. P. 836.
109. *Henriques J., Tatarova E., Guerra V., Ferreira C. M.* Wave driven N<sub>2</sub>–Ar discharge. I. Self-consistent theoretical model // *J. Appl. Phys.* 2002. V. 91, No. 9. P. 5622.
110. *Ganachev I. P., Sugai H.* Production and control of planar plasmas for materials processing // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2002. V. 11, No. 3A. P. A178.

111. *Henriques J., Tatarova E., Dias F. M., Ferreira C. M.* Effect of gas heating on the spatial structure of a travelling wave sustained Ar discharge // *J. Appl. Phys.* 2001. V. 90, No. 10. P. 4921.
112. *Denysenko I. B., Gapon A. V., Azarenkov N. A., Ostrikov K. N., Yu M. Y.* Parameters and equilibrium profiles for large-area surface-wave sustained plasmas // *Phys. Rev. E.* 2002. V. 65, No. 4. P. 046419.
113. *Цытович В. Н.* Плазменно-пылевые кристаллы, капли и облака // *УФН.* 1997. Т. 167. В. 1. С. 57.
114. *Игнатов А. М.* Простейшая модель плазменно-пылевого облака // *Физика Плазмы.* 1998. Т. 24. В. 8. С. 731.
115. *Chutjian A.* Recent applications of gaseous discharges: dusty plasmas and upward-directed lightning // *Advances in atomic, molecular, and optical physics.* 2000. V. 43. P. 373.
116. *Mendlis D. A.* Progress in the study of dusty plasmas // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2002. V. 11, No. 3. P. A219.
117. *Boufendi L., Bouchoule A.* Industrial developments of scientific insights in dusty plasmas // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2002. V. 11, No. 3. P. A211.
118. *Демидов В. И., Колоколов Н. Б., Кудрявцев А. А.* Зондовые методы исследования низкотемпературной плазмы. — М.: Энергоатомиздат, 1996.
119. *Courteille C., Hollenstein Ch., Dorier J.-L., Gay P., Schwarzenbach W., Howling A. A., Bertran E. and Viera G., Martins R. and Macarico A.* Particle agglomeration study in rf silane plasmas: In situ study by polarization-sensitive laser light scattering // *J. Appl. Phys.* 1996. V. 80, No. 4. P. 2069.
120. *Garscadden A., Ganguly B. N., Haaland P. D., Williams J.* Overview of growth and behaviour of clusters and particles in plasmas // *Plasma Sources Sci. Technol.* 1994. V. 3, No. 3. P. 239.
121. *Hollenstein Ch.* The physics and chemistry of dusty plasmas // *Plasma Phys. Contr. Fusion.* 2000. V. 42, No. 1. P. R93.
122. *Chu J.H., Lin. I.* Direct observation of Coulomb crystals and liquids in strongly coupled rf dusty plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1994. V. 72, No. 25. P. 4009.
123. Импульсная генерация в инертных газах при давлении до одной атмосферы с накачкой пучком быстрых электронов / Г. Г. Долгов-Савельев, Б. А. Князев, Ю. Л. Козьминых, В. В. Кузнецов, А. М. Оришич // *Журн. прикл. спектроскопии.* 1970. Т. 12. В. 5. С. 930.
124. *Гудзенко Л. И., Яковленко С. И.* Плазменные лазеры. М.: Атомиздат, 1978.
125. *Melnikov S. P., Sinyanskii A. A.* Ultimate efficiency of nuclear-pumped gas lasers // *Laser and Particle Beams.* 1993. V. 11, No. 4. P. 645.
126. Многоканальный лазерный модуль на смесях благородных газов с ядерной накачкой / Патянин С. В., Лисенков А. В., Пикулев А. А. и др. // *Оптич. журн.* 2002. Т. 69. В. 7. С. 33.
127. *Brau C. A.* Electron distribution function in electron-beam-excited plasmas // *Appl. Phys. Lett.* 1976. V. 29, No. 1. P. 7.
128. *Tendler M. B.* Electron energy distribution in a high pressure gas discharge sustained by a high current electron beam // *Physica Scripta.* 1977. V. 15, No. 1. P. 59.
129. *Drawin H. W.* Zur formelmäßigen Darstellung der Ionisierungsquerschnitte gegenüber Elektronenstoß // *Zs. Phys.* 1961. V. 164, No. 5. P. 513.



130. *Каган Ю. М., Лягущенко Р. И., Хворостовский С. Н.* О распределении электронов по энергиям в полом катоде // ЖТФ. 1972. Т. 42, В. 8. Р. 1686.
131. *Крайнов В. П., Смирнов Б. М.* Излучательные процессы в атомной физике. — М.: Высшая школа, 1983.
132. *Davarpanah M., Goben C. A., Begley D.L., Griffith S.L.* Surface electromagnetic wave coupling efficiencies for several excitation techniques // Appl. Optics. 1976. V. 15, No. 12. P. 3066.
133. *Займан Дж.* Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1974.
134. *Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела. М.: Мир, 1979. Т. 1, 2.
135. *Jackson J. D.* Classical Electrodynamics. 3rd Edition. — John Wiley, 1998.
136. *Солитар Л., Уолш Д.* Лекции по электронным свойствам материалов. — М.: Мир, 1991.
137. *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. — М: Радио и связь, 1988.
138. *Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А.П.* Теория волн. — М: Наука, 1979.
139. *Френкель Я. И.* Электродинамика. Т. 2. — Л.; М.: ОНТИ, 1935.

# Алфавитный указатель

- абсолютно черное тело, 83
- абсорбция газа, 87
- адиабатическое приближение, 25
- адсорбция газа, 88
- атом
  - дебаевский, 253
  - томас-фермиевский, 253
- автоионизация, 51
- взаимодействие
  - поляризационное, 19
- возбуждение
  - электронным ударом, 72
- гаунт-фактор, 60, 62
- гипотеза
  - сильных столкновений, 28
  - ступенчатой активации, 28
- диффузия
  - коэффициент, 76
  - коэффициент диффузии
    - связанного электрона, 74
  - электронов
    - в энергетическом пространстве, 76, 111
- диссоциация
  - термическая, 21
- дуговой разряд
  - зажигание дуги, 198
- закон
  - Генри, 89
  - Кирхгофа, 83
  - Пашена, 150
- излучатель
  - планковский, 83
- излучение
  - циклотронное, 59
  - линейчатое, 59
  - объемное, 84
  - перенос излучения, 59
  - поверхностное, 84
  - рекомбинационное, 59
  - тормозное, 59, 60
  - вынужденное, 60, 230
  - запирание излучения, 84
- интеграл столкновений, 103, 104
  - упругих, 105
- интенсивность насыщения, 267
- инверсная заселенность, 231
- ионы
  - диффузия
    - коэффициент, 122
  - дрейфовая скорость, 122
  - комплексные, 122
  - молекулярные, 48
  - отрицательные, 45
- ионизация
  - ассоциативная, 48
  - многофотонная
    - селективная, 218
  - пеннинговская, 44
    - сечение, 45
  - поверхностная, 96
  - резонансная лазерная, 229
  - ударная, 40
    - сечение, 41
  - ударно-ассоциативная, 78
  - ударно-радиационная, 77
  - электронным ударом
    - частота, 127
    - скорость, 127
- ионизованный газ, 15
- ионный источник
  - пеннинговский, 181
- источник плазмы
  - магнетронный, 181
- катодные лучи
  - механический эффект, 178
- катодный слой, 169
- комплекс
  - активированный, 26
- константа

равновесия, 23  
 скорости реакции, 21  
   ионизации, 128  
   микроскопическая, 22  
   макроскопическая, 22  
 координата реакции, 27  
 коэффициент  
   газового усиления, 138  
   стехиометрический, 22  
   усиления промежутка, 138  
   Таунсенда  
     для СВЧ-пробоя, 214  
     энергетический, 123  
     первый, 128, 130  
     второй, 95, 97, 133  
   Эйнштейна, 63  
 кривая Пашена  
   универсальная, 153  
 критерий  
   Месси, 32  
 лавины  
   серия лавин, 138  
   электронные, 131, 136  
 лазер  
   на углекислом газе, 188  
   с накачкой электронным пучком, 257  
   с ядерной накачкой, 258  
   эксимерный, 188  
   электроионизационный, 258  
 метод переходного состояния, 26  
 модель Эллиса и Хауса, 114  
 неустойчивость  
   ионизационно-перегревная, 185  
   прилипательная, 190  
   страты, 191  
 область релаксации, 275  
 оже-нейтрализация  
   прямая, 93  
 оже-релаксация, 94  
 оптическая толщина, 83  
 осциллятор  
   классический  
     площадь, 65  
     сила осциллятора, 73  
     правило сумм, 66  
 падение  
   анодное, 169  
   катодное, 168  
 параметр  
   насыщения, 231  
   подобия  
      $E/p$ , 129  
      $pd$ , 151  
     Таунсенда, 121  
   черноты слоя, 84  
 переход  
   безызлучательный, 47  
   вынужденный, 60  
   излучательный, 47, 59  
   свободно-свободный, 59  
   свободно-связанный, 59  
   связанно-свободный, 59  
   связанно-связанный, 59  
   спонтанный, 60  
   столкновительный, 59  
 перенос  
   линейчатого излучения, 85  
   радиационный, 79  
   тормозного излучения, 84  
 перераспределение  
   излучения по частоте  
     полное, 80  
     частичное, 80  
 перезарядка, 39, 122  
   резонансная, 39  
 планатрон, 245  
 плазма, 16, 169, 176  
   высокотемпературная, 15  
   идеальная, 18  
   лазерная, 225  
   неравновесная, 19  
   нестационарная, 19  
   оптически толстая, 83, 84  
   оптически тонкая, 83, 84  
   пылевая, 225, 246  
     агломерация, 251  
     диссипативность, 249  
     квазижидкое состояние, 252  
     космическая, 246  
     кристаллизация, 253  
   поверхностная, 225  
   пространственно неоднородная, 20  
   равновесная, 19  
   силановая, 252  
   слабоионизованная, 17  
   создаваемая ПЭВ, 225

стационарная, 19  
 фоторезонансная, 225, 229  
 плазменный реактор, 179  
 площадь спектральной линии, 64  
 поверхностная э/м волна  
   генерация плазмы, 236  
   дисперсионное соотношение, 240  
   резонансная плотность, 236  
   фазовая диаграмма, 240  
 поверхностные плазмоны, 269  
 поверхностные поляритоны, 269  
 поверхностные э/м волны, 269  
 поверхность потенциальной энергии, 25  
 поглощение  
   вынужденное, 230  
   тормозное, 59, 63  
 положительный столб, 169, 176  
 потенциал  
   ионизации  
     эффективный, 129  
   плавающий, 246  
 преддиссоциация, 47  
 приближение  
   ближайшего соседа, 71  
   диффузионное, 74  
     модифицированное, 77  
   статическое, 71  
   статистическое, 71  
   ударное, 70  
 прилипание, 187  
 принцип  
   детального равновесия, 23, 177  
   минимума, 205  
   Франка—Кондона, 47  
 пробой  
   в переменном поле  
     нестационарный критерий, 217  
     параметры подобия, 209  
     стационарный критерий, 212  
   высокочастотный, 219  
   лазерный  
     низкопороговый, 225  
   лидерный, 159  
   напряжение пробоя, 147  
   оптический, 211, 216  
     порог, 217  
   СВЧ, 211  
   стримерный, 153  
   таунсендовский, 147  
 процесс  
   ступенчатый, 74  
 пространство  
   астроново, 168  
   катодное темное, 168  
   фарадеево темное, 169  
   энергетическое, 74  
 радиус  
   Вайскопфа, 71  
   дебаевский, 16, 247  
 распыление  
   физическое, 91  
   химическое, 91  
 равновесие  
   детальное, 20  
   локальное, 20  
 разряд  
   высокочастотный  
     емкостный, 223  
     индукционный, 220  
   диффузный, 188  
   дуговой, 195  
     каналовая модель, 205  
     катодные пятна, 201  
     нетермический, 165, 196  
     положительный столб, 202  
     равновесие столба, 206  
     с горячим катодом, 199  
     с накаливаемым катодом, 201  
     термический, 165, 196, 202  
     электродные струи, 206  
   контракция разряда, 187  
   коронный, 160  
     отрицательный, 161  
     положительный, 161  
   непрерывный оптический, 216  
   несамостоятельный, 164  
   пеннинговский, 181  
   поперечный, 188  
   с полым катодом, 180  
   самостоятельный, 164  
   темный, 147, 164, 165  
   тлеющий, 167  
     аномальный, 165, 174  
     затрудненный, 179  
     нормальный, 165, 173  
 реакции

сложные  
     каталитические, 24  
     параллельные, 24  
     с последовательными стадиями, 23  
     сопряженные, 24

реакция  
     бимолекулярная, 29  
     второго порядка, 21  
     квазирезонансная, 22  
     мономолекулярная, 29  
     первого порядка, 21  
     простая, 21  
     третьего порядка, 21

рекомбинация  
     диэлектронная, 51  
     диссоциативная, 48, 50, 188  
         коэффициент, 53, 54, 57  
     трехчастичная, 43, 76  
         коэффициент, 44  
     тройная, 188  
         коэффициент, 57  
     ударная, 42, 76  
         коэффициент, 43, 57  
     ударно-диссоциативная, 78  
     ударно-радиационная, 77

релаксация  
     вращательная, 32  
     колебательная, 34  
     объемного заряда, 184  
     поступательная, 32

ридберговские состояния, 67

свечение  
     анодное, 169  
     катодное, 168  
     отрицательное, 169

сечение  
     рассеяния  
         дифференциальное, 37  
         полное, 37  
         транспортное, 37

серфотрон, 238

серия лавин, 145

сила осциллятора, 65

скин-эффект  
     аномальный, 276  
     нормальный, 275

скорость дрейфа  
     приведенная, 134

сорбция газа, 88  
     физическая, 88  
     химическая, 88

спектральная линия  
     запертая, 86

контур  
     доплеровский, 68  
     лоренцовский, 64, 68  
     фойгтовский, 69

самообращение, 86

уширение  
     неоднородное, 80  
     однородное, 80  
     резонансное, 71

ширина  
     естественная, 64

сродство к электрону, 45

стабилизация  
     радиационная, 30  
     ударная, 30

столкновения  
     неупругие, 105  
     сильные, 71

страты, 191

стример  
     анодонаправленный, 154  
     катодонаправленный, 154

Таунсенд  
     (единица измерения), 122

теория  
     Друдэ, 273  
     размерностей  
         П-комплексы, 266  
         П-теорема, 209, 265

термокатоды, 98

Томсона  
     модель, 41, 78

точка Столетова, 130

тушение  
     электронным ударом, 72

уравнение  
     кинетическое, 103  
     Саха, 23  
     Фоккера—Планка, 76, 77  
     Чайльда—Ленгмюра, 99

уровень  
     автоионизационный, 53  
     ридберговский, 74, 76

усиление  
газовое, 133, 138  
лавинное  
статистика, 141

формула  
Крамерса, 62, 84  
Саха—Ленгмюра, 96  
Томсона, 76

фотоионизация  
многоквантовая, 218

функция распределения, 22, 255  
асимметричная часть, 106  
в молекулярном газе, 114  
Дрюйвестейна, 113  
максвеллизация, 188  
максвелловская, 112, 255  
Маргенау, 113  
по энергии, 255  
по скоростям, 255  
при возбуждении электронами, 119  
симметричная часть, 106  
электронов, 103

цена ионизации, 130

частота  
Вайскопфа, 71  
набора энергии, 213  
плазменная, 274, 275  
промышленная, 223  
столкновений  
эффективная, 37  
упругих столкновений, 37

электроны  
вторичные, 97  
дрейфовая скорость, 109  
подвижность, 121  
коэффициент, 121  
просвистывающие, 158

эмиссия  
автоэлектронная, 98, 195  
взрывная, 98  
ионно-электронная, 92  
кинетическая, 92  
коэффициент, 133  
потенциальная, 92  
термоавтоэлектронная, 98, 101, 195  
термоэлектронная, 98, 195  
фотоэлектронная, 97  
электрон-электронная, 97

энергия  
активации, 26, 89  
связи, 59

эффект  
Ноттингема, 101  
Рамзауэра, 37  
Шоттки, 200  
Штарка, 71

*Князев Борис Александрович*

## **НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА И ГАЗОВЫЙ РАЗРЯД**

Учебное пособие

Редактор С. Д. Андреева  
Оригинал-макет Б. А. Князева  
Подготовлен с помощью  
издательской системы LaTeX  
Подписано в печать 22.05.2003

Формат 60x84 1/16. Офсетная печать.  
Уч.-издат. л. 18,2. Тираж 250 экз.  
Лицензия ЛР №021285 от 6 мая 1998 г.

Редакционно-издательский центр НГУ  
630090, Новосибирск-90, ул. Пирогова, 2.

Отпечатано: Редакционно-издательский отдел  
Института ядерной физики им. Г.И. Будкера  
630090, Новосибирск-90, пр. Лаврентьева, 2.