

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 1

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $0, 1, i$  соответственно в точки  $\infty, 0, 1+i$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| > 1$  с выброшенными интервалами  $[-2, -1]$  и  $[1, +\infty)$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz - i\sqrt{3} \cos z + 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0, \infty, 1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 2

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $1, i, 0$  соответственно в точки  $\infty, 0, 1+i$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| < 1$  с выброшенными интервалами  $[-1, 0]$  и  $[\frac{1}{2}, 1]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz - i\sqrt{3} \cos z - 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arcctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0, \infty, 1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 3

1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $i$ ,  $0$ ,  $1$  соответственно в точки  $\infty$ ,  $0$ ,  $1+i$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| > 1$  с выброшенными интервалами  $[-2, -1]$  и  $[1, +\infty)$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(-i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz + i\sqrt{3} \cos z - 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0$ ,  $\infty$ ,  $1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 4

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $0, 1, i$  соответственно в точки  $\infty, 0, 1 - i$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| < 1$  с выброшенными интервалами  $[-1, 0]$  и  $[\frac{1}{2}, 1]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(-i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz + i\sqrt{3} \cos z + 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arcctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0, \infty, 1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 5

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $1, i, 0$  соответственно в точки  $\infty, 0, 1 - i$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| > 1$  с выброшенными интервалами  $(-\infty, -1]$  и  $[1, 2]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz - i\sqrt{3} \cos z + 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arcctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0, \infty, 1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 6

1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $i$ ,  $0$ ,  $1$  соответственно в точки  $\infty$ ,  $0$ ,  $1 - i$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| < 1$  с выброшенными интервалами  $[-1, -\frac{1}{2}]$  и  $[0, 1]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz - i\sqrt{3} \cos z - 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arcctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0$ ,  $\infty$ ,  $1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 7

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $1, 0, i$  соответственно в точки  $0, 1 + i, \infty$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| > 1$  с выброшенными интервалами  $(-\infty, -1]$  и  $[1, 2]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(-i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz + i\sqrt{3} \cos z - 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arcctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0, \infty, 1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 8

1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $0, i, 1$  соответственно в точки  $0, 1+i, \infty$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| < 1$  с выброшенными интервалами  $[-1, -\frac{1}{2}]$  и  $[0, 1]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(-i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz + i\sqrt{3} \cos z + 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arcctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0, \infty, 1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 9

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $i$ ,  $1$ ,  $0$  соответственно в точки  $0$ ,  $1+i$ ,  $\infty$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| < 1$  с выброшенным интервалом  $[-1, \frac{1}{2}]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz - i\sqrt{3} \cos z + 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arcctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0$ ,  $\infty$ ,  $1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 10

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $1, 0, i$  соответственно в точки  $0, 1 - i, \infty$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| < 1$  с выброшенным интервалом  $[-\frac{1}{2}, 1]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz - i\sqrt{3} \cos z - 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arcctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0, \infty, 1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 11

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $0, i, 1$  соответственно в точки  $0, 1 - i, \infty$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| < 1$  с выброшенным интервалом  $[-1, \frac{1}{2}]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(-i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz + i\sqrt{3} \cos z - 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0, \infty, 1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.

## Задание 1 (сдать до 8 октября)

### Вариант 12

#### 1. Стереографическая проекция.

(а) При каком условии точки  $z_1$  и  $z_2$  комплексной плоскости являются проекциями диаметрально противоположных точек сферы?

(б) Что нужно сделать со сферой, чтобы перевести прообраз каждой точки  $z$  в прообраз точки  $1/z$ ?

2. Найдите дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $i$ ,  $1$ ,  $0$  соответственно в точки  $0$ ,  $1 - i$ ,  $\infty$ . Задайте неравенствами и нарисуйте образ полосы  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}$  при этом отображении.

3. Найдите образ области  $|z| < 1$  с выброшенным интервалом  $[-\frac{1}{2}, 1]$  действительной оси при отображении функцией Жуковского. Найдите также  $g(-i)$ , где функция  $g(z)$  осуществляет обратное отображение.

4. Выясните, во что преобразуется сетка декартовых координат при отображениях  $w = \cos z$  и  $w = \operatorname{tg} z$ .

5. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{sh} iz + i\sqrt{3} \cos z + 1 = 0$$

и укажите ближайший из них к точке  $z = 0$ .

6. Докажите, что для любого значения  $\operatorname{Arctg} z$  можно подобрать такое значение  $\operatorname{Arctg} z$ , что их сумма равна  $\pi/2$ .

7. Выясните, допускает ли функция

$$f(z) = \operatorname{Ln} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$

выделение однозначных аналитических ветвей вблизи точек  $0$ ,  $\infty$ ,  $1$ .

8\*. Для любой пары окружностей на плоскости определим величину

$$\frac{d^2 - r^2 - R^2}{2rR},$$

где  $d$  это расстояние между центрами, а  $r$  и  $R$  это радиусы. Установите, в каких случаях она сохраняется при дробно-линейных преобразованиях.