

1 Задачи по машинной арифметике

1. Напишите на языке Си программу для нахождения значения машинного эпсилон, последовательно прибавляя к единице 1 в различных разрядах мантиисы. Определить число разрядов в мантиисе, максимальный и минимальный двоичный порядок чисел при вычислениях с одинарной и двойной точностью.
2. Сравните друг с другом четыре машинных числа: 1 , $1 + \frac{\varepsilon}{2}$, $1 + \varepsilon$ и $1 + \varepsilon + \frac{\varepsilon}{2}$, объясните результат¹.
3. Сравните друг с другом машинные числа $1 + \varepsilon + \frac{\varepsilon}{2}$ и $1 + \frac{\varepsilon}{2} + \varepsilon$, объясните результат.
4. Какое наименьшее число с плавающей точкой можно прибавить к числу $x = 1000$, чтобы сумма была больше x ?
5. Напишите программу, умножающую `float x = 1` на 2 до тех пор, пока результат не выйдет за пределы разрядной сетки. Сколько шагов цикла потребовалось для этого? Аналогично с делением `x` на 2. Найдите общее количество степеней двойки, представимых во `float`. Является ли полученное число «круглым» в двоичной системе счисления? Почему?
6. Сколько всего битов используется для записи чисел типа `float`? Выведите на экран значение `sizeof(float)`. Вычтите знаковый бит и биты для записи мантиисы (см. задачу 1). Сравните остаток с двоичным логарифмом от числа степеней 2, полученных в упражнении 5, объясните результат.
7. Напишите на языке Си функцию для сравнения друг с другом двух чисел с плавающей точкой на приближённое равенство с точностью до машинного эпсилон.
8. Вычислить сумму

$$\sum_{n=1}^{10000} \frac{(-1)^n}{n}$$

четырьмя способами:

- суммируя подряд от больших к малым n ,
- суммируя подряд от малых к большим n ,

¹здесь и далее ε — единица в младшем разряде, ULP.

- суммируя подряд от больших к малым n отдельно положительные и отрицательные слагаемые,
- суммируя подряд от малых к большим n отдельно положительные и отрицательные слагаемые.

Объяснить различие ответов. Какой из четырёх полученных результатов точнее и почему?

9. Напишите на языке Си программу, содержащую следующие две строки кода, объясните результат её работы:

```
float x = 0.1;
if(x == 0.1) puts("equal"); else puts("not equal");
```

10. Аналогично для следующих строк кода:

```
double x = exp(777), y = x - x;
puts((y == 0) ? "equal" : "not equal");
puts((y == y) ? "equal" : "not equal");
```

11. Скомпилируйте и выполните программу на языке Си, содержащую следующий фрагмент кода, объясните результат:

```
double L = 1, dx = 0.1;
int i = 0;
while(L > 0) ++i, L -= dx;
printf("A section of length L=1 was divided into %d "
       "sub-sections of length %f\n", i, dx);
```

12. Что напечатает программа, содержащая следующие строки:

```
float x0 = FLT_EPSILON, x1 = x0/2, x2 = x1*2;
printf("x2-x0 = %e\n", x2-x0);
```

13. Что будет, если в предыдущем примере заменить FLT_EPSILON на FLT_MIN? В чем смысл указанных констант?
14. Определите в gnuplot функцию $f(x, y) = \sin(x + 2\pi \cdot 10^y)$ и постройте график $f(x, y = \text{const})$ при фиксированном целочисленном значении y , выполнив приведённые ниже две строки кода. Объясните результат:

```
f(x,y)=sin(x+2*pi*10**y)  #a**b означает "a в степени b"
plot [0:2*pi] f(x,0), f(x,3), f(x,5), f(x,15)
```

15. Опишите алгоритм, позволяющий определить систему счисления, используемую калькулятором для выполнения вычислений (двоичная или десятичная). Известно, что калькулятор работает с числами с плавающей точкой; ввод данных и отображение результатов производится в десятичной системе счисления.
16. Вычислите значение $B(100, 200)$, где $B(a, b) = \Gamma(a)\Gamma(b)/\Gamma(a+b)$ — бета-функция Эйлера, $\Gamma(n+1) = n!$ — гамма-функция Эйлера.
17. Пусть $x \leq y$ — два машинных числа с плавающей точкой. Всегда ли проверка условий $x \leq \frac{1}{2}(x+y)$ и $\frac{1}{2}(x+y) \leq y$ на ЭВМ будет давать логическую истину?
18. Продемонстрируйте нарушение неравенства Коши для чисел с плавающей точкой — найдите числа x и y , для которых при вычислении на ЭВМ справедливо $(x+y)^2 > 2(x^2+y^2)$.
19. Каких чисел с плавающей точкой больше — положительных или отрицательных? Больших единицы или меньших единицы?