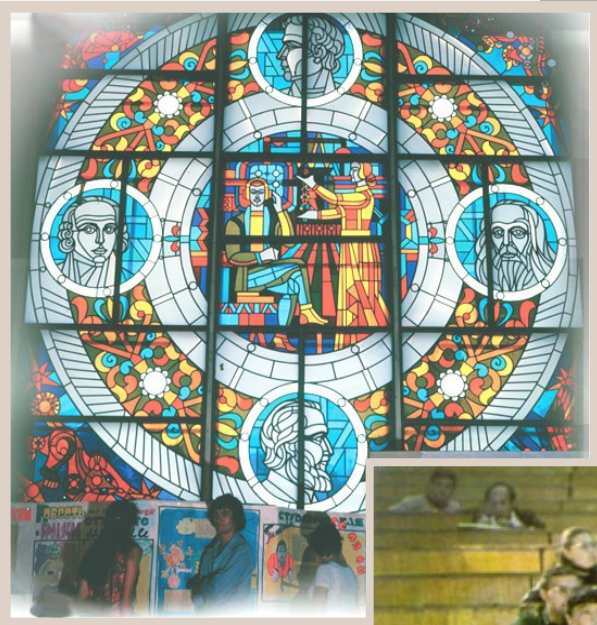




Введение в технику физического эксперимента

Лектор – проф. Пальчиков Евгений Иванович

ВТФЭ-2024

Науки, технологии и выживание человека в современном мире

Взаимоотношение науки и общества

Обработка данных, полученных в эксперименте

Пальчиков Евгений Иванович

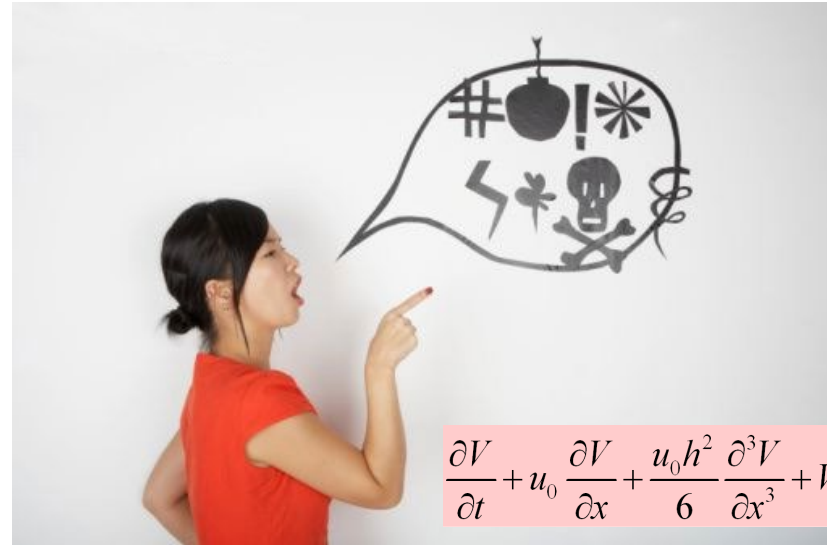
д.т.н., проф. НГУ, в.н.с. ИГиЛ

***Новосибирский Государственный университет
Сибирское Отделение Российской академии Наук***

План лекции

- Ещё раз о мотивации к изучению естественных наук
- Экспериментальный результат: как убедить себя и окружающих, что он правильный?
- Как вычислять ошибки измерений?
- Прямые и косвенные измерения, в чём разница?
- Как обращаться с выборкой данных?
- Что такое распределение случайной величины и какие распределения бывают?
- Аппроксимация экспериментальных результатов

Особенности восприятия окружающей действительности в младшем возрасте



$$\frac{\partial V}{\partial t} + u_0 \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{u_0 h^2}{6} \frac{\partial^3 V}{\partial x^3} + V \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

- Вторая сигнальная система (речь, письменность) в школьном и подростковом возрасте только формируется. Причем у разных людей с разной скоростью
- На первое место выступает первая сигнальная система (увидеть, услышать, потрогать, лизнуть)
- Абстрактное обобщение поступающих данных сильно ограничено
- Также ограничена способность самостоятельно сортировать поступающую новую информацию, раскладывая её по признакам, сопоставляя в пространстве, во времени и в различных ситуациях
- Неспособность быстро осваивать формальное представление научных данных, основанное на написании формул, произнесении речей и чтении текстов отнюдь не означает неспособности восприятия естественных наук – чаще всего у данного индивида медленнее формируется вторая сигнальная система
- Для многих первая сигнальная система остается главной на всю оставшуюся жизнь
- В условиях информационного взрыва человек остается в плену аудиовизуальной информации

Роль масс-медиа в естественно-научном образовании и популяризации науки

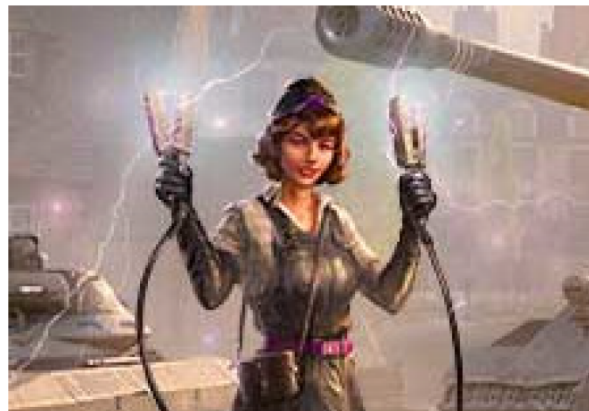
- Сила воздействия кино и телевидения на психику весьма высока. (см. Пелевин, Generation П, глава «Хомо запиенс», Исследования ИМББ СО РАМН по игровому компьютерному биоуправлению)
- **Посмотрите на человека, который смотрит телевизор. Он находится в состоянии легкого гипнотического транса.** Он не видит и не слышит – что творится вокруг него.
- Режиссеру не важно – соответствуют ли реальности показываемые действия – взрывы, низкие и высокие температуры, электрические разряды. Главное – захватить внимание зрителя.
- Особенно неправильно показывается все, что связано со взрывами, с высокими и низкими температурами, с электрическими разрядами



Влияние СМИ на физическое представление о мире

- Человек, увлеченный просмотром видео, находится в легком гипнотическом трансе; он абстрагирован от окружающей действительности
- Обычно режиссеры не гонятся за достоверностью демонстрируемых физических эффектов
- Всё совсем печально с демонстрацией взрывов, низких и высоких температур, электрических разрядов

Переполненность информацией делает человека «заложником первой сигнальной системы»



Вся проблема в том, что вторая сигнальная система формируется гораздо дольше

Взрыв «киношный» и реальный



Взрыв реальный



При взрыве человек если летает, то как правило фрагментами

Взрыв ГЧ ракеты Искандер – 480 кг



Взрыв торпеды



Распространение ударной волны

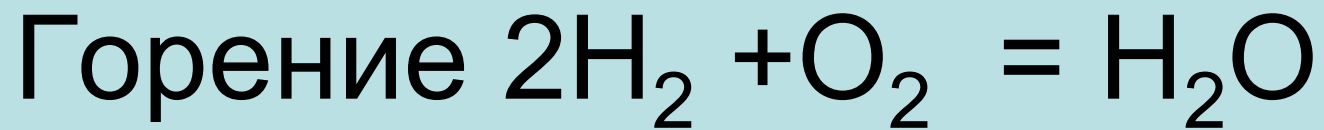


Детонация боеприпасов на складе. Пожар и взрывы.
Мощные локальные взрывы. Подсветка волны пожаром.

Распространение ударной волны



Объёмно детонирующий боеприпас. Усиление волны в облаке.
Дальнейшее распространение. Конденсация и испарение.



$T^\circ = 3000^\circ \text{C}$ $V_1 / V_0 = 10$ $v = 10 \text{ м/с}$ $t = 0,02 \text{ секунды}$

Роль кино, телевидения и Интернет в «изучении» естественных наук

- Полученные под гипнозом неправильные «кинознания» могут привести к неправильной реакции (действиям) у современного человека в критических ситуациях – вплоть до смертельных исходов.
- Значительное количество телепередач, журналов, статей о науке ведется и пишется специалистами-гуманитариями. Зачастую просто переводятся иностранные материалы (не всегда грамотно).
- В Интернете и в печатных изданиях количество неправильной информации превысило во много раз количество правдивой информации. Многие статьи написаны кем угодно – как грамотными, так и неграмотными людьми.
- Если пользоваться предсказаниями гадалки при постройке, например, двигателя самолета, то можно пострадать.



Тенденции современной цивилизации

1. Все меньшее количество людей становится занятыми в конкретной производственной сфере из-за возрастающей производительности.
2. Количество производственных сфер растет.
3. Все меньше тех людей, которые могут независимо воспроизвести технологию создания продукта или сам продукт.
4. Все меньшее число людей понимают – как работают устройства которыми они пользуются. Всё большее число людей склоняется к мистике, оккультизму. Многие шарлатаны этим пользуются и существуют на этом.
5. Увеличение контингента малограмотных людей без жизненно необходимых видов деятельности и безработных.

Незнание порождает беспокойство обывателя. Например – «Чем меня кормят?»

ПРИМЕРЫ

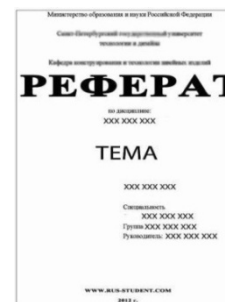
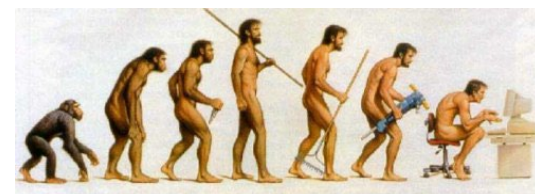
- Производство с/х продуктов. Ранее – более 50 % населения. Сейчас – менее 10%.
- Производство сотовых телефонов, авиационных двигателей – менее 20 тыс. человек на Земле знает, КАК их делать. И могут создать новые изделия. Это 1/400000 часть населения Земли. А пользуются телефонами и самолетами почти все.
- Производство чипов процессоров. Автомобилей. Самолётов. Энергии.
- Производство автомобилей < 1 млн. чел. 1/7000 населения.

Шумовые информационные потоки

- Наличие **шумовой информации** – дезинформации. Реклама
- Количество **неграмотной и просто ошибочной информации** в Интернет превышает количество грамотной (пример с трансформатором Тесла в Википедии)
- Кинопродукция** – откровенно дезинформативна, **не имеет связи с реальными процессами** и создает неправильное представление об окружающей человека среде (пример – взрывы, жидкий азот, опасность напряжения, радиация). Именно кинопродукция создает неправильный (нереальный) базис представлений об окружающей действительности. Это ведет к неадекватной реакции людей на события их окружающие (что иногда является опасным для жизни, иногда приводит к неудачам в деятельности человека)
- Курсы связанные с естественнонаучными знаниями**, читаемыми в школе и университетах **сокращаются и выводятся из списка обязательных**. Аналогия – дать всем по автомобилю, не обучать езде, не делать обязательной сдачу экзаменов на права, и частично убрать знаки и светофоры с дорог.
- Доступ к значительной части НЕОБХОДИМОЙ для жизнедеятельности информации становится платным.
- Люди становятся все менее грамотными в естественных науках, а окружающая среда – более сложной**



Yandex



Заблуждения обывателей связанные с наукой

Обыватель путает науку с техникой и технологией

«Настоящая передовая наука должна приносить прибыль»

«Ракеты падают – виноваты ученые»

«Новые открытия в науке тут же используется»

Штампы

- Почти все «научные новинки» современности – результат реальных научных открытий примерно 50-летней давности
- Переход Фредерикса в ЖК открыт в 30-х годах 20-го века
- Полевой транзистор изобретен в 60-х, а промышленно изготовлен в начале 70-х.
- Органические полупроводники в основном исследованы в 70-х

Реальность

Новости науки в Google news состоят почти полностью из «Космоса» и «Компьютеров»

- Значительная часть настоящих научных открытий недоступна в момент открытия пониманию и осмыслению для 99% человечества
- Через 50 лет 90% человечества пользуется многими из этих открытий, не догадываясь об этом, либо догадываясь, но не понимая «как оно работает». **Итог – «Инновации», «чудо»**

Переход Фредерикса. 1925 -1930 гг.

Переориентация структуры нематика под действием внешнего электрического поля имеет пороговый характер.

Для перехода необходимо чтобы диэлектрическая анизотропия нематика

$$\Delta\epsilon = n_{\parallel}^2 - n_{\perp}^2$$

была положительна, а напряжение поля в зазоре ячейки превосходило критическое поле

$$E_c = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{4\pi k}{\Delta\epsilon}}$$

k - модуль упругости нематика, L -толщина зазора ячейки

Т.е. пороговое напряжение не зависит от ширины зазора.

$$U_c = E_c \cdot L = \pi \sqrt{\frac{4\pi k}{\Delta\epsilon}}$$

Время обратной перестройки структуры нематика

$$\tau = \frac{\gamma L^2}{U_c(U - U_c)} \quad \text{где } \gamma - \text{вязкость нематика}$$

Разобранный выше переход Фредерикса, в котором в отсутствии поля нематик с $\Delta\epsilon > 0$ образует планарную текстуру, а при наложении а при наложении поля переходит в гомеотропную, называют

S-эффектом.



ФРЕДЕРИКС Всеволод Константинович
(29.IV.1885 – 6.I.1944) –
русский и советский физик.

Кому были нужны переходы в жидких кристаллах под действием электрических полей в 1925 -1930 годах ?

Сейчас каждый житель планеты смотрит в ЖК - экраны

Объекты созданные человеком и сам человек могут двигаться со скоростью метеорита

Фундаментальное научное достижение конца 19, начала 20-го века

И.В. Мещерский, К.Э. Циолковский, Кондратюк-Шаргей,
А.А. Штернфельд – теоретики космонавтики

Формула
Циолковского

Движение тел
с переменной
массой

А что сделал Королёв?

$$v_1 = v_0 + u \cdot \ln\left(1 + \frac{m_T}{m_K}\right)$$

Интервал открытие - использование

В начале 20-го века вряд ли один из
тысячи мог понять этот
фундаментальный результат.

Сейчас – вряд ли один из ста.

Но все пользуются спутниковой
навигацией, телевидением и связью.

Кроме того –

Объекты созданные человеком
и сам человек могут двигаться
со скоростью метеорита

Понадобилось 60 лет

г. Чик новосибирской области, Побывавший в космосе
спускаемый модуль космического корабля «Восток»

Важность правильной подачи информации

Как пишутся научные новости



- Обычно журналисты, чиновники и обыватели считают, что можно всегда понять новый научный результат
- В отличие от масс-медиа журналов, в редколлегиях научных журналов находятся ученые
- Они, тем не менее, не считают, что могут понять и оценить все, что написал автор
- Статьи посылаются на рецензию нескольким более узким специалистам, которые могут проверить данные, либо сами получали что либо похожее
- Только после положительных отзывов и исправления найденных ошибок статья публикуется
- В редколлегиях всех научных журналов и у всех рецензентов признаком грамотности и надежности статьи считается правильная обработка данных и их правильное представление

- Этим мы далее и займемся

Погрешности измерения (ошибки измерения)

- Допустим, мы провели измерение некоторой величины x
- Результат измерения – $x_{\text{изм.}}$
- Истинное значение величины X мы никогда не знаем
- Определим погрешность измерения как $\delta x = x_{\text{изм.}} - X$
- ! В реальности мы не определяем, а *оцениваем* погрешность δx
- Тогда результат измерения величины x записывается как:

$$x = x_{\text{изм.}} \pm \delta x$$

P.S. Иногда бывает удобно говорить не об абсолютной погрешности δx , а об отношении $\varepsilon = \frac{\delta x}{x}$ – относительной погрешности.

Погрешность косвенных измерений. Сложение ошибок.

Простейшие правила сложения (верхняя оценка)

Зависимость

Абсолютная погрешность

Относительная погрешность

Функция $q(x,y)$

$$q = x \pm y$$

$$\delta q = \delta x + \delta y$$

$$\frac{\delta q}{|q|} = \frac{\delta x + \delta y}{|x \pm y|}$$

$$q = xy$$

$$\delta q = \frac{\partial q}{\partial y} \delta y + \frac{\partial q}{\partial x} \delta x = x \delta y + y \delta x$$

$$\frac{\delta q}{|q|} \approx \frac{\delta x}{|x|} + \frac{\delta y}{|y|}$$

$$q = \frac{x}{y}$$

$$\delta q = \frac{x \delta y + y \delta x}{y^2}$$

$$\frac{\delta q}{|q|} \approx \frac{\delta x}{|y|} + \frac{\delta y}{|x|}$$

$$q = x^n$$

$$\delta q = nx^{n-1} \delta x$$

$$\frac{\delta q}{|q|} \approx n \frac{\delta x}{|x|}$$

(измеренное значение q) = $q_{\text{наилучшее}} \pm \delta q$

Далее записываем результат косвенного измерения $q = q(x,y) \pm \delta q$ $\delta q, \delta x, \delta y > 0$

Сложение ошибок независимых косвенных измерений

Если исходные погрешности независимы и случайны , то более реалистично складывать их квадратично

$$q = x + y$$

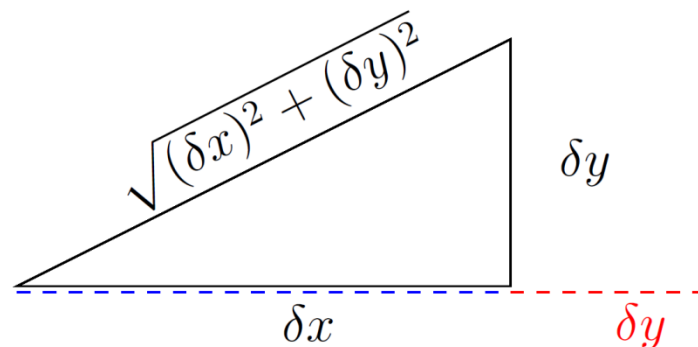
$$\Delta q = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2}$$

Очевидно выполняется неравенство :

$$\sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2} < |\delta x| + |\delta y|$$

реалистичный верхний

пределы ошибок



В общем случае для более сложных зависимостей неравенство можно записать так :

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x} \delta x\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial q}{\partial y} \delta y\right)^2} < \left|\frac{\partial q}{\partial x}\right| \delta x + \dots + \left|\frac{\partial q}{\partial y}\right| \delta y$$

Вычисление статистических параметров для независимых косвенных измерений

Для случая, когда измеряемая величина q является функцией независимых измеряемых величин $x \dots y$:

$$q = f(x, \dots, y)$$

Если определённые по данным измерений среднеквадратические ошибки малы по сравнению с измеряемыми величинами, а

$$\bar{q} = f(\bar{x}, \dots, \bar{y})$$

то можно пользоваться вычислениями в дифференциальной форме:

$$\sigma_q = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y\right)^2}$$

Взвешивание результатов

- Допустим, что величина x измерялась в двух сериях экспериментов

1: Измерили n_1 раз и получили значение $x_1 \pm \sigma_1$

2: Измерили n_2 раз и получили значение $x_2 \pm \sigma_2$

А где указание на то,
что ошибки разные?

- Простейшая оценка взвешенного результата: $\bar{x}_{\text{взв.}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2}{n_1 + n_2}$
- Если хотим учесть ошибки, то считаем с помощью статистических весов:

$$\bar{x}_{\text{взв.}} = \frac{x_1/\sigma_1^2 + x_2/\sigma_2^2}{1/\sigma_1^2 + 1/\sigma_2^2}, \text{ где } \frac{1}{\sigma_i} - \text{статистический вес}$$

- СКО для полученного значения: $\sigma_{\bar{x}_{\text{взв.}}} = \sqrt{\frac{\sum_i 1/\sigma_i^2 (\bar{x}_{\text{взв.}} - x_i)^2}{1/\sigma_i^2}}$

Взвешивание результатов

Объединение результатов измерений, полученных в разное время различными методами на разных установках (самый общий случай)

Простейшая оценка :

$$\bar{x}_{\text{сз}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2}{n_1 + n_2}$$

Статистический вес в случае нормальных (Гауссовых) распределений ошибок :

$$g_k = \frac{1}{\sigma_k^2}$$

Оценка с учётом статистических весов (в общем случае) :

$$\bar{x}_{\text{сз}} = \frac{\sum_{k=1}^n g_k \bar{x}_k}{\sum_{k=1}^n g_k} = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{\bar{x}_k}{\sigma_k^2}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sigma_k^2}}$$

Оценка СКО среднего взвешенного :

$$\sigma_{\text{сз}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n g_k (\bar{x}_k - \bar{x}_{\text{сз}})^2}{(n-1) \sum_{k=1}^n g_k}}$$

Отбрасывание данных

Критерий Шовене : Если ожидаемое число измерений, столь же плохих, как и подозрительный результат меньше, чем $\frac{1}{2}$, то подозрительный результат следует исключить.

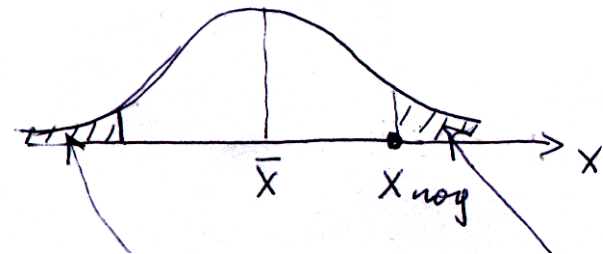
Как считается число измерений n_{nl} которые будут хуже, чем x_{nod} :

$$n_{nl} = N \cdot P(\text{вне интервала} \mid x_{nod} - \bar{x} \mid)$$

Где P – суммарная вероятность получить результат такой же или ещё хуже
 N – число членов выборки.

Если $n_{nl} < \frac{1}{2}$, то x_{nod} отбрасываем.

Процедура проводится только один раз!



!! – площади под кривой суммируются с **обеих** сторон

Средний радиационный фон



- Слева бытовой дозиметр, справа профессиональный
- Профессиональный работает от одной батарейки полгода при температуре от -50 до +50 градусов и пишет постоянно непрерывно все данные автономно во внутреннюю память. Допускает жидкостную деактивацию от радионуклидов. Сброс данных на компьютер.
- Бытовой – прямопоказывающий.
- $1 \text{ Зв} \approx 100 \text{ Р}$. За год человек получает примерно $0,5 \text{ Р} \approx 5 \text{ мЗв}$. Половину из космоса, половину от окружающих предметов и себя самого. Космонавты за год на МКС получают от 70 до 100 Р.

Распределение Пуассона

Пусть ν - реально измеряемое при распаде число электронов или α -частиц в заданный интервал времени. Или прилетающих на детектор γ -квантов радиационного фона. Или число капель воды, капающее из крана. Распределение Пуассона показывает, какова вероятность получить задуманное число событий в данном интервале времени :



$$P\left(\nu_{\text{отсчётов за 1 сек}}\right) = P_{\mu}(\nu) = e^{-\mu} \frac{\mu^{\nu}}{\nu!}$$



где $\mu > 0$ параметр, показывающий ожидаемое число событий за рассматриваемый интервал времени. $\Delta \nu$ - не погрешность, а скорее свойство распадающегося вещества.

$\mu = \bar{\nu}$ - среднее число событий при многократном повторении эксперимента

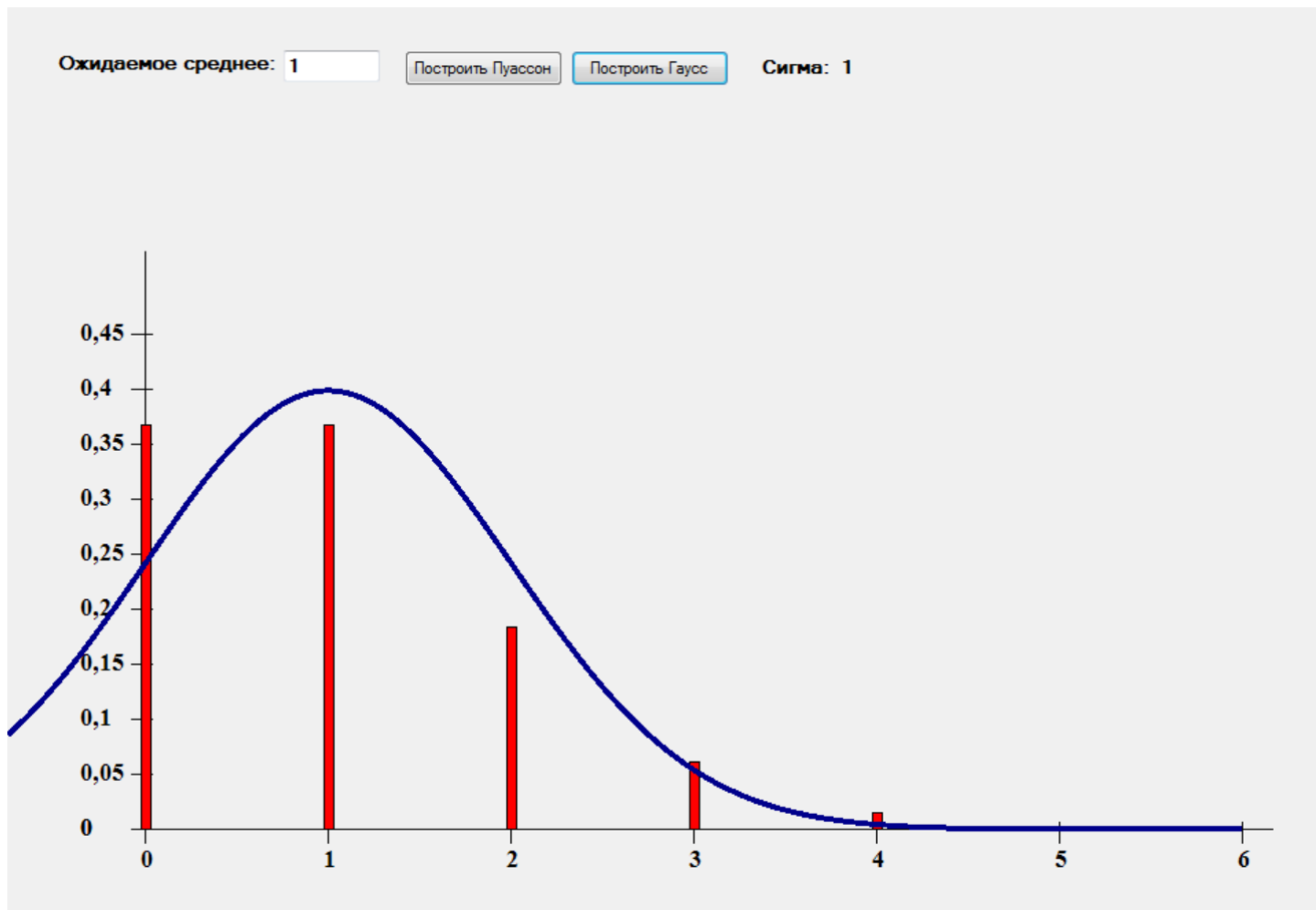
При $\mu \rightarrow \infty \Rightarrow P_{\mu}(\nu) \approx f_{X,\sigma}(\nu)$

стремится к нормальному распределению Гаусса

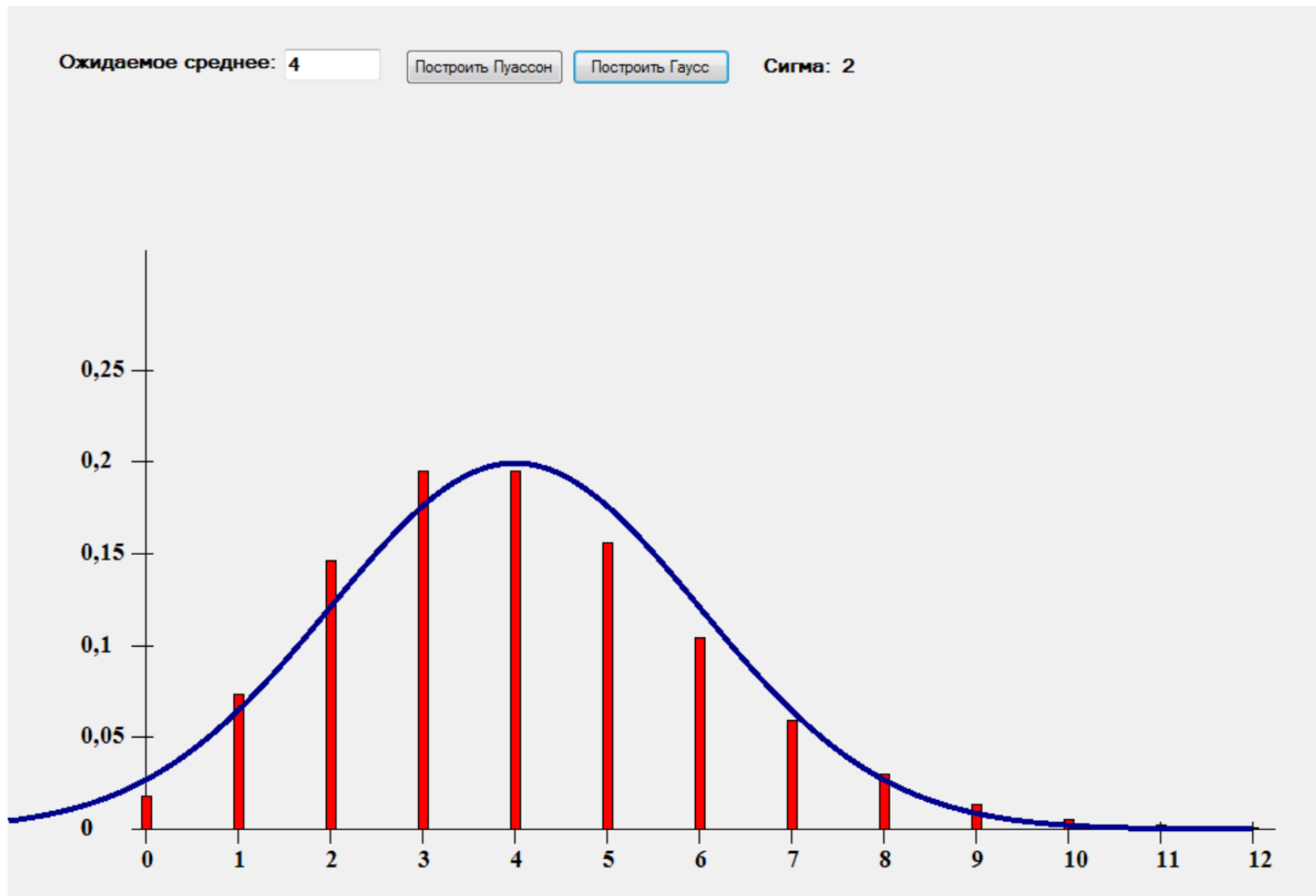
с параметрами

$$X = \mu \quad \sigma = \sqrt{\mu}$$

Распределение Пуассона $\mu = 1, \sigma = 1$.
Меньше нуля результатов не может быть. Но могут быть сколь угодно
большие – правда с малой вероятностью

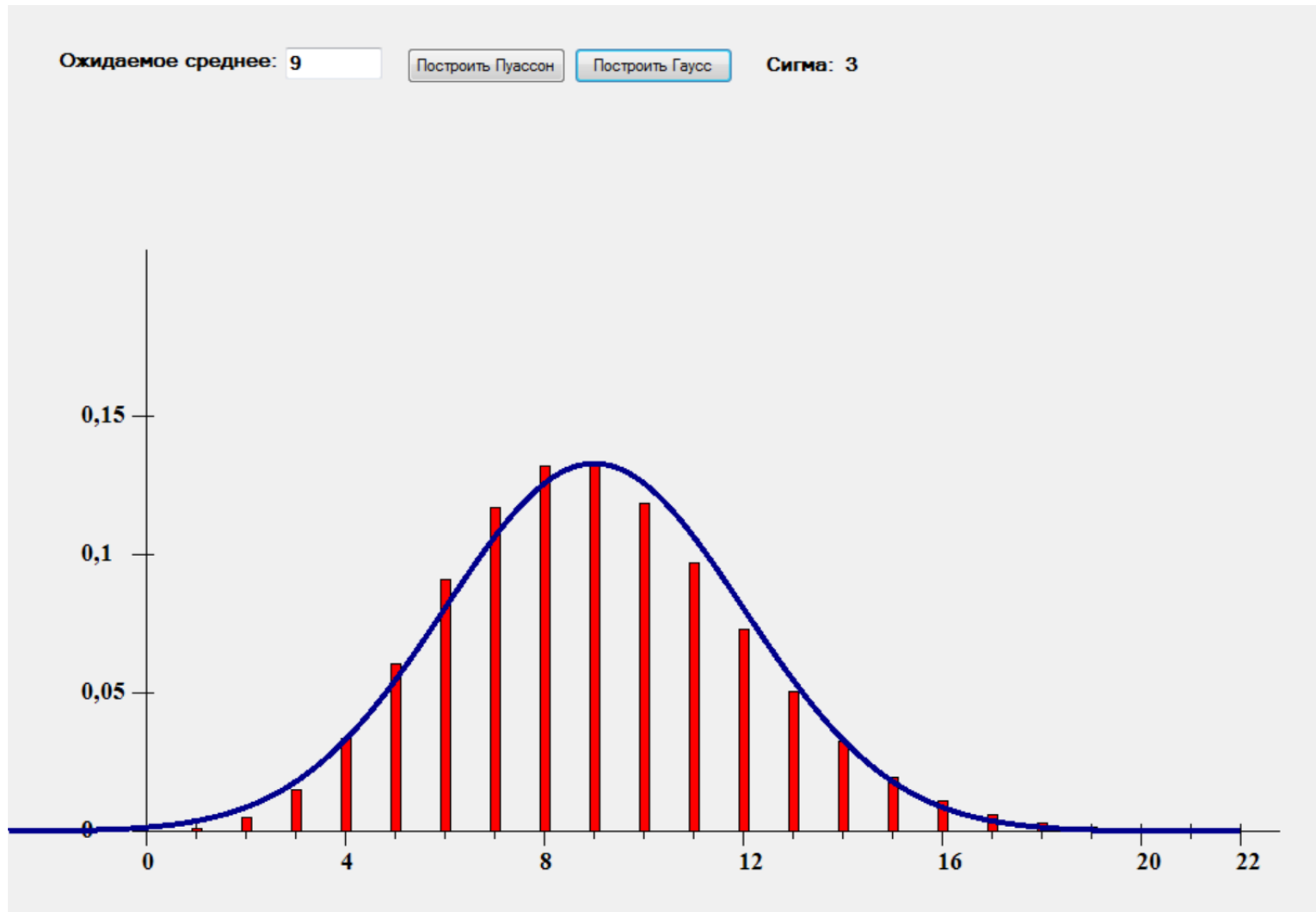


Распределение Пуассона $\mu = 4$, $\sigma = 2$. Меньше нуля результатов не может быть.



Распределение Пуассона $\mu = 9, \sigma = 3$

При больших μ распределение стремится к Гауссовому



Биномиальное распределение

Пусть P – вероятность появления результата A в одном испытании.

Вероятность того, что A произойдёт ν раз в n испытаниях описывается как

$$P(\nu_{\text{успехов}} \text{ в } n_{\text{испытаниях}}) = \binom{n}{\nu} P^{\nu} (1 - P)^{n-\nu} = \frac{n!}{\nu! (n - \nu)!} P^{\nu} (1 - P)^{n-\nu}$$

Среднее значение $\tilde{\nu} = np$ (если много раз повторяем серии из n измерений)

При $n \rightarrow \infty$ и $p = \text{const} \Rightarrow$ переходит в нормальное Гауссово, при этом $\sigma_{\nu} = \sqrt{np(1-p)}$

При $n \rightarrow \infty$ и $np = \text{const} \Rightarrow$ переходит в Пуассоновское, при этом $np = \mu$



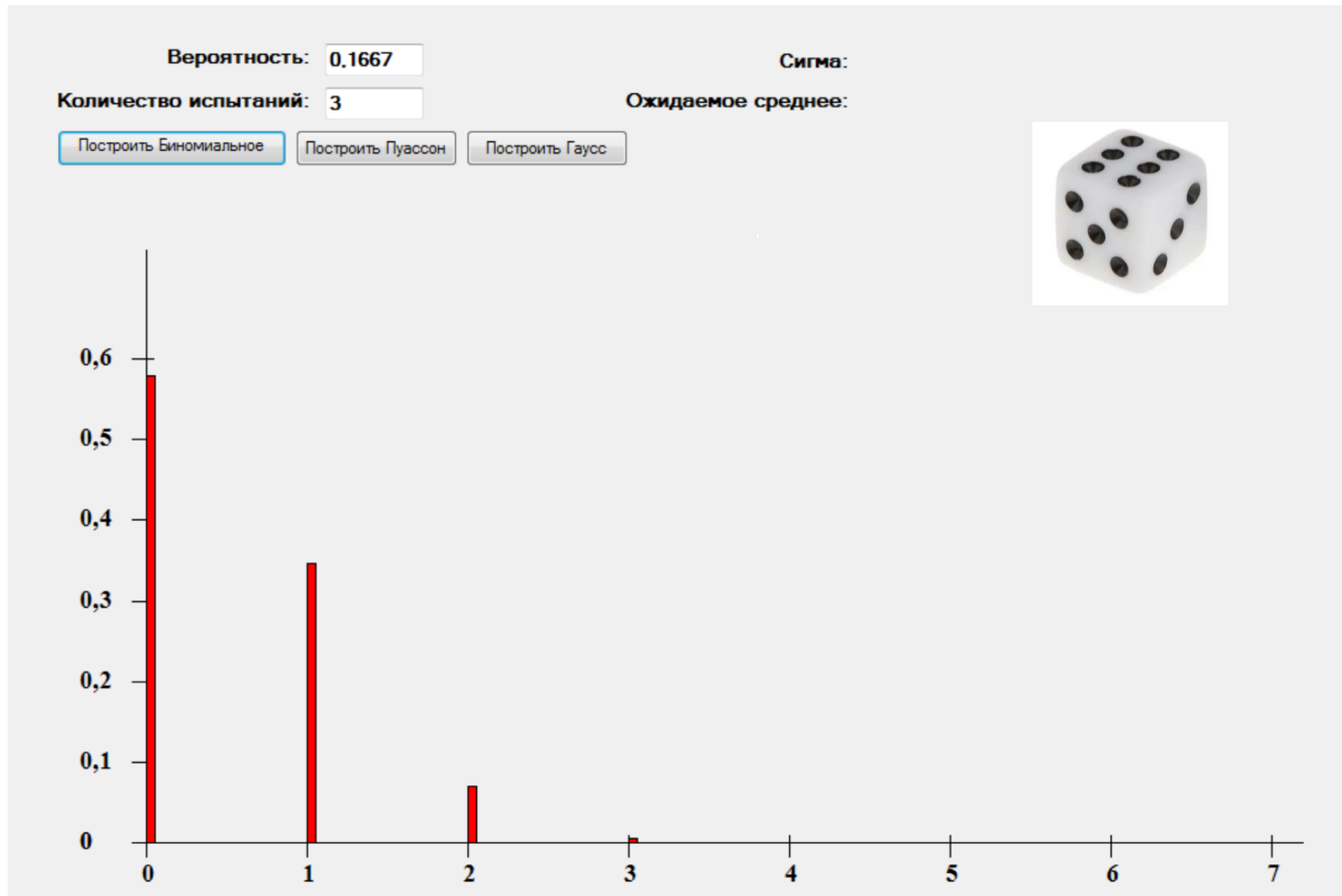
Биномиальное распределение

- Вероятность иметь ровно k успехов в n испытаниях
- $\mathcal{P}$ - вероятность успеха в одном испытании
- $P(k \text{ успехов в } n \text{ испытаниях}) = C_n^k \mathcal{P}^k (1 - \mathcal{P})^{n-k} =$

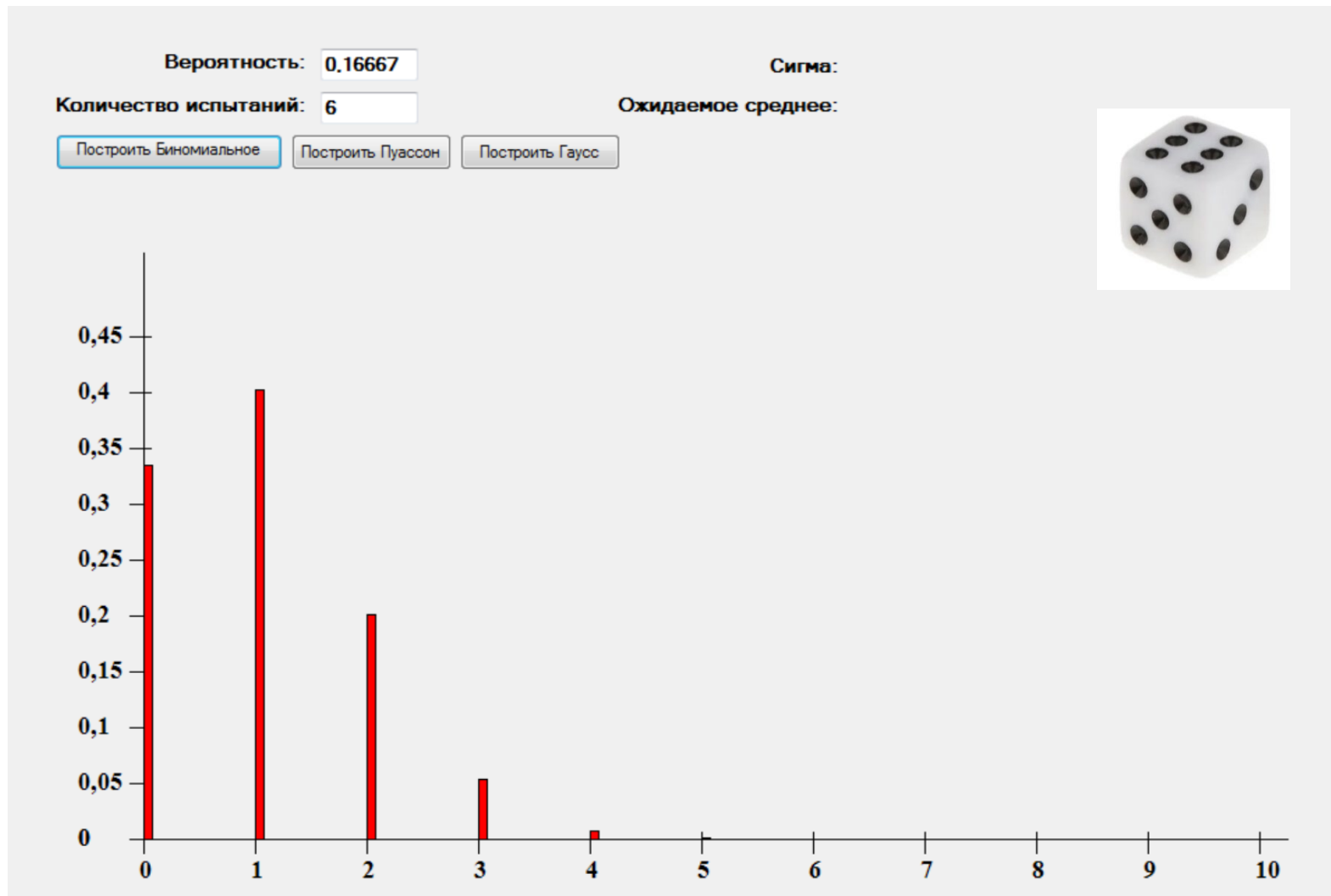
$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} \mathcal{P}^k (1 - \mathcal{P})^{n-k}$$

- Определяется двумя параметрами: $n, \mathcal{P}$
- Среднее значение $\bar{n} = n\mathcal{P}$
- * Если $\mu \rightarrow \infty, \mathcal{P} = \text{const}$,
то $\text{Bin}(n, \mathcal{P}) \rightarrow \text{Гаусс с } \sigma = \sqrt{n\mathcal{P}(1 - \mathcal{P})}$
- * Если $\mu \rightarrow \infty, n\mathcal{P} = \text{const}$
то $\text{Bin}(n, \mathcal{P}) \rightarrow \text{Пуассон } \mu = n\mathcal{P}$

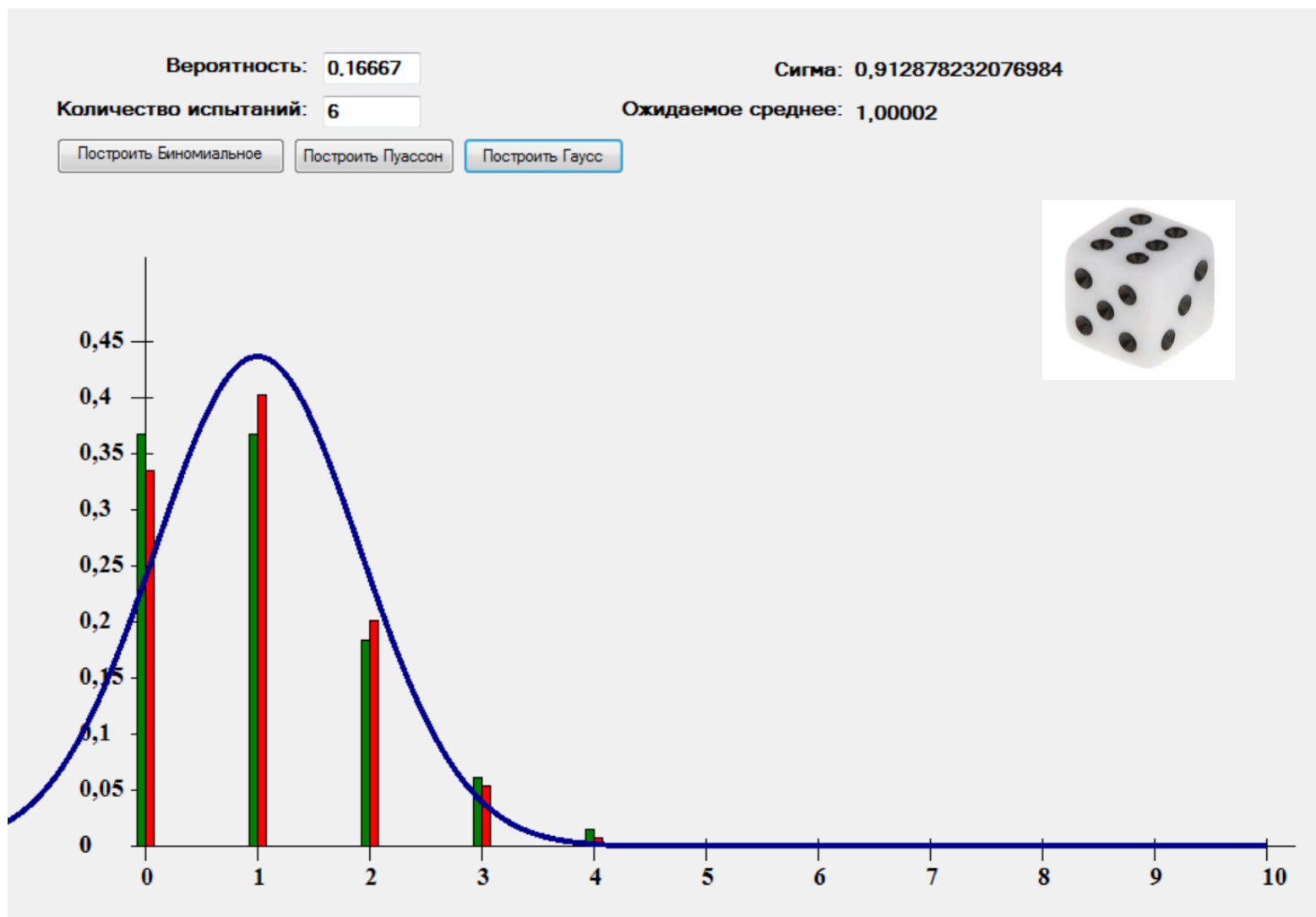
Биномиальное распределение. Игральную кость бросают 3 раза. Задумали одно число. Сколько раз выпадет. Менее 0 и больше 3 результатов нет.



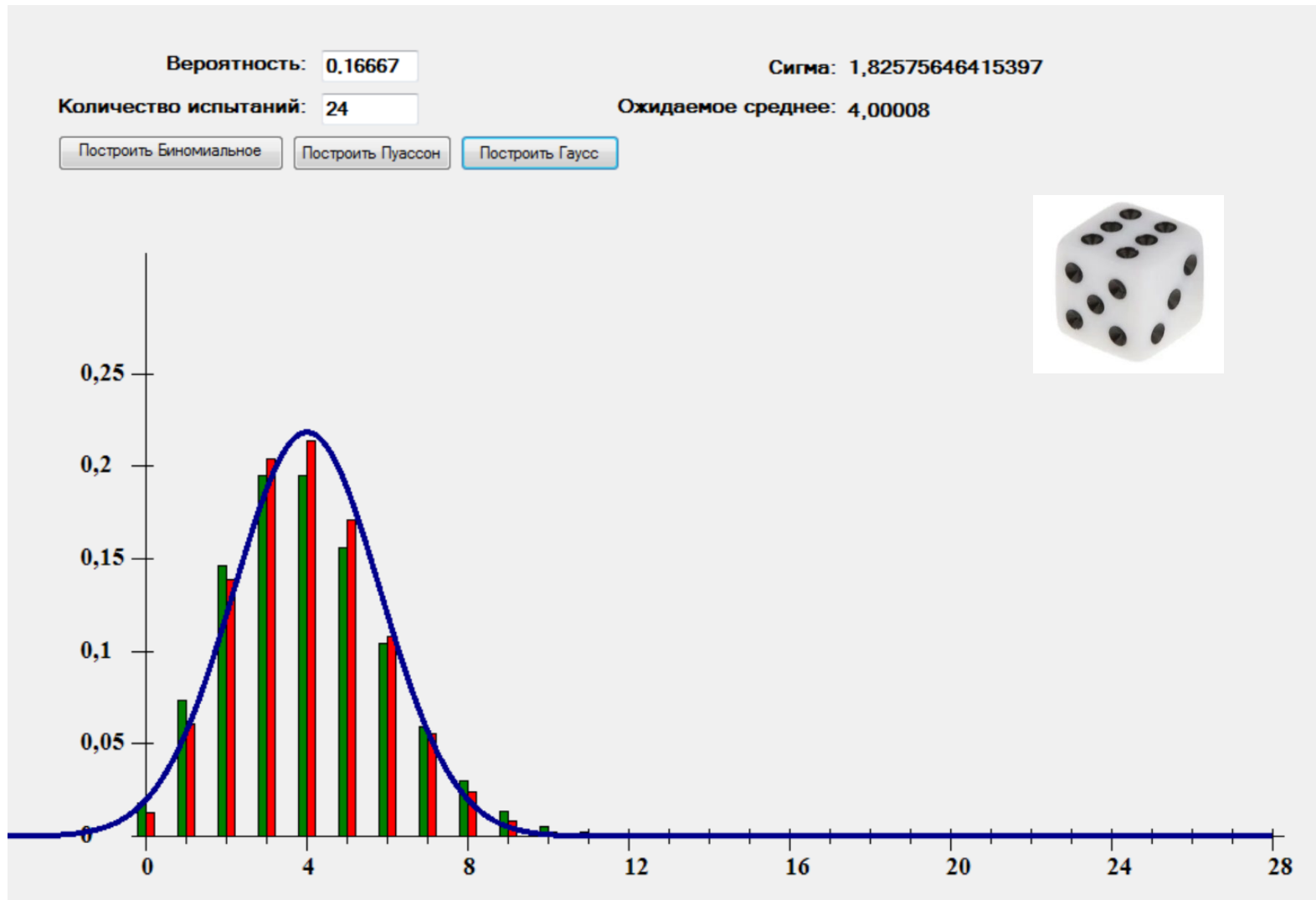
Биномиальное распределение. Игральную кость бросают 6 раз. Задумали одно число. Сколько раз выпадет. Меньше 0 и больше 6 результатов нет.



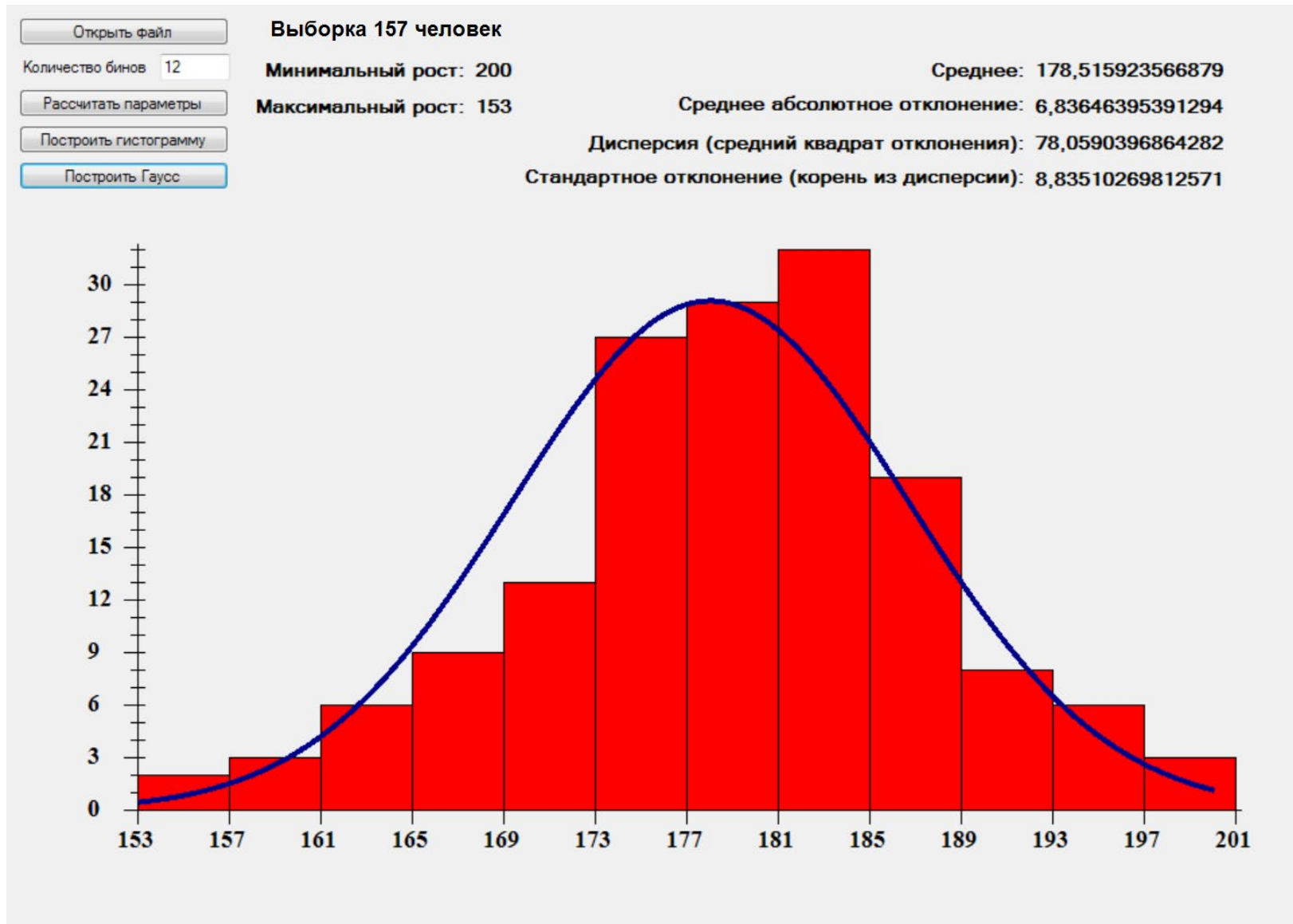
Биномиальное распределение. Игральную кость бросают 6 раз.
Приближение распределением Пуассона (зел) и Гауссовым (син)



Биномиальное распределение. Загадали число. Игральную кость бросают 24 раза. Сколько раз выпадет. Приближение распределением Пуассона (зел) и Гауссовым (син)



Рост 2024. 12 бинов



Рост 2024. 24 бина

Открыть файл

Количество бинов 24

Рассчитать параметры

Построить гистограмму

Построить Гаусс

Выборка 157 человек

Минимальный рост: 200

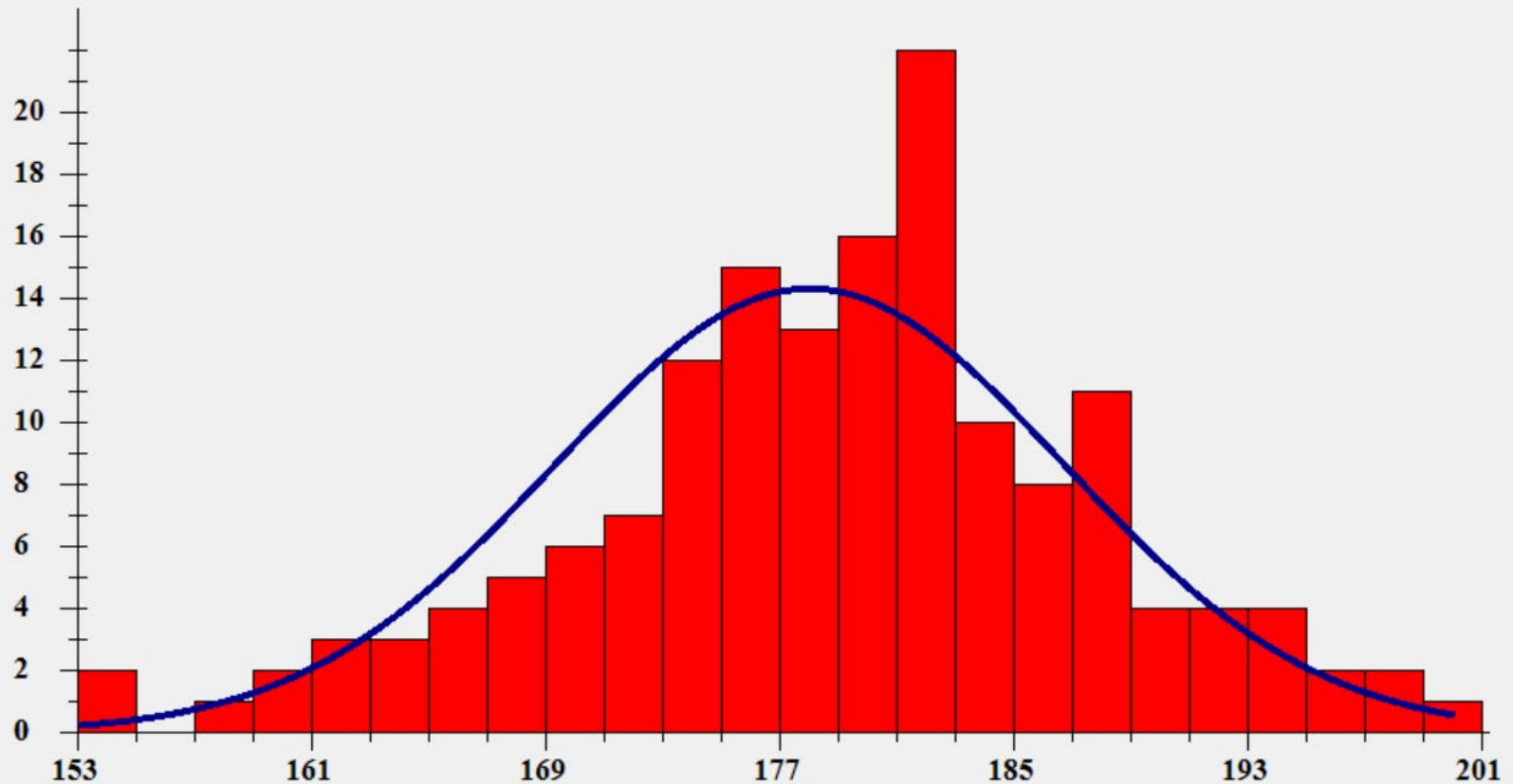
Максимальный рост: 153

Среднее: 178,515923566879

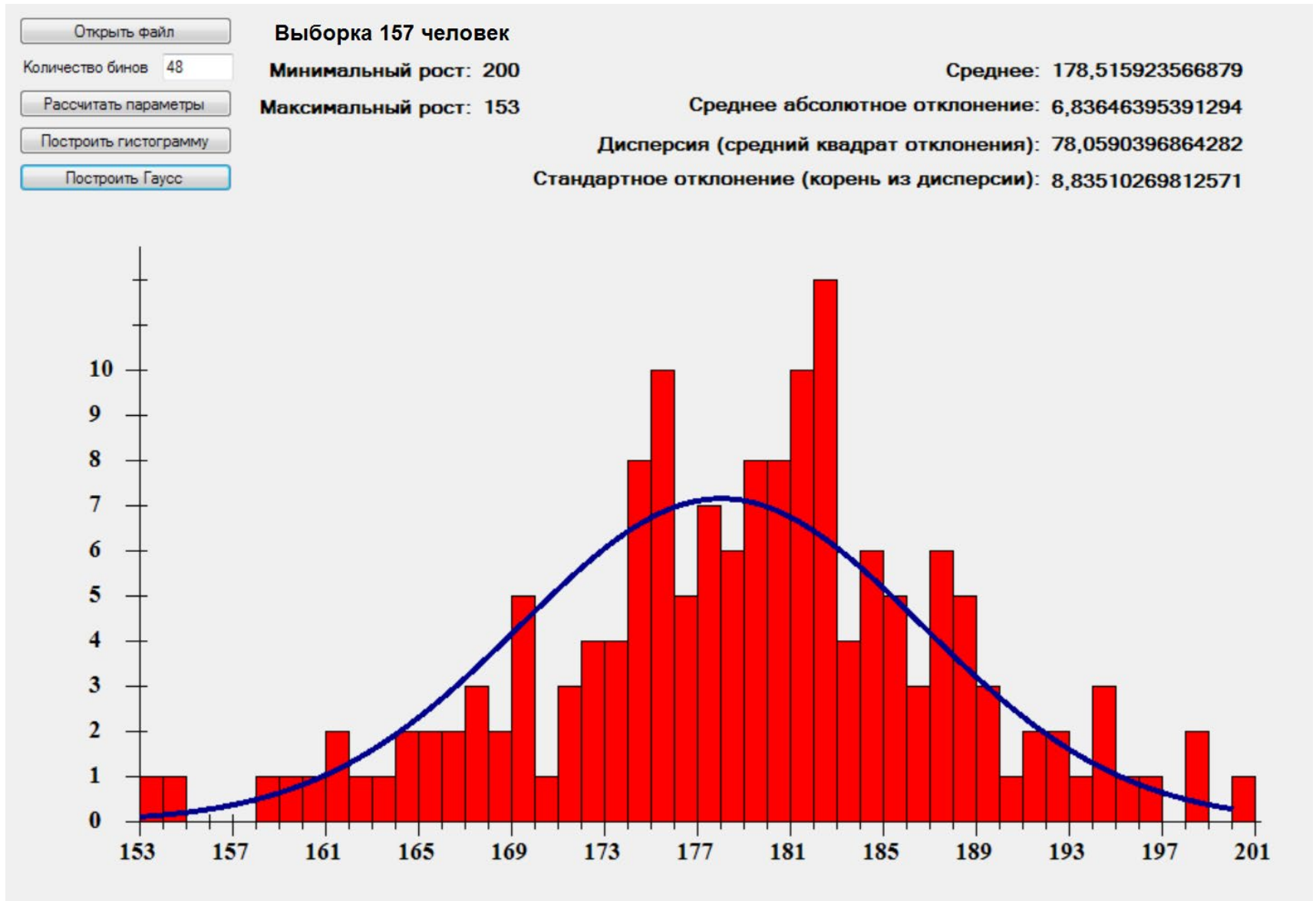
Среднее абсолютное отклонение: 6,83646395391294

Дисперсия (средний квадрат отклонения): 78,0590396864282

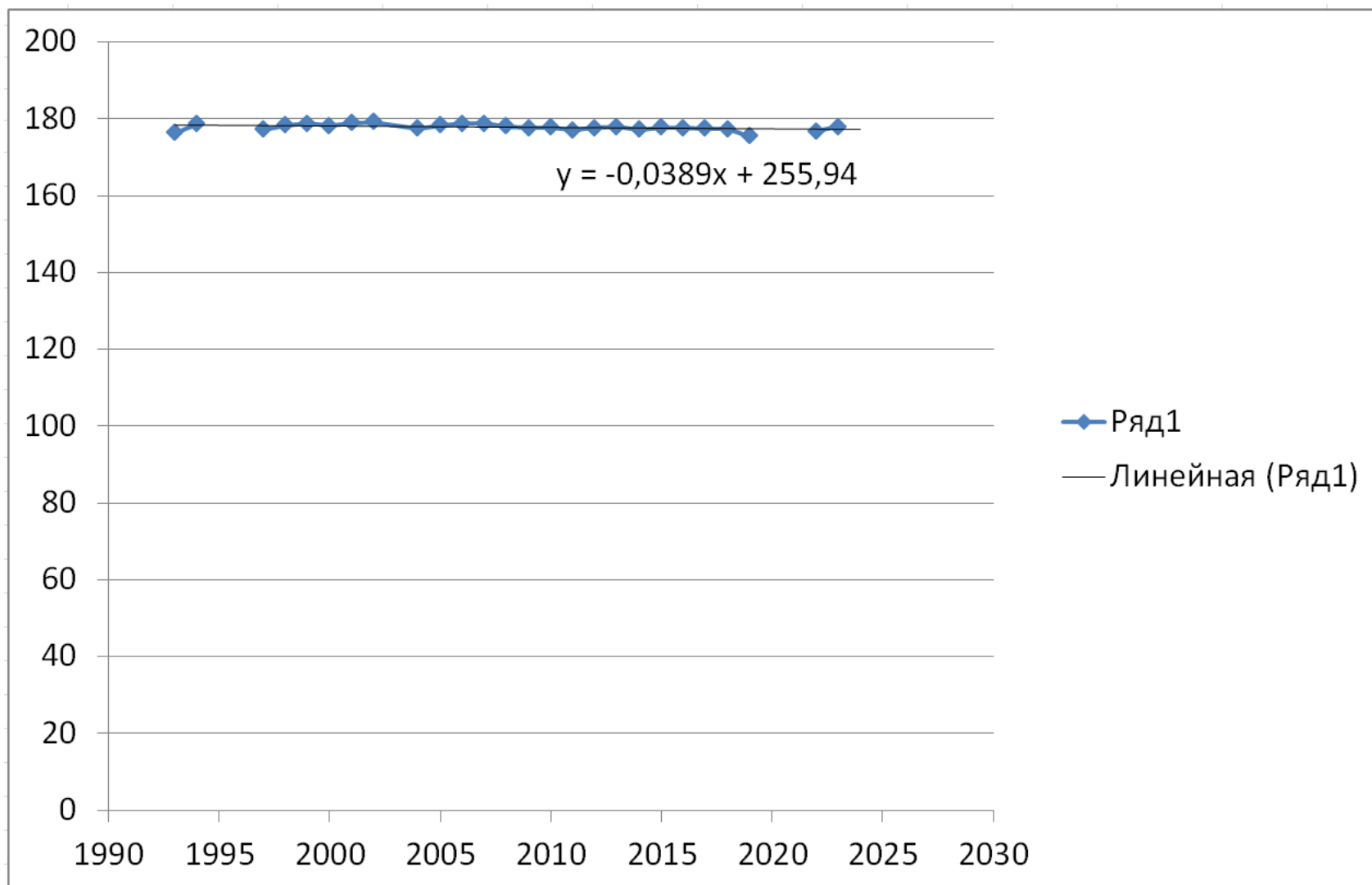
Стандартное отклонение (корень из дисперсии): 8,83510269812571



Рост 2024. 48 бинов



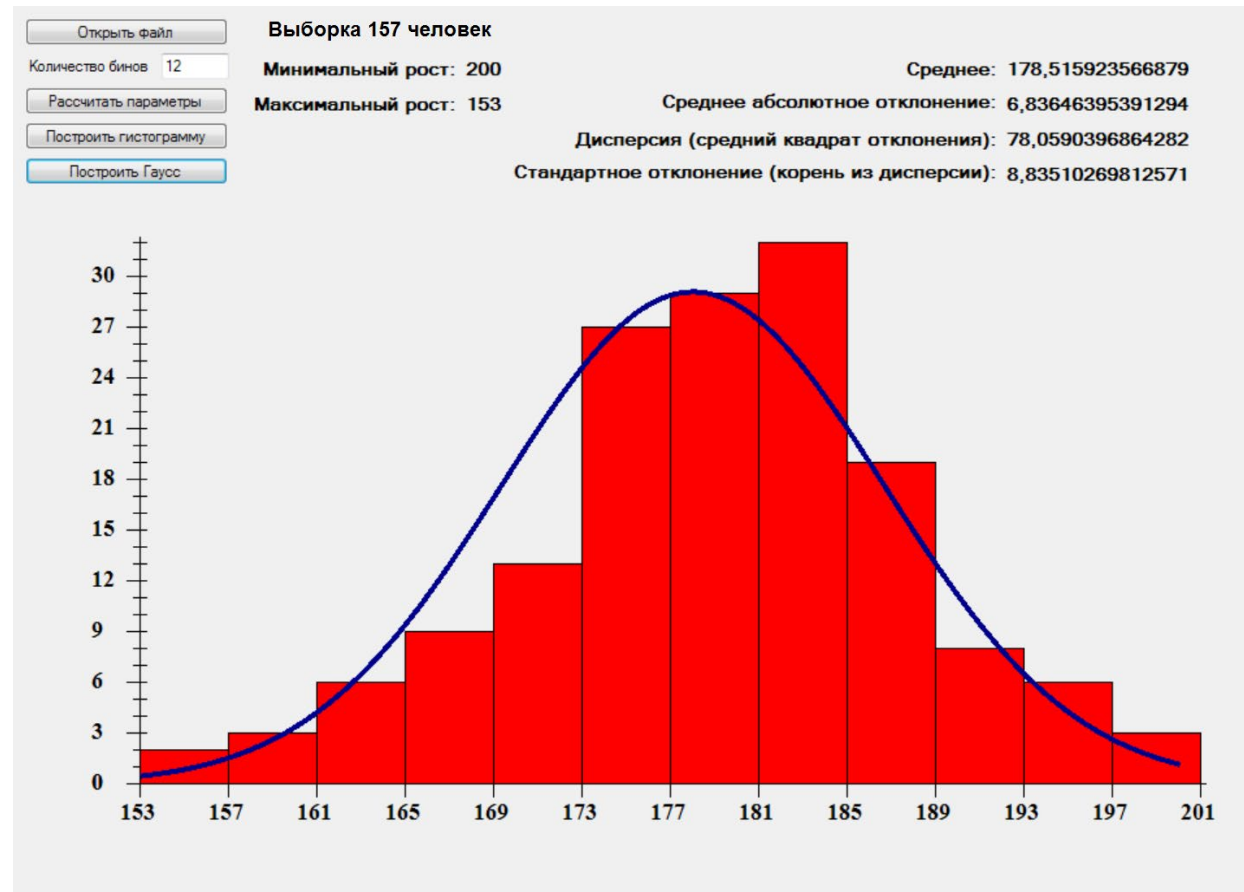
Вообще то рост меняется слабо



Однако если точнее – средний рост падает или растёт ?

Данные по росту ФФ за 31 (27) лет

Год	Рост	Sx
1993	176,3387	0,699
1994	178,55	0,62
1997	177,1308	0,745
1998	178,3214	0,567
1999	178,6703	0,49
2000	178,0947	0,539
2001	178,8701	0,838
2002	179,1323	0,533
2004	177,5056	0,582
2005	178,2651	0,577
2006	178,7684	0,54
2007	178,7178	0,58
2008	177,9775	0,584
2009	177,6337	0,586
2010	177,7457	0,601
2011	177,0395	0,683
2012	177,6243	0,605
2013	177,8608	0,579
2014	177,2116	0,616
2015	177,7759	0,588
2016	177,6188	0,591
2017	177,4033	0,669
2018	177,3385	0,598
2019	175,5103	0,685
2020	Ковид	
2021	Ковид	
2022	176,6825	0,82
2023	177,8606	0,656
2024	178,6159	0,705

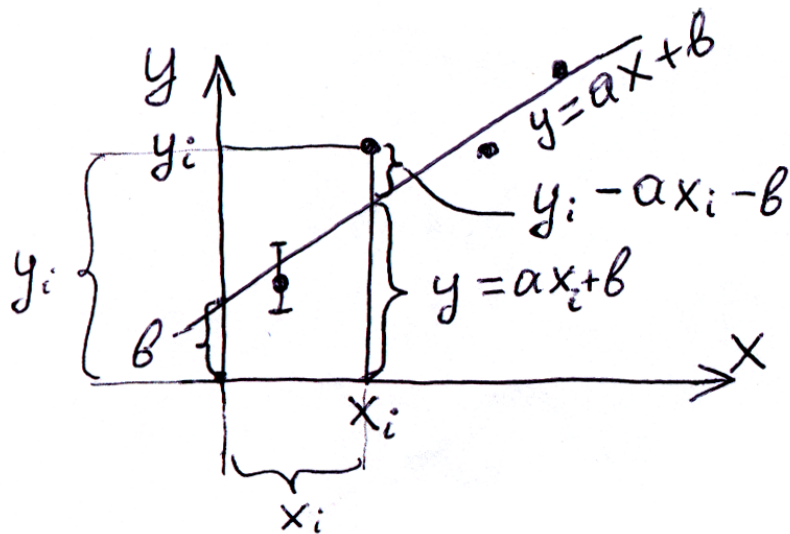


Данные за 2024 год

12 бинов

Как узнать – средний рост падает или растёт ?

Метод наименьших квадратов



$y = ax + b$ - теоретическая модель

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \Rightarrow \min$$

S – сумма квадратов от разностей между экспериментально наблюдаемым и теоретически ожидаемым значениями

Условия для поиска минимума функции S

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial a} \left[\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \right] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial b} \left[\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \right] = 0 \end{cases}$$

Метод наименьших квадратов

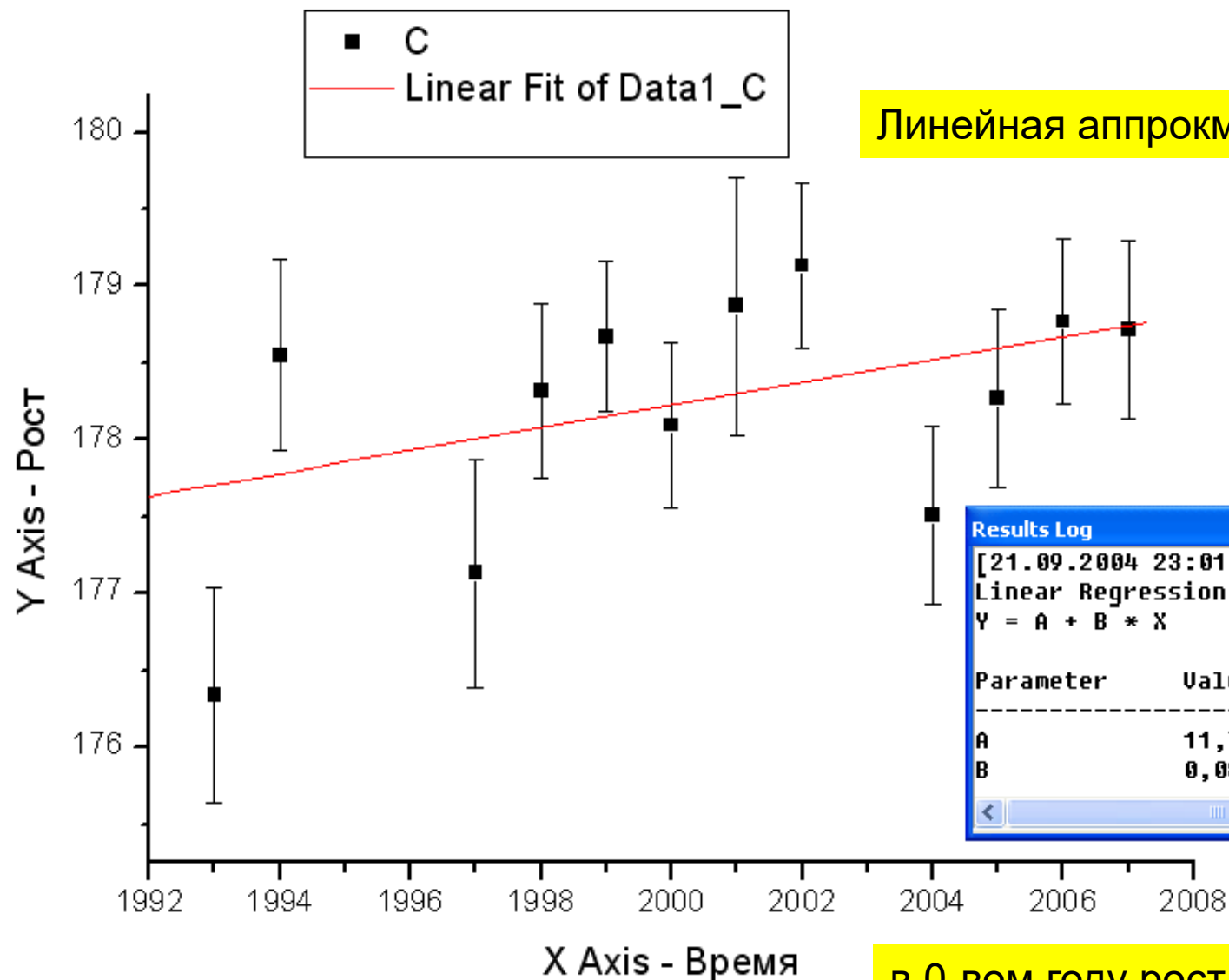
Решение системы уравнений для частных производных по параметрам a и b приводит к следующим результатам:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^n x_i} \equiv \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ $\overline{x \cdot y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

Зависимость роста студентов физфака НГУ от времени в интервале 1993-2007 годы – рост 0,08 см/год



Линейная аппроксимация

Results Log

[21.09.2004 23:01 "/Graph1" (2453269)]

Linear Regression for Data1_B:

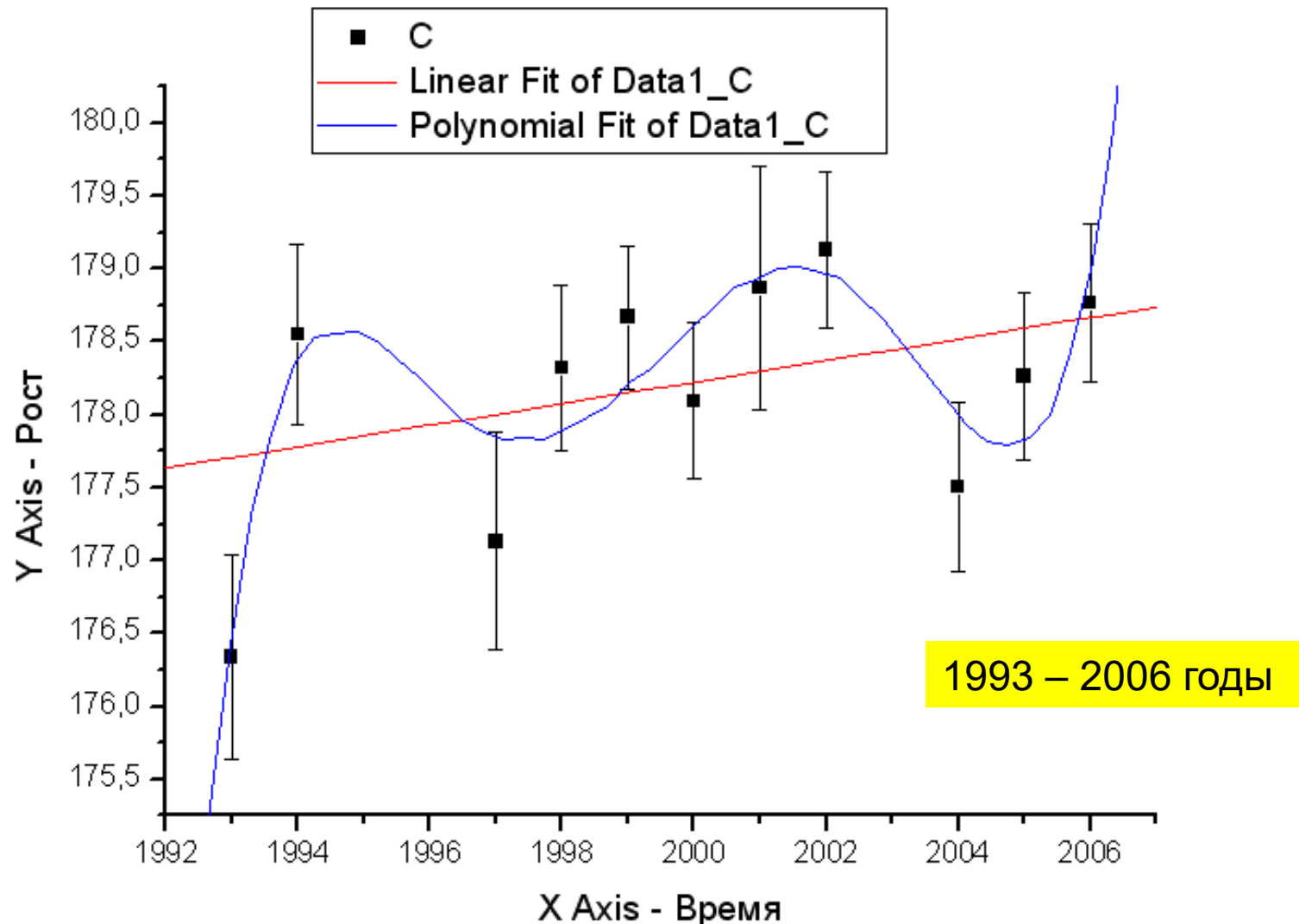
$$Y = A + B * X$$

Parameter	Value	Error
A	11,76597	185,17825
B	0,08316	0,09267

в 0-вом году рост был 12 см !

Зависимость роста студентов физфака НГУ от времени

Приближение полиномом 5-ой степени

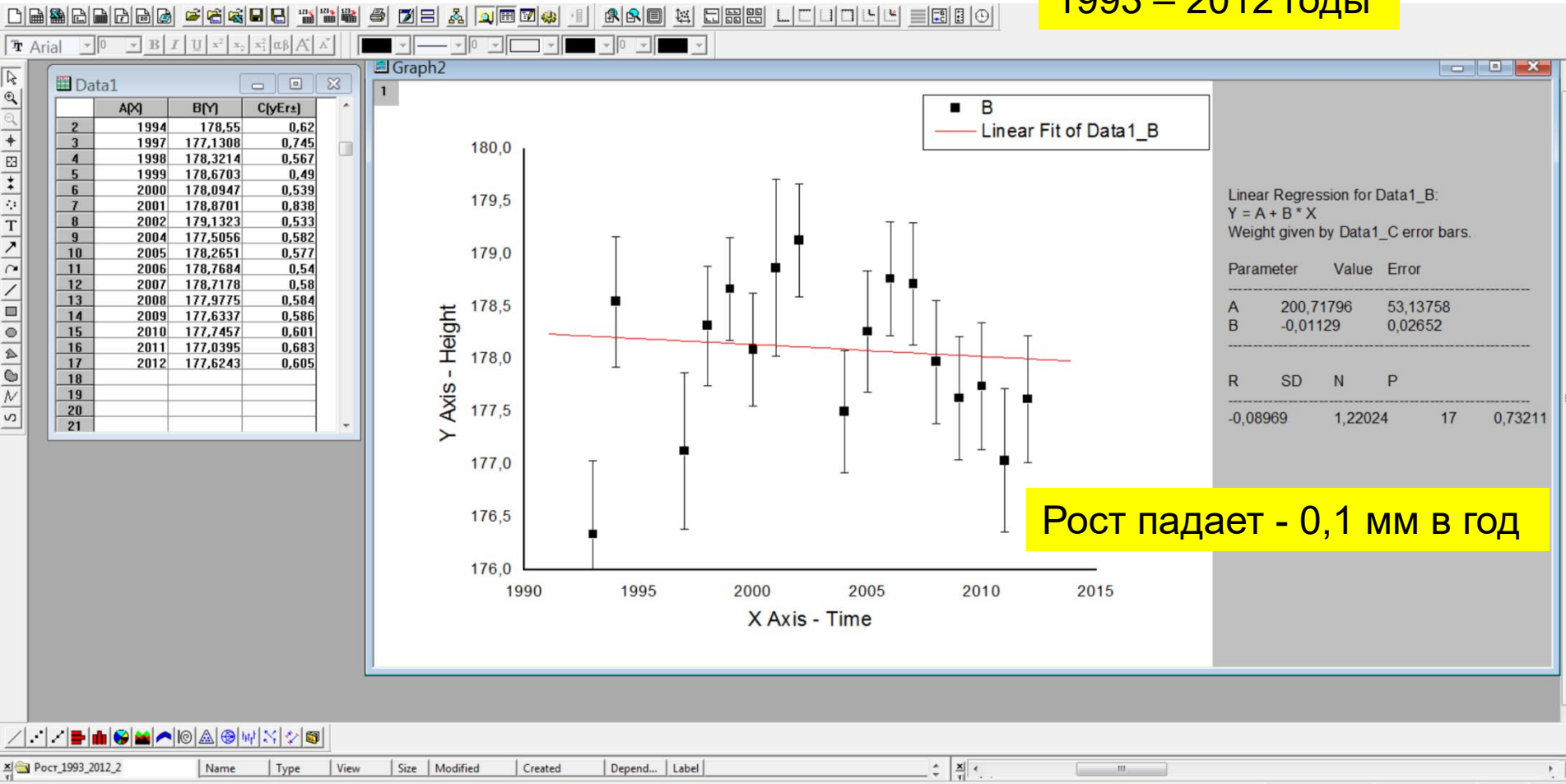


Теоретическая модель не выходит за пределы шибок. А что дальше?

Зависимость роста студентов физфака НГУ от времени

С добавлением данных тенденция может измениться

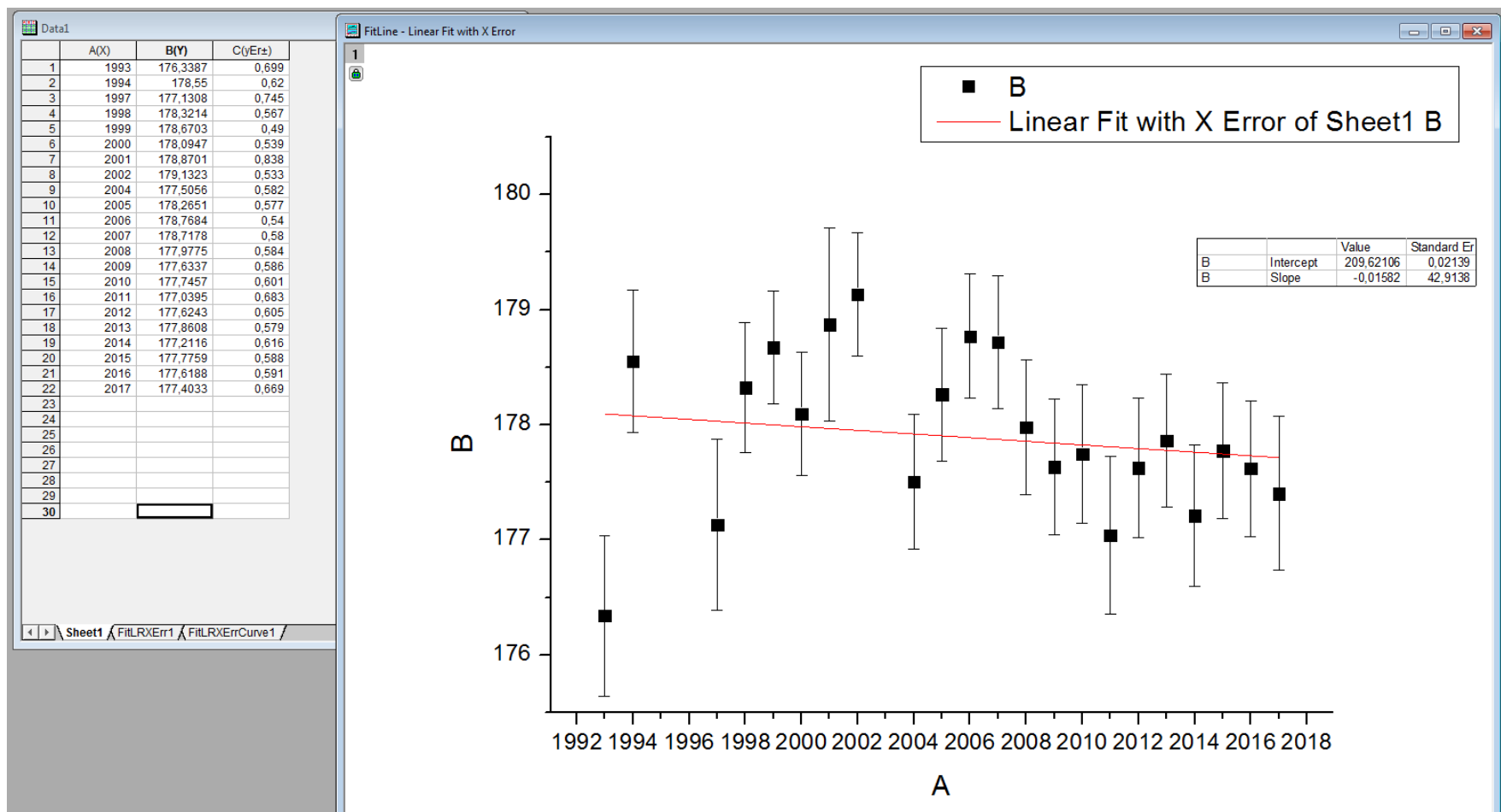
1993 – 2012 годы



Обратите внимание на величину параметров A и B, и на величину их ошибок

Зависимость роста студентов физфака НГУ от времени

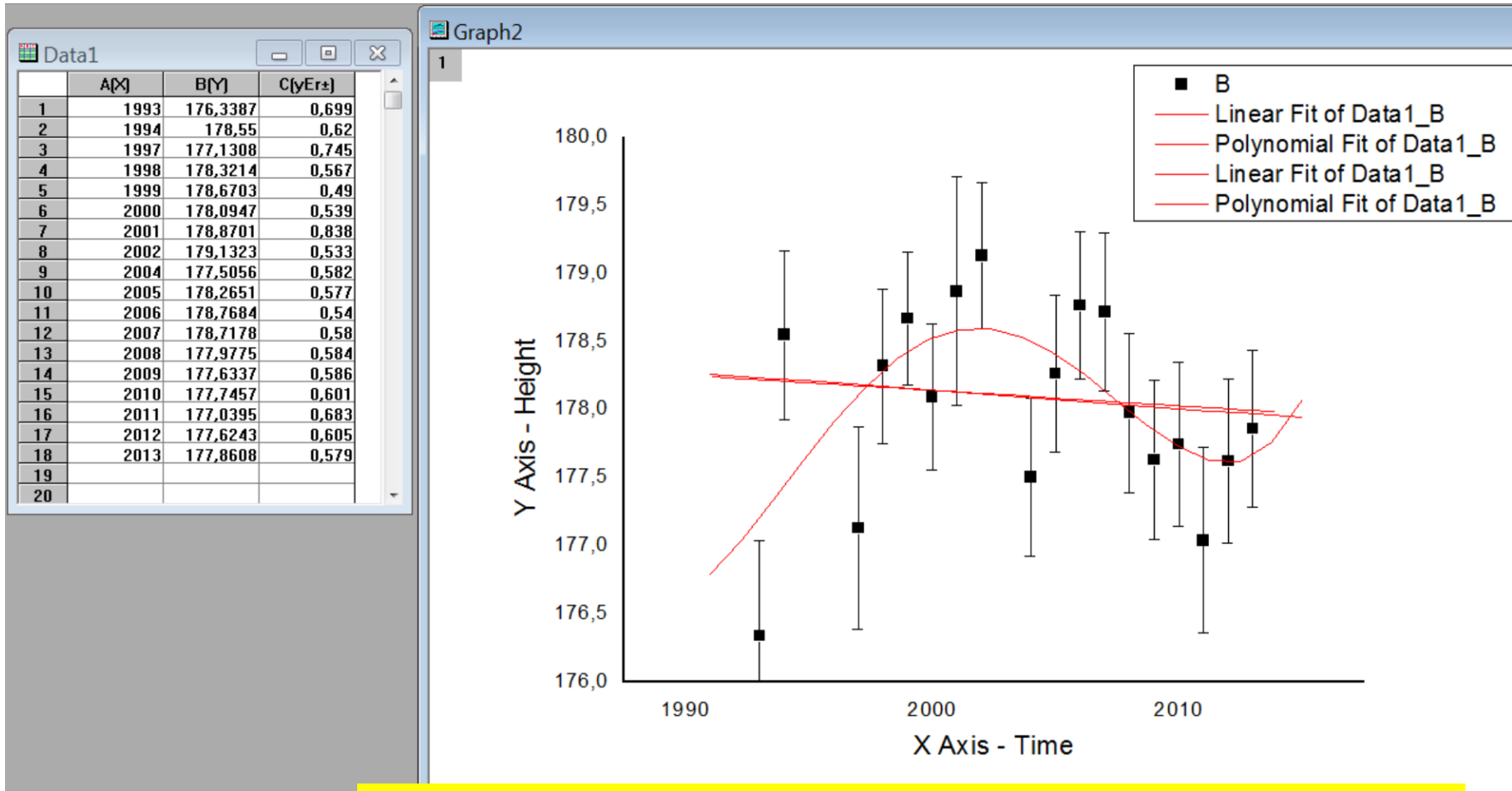
Данные до 2017 года – за четверть века



1993-2017 гг. Рост в 0-вом году был 209,6 см ? ☺

Зависимость роста студентов физфака НГУ от времени

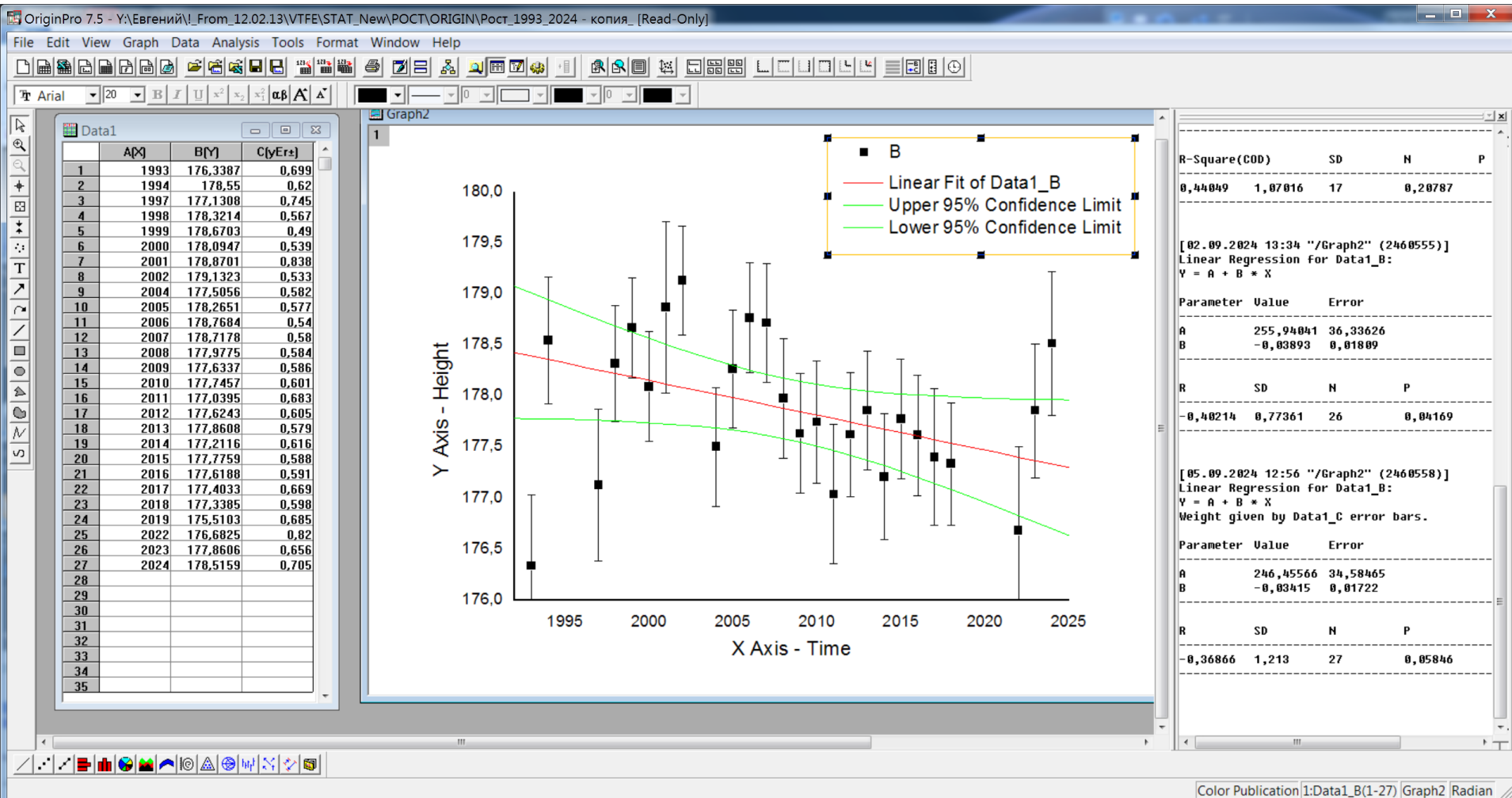
С изменением предполагаемой теоретической модели вид тенденции может измениться



1993-2013 гг. Приближение полиномом 4-ой степени.
Пики, ямы – это солнечная активность или перестройка?

Зависимость роста студентов физфака НГУ от времени

Добавим данные за последние 7 лет



Сравним данные с учётом 2024 года и без учёта 2024 года

Принцип максимального правдоподобия

Требование минимума суммы квадратов отклонений может быть более жестким – с учётом статистического веса каждой точки :

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - ax_i - b)^2}{\sigma_i^2} \Rightarrow \min$$

В общем случае сравнения экспериментальных данных с теоретическими оценками можно записать это выражение как

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i} \right]^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\text{наблюд. знач.} - \text{теор. ожд. знач.}}{\text{стандартное отклонение}} \right]^2 \approx \\ &\approx \sum_{i=1}^n \left[\frac{(\text{наблюд. знач.} - \text{теор. ожд. знач.})^2}{\text{теор. ожд. знач.}} \right] \leq n - l \end{aligned}$$

Где n – число членов суммы, l – число определяемых связей, $n-l = \nu$ – число степеней свободы.

Принцип максимального правдоподобия

Обоснование замены стандартного отклонения корнем из самой величины :

ст. отклонение $\sim$ флуктуация величины $\sim \sqrt{\text{величины}}$

(Теорема о пьяном матросе)

«Хи-квадрат» распределение (англ.- Chi-squared [кай сквэад])

$P_v(\chi^2)$ - вероятность того, что в следующей серии измерений новое χ^2 будет больше измеренного

Считается, что если $0,05 \leq P_v(\chi^2) \leq 0,95$ то экспериментальные результаты хорошо совпадают с теоретической моделью

Спасибо за внимание

