

# Вопросы к устному экзамену по высшей математике

ГГФ НГУ, январь 2020

ЛЕКТОР — УЛЬЯНОВ АЛЕКСАНДР ПЕТРОВИЧ

Список вопросов составлен по оглавлению конспекта лекций. Некоторые вопросы в билетах сформулированы иначе; некоторые сочетают части разных вопросов из этого списка, особенно в билетах на 3. На 3 требуются только вопросы и их части, не выделенные никаким цветом (чёрные), причём только формулировки без доказательств. Выделение номера вопроса означает, что выделен весь вопрос. В билеты на 4 и на 5 входят, помимо чёрных, **синие** вопросы с доказательствами. Билеты на 5 также могут включать **красные** вопросы, но их изложение предполагается с пропусками наиболее сложных мест.

геометрия, глава 1

---

- 1. Векторы в пространстве.** Операции с векторами. Коллинеарность и компланарность. Базис и координаты. Реперы. **Ориентация пространства.**
- 2. Скалярное произведение векторов.** Билинейность. Ортогональная проекция вектора на ось. Вычисление скалярного произведения в координатах.
- 3. Смешанное произведение векторов.** Объём параллелепипеда. Ориентация репера. Выражение смешанного произведения через векторное и скалярное. Вычисление смешанного произведения в координатах.
- 4. Векторное произведение векторов.** Билинейность, антисимметричность. Вычисление векторного произведения в координатах. **Двойное векторное произведение, «бац минус цаб».**
- 5. Определители второго и третьего порядков.** Полное раскрытие. Раскрытие по столбцу или строке. Вычищение определителя.
- 6. Отложенные геометрические доказательства.** Леммы о разложении вектора. **Доказательства дистрибутивностей. Доказательство формулы «бац минус цаб».**

геометрия, глава 2

---

- 7. Задание прямых и плоскостей общими уравнениями.** Общее уравнение прямой на плоскости. Общее уравнение плоскости в пространстве. **Общее уравнение прямой в пространстве. Уравнения в отрезках.**
- 8. Задание прямых и плоскостей параметрическими уравнениями.** Начальные точки и направляющие векторы. Параметрическое задание прямой. Параметрическое задание плоскости.
- 9. Задание прямых и плоскостей нормальными уравнениями.** Нормаль к прямой на плоскости. Нормаль к плоскости в пространстве. **Нормали к прямой в пространстве.**
- 10. Задание прямых и плоскостей по содержащимся в них точкам.** Уравнение прямой по двум её точкам. Уравнение плоскости по трём её точкам.
- 11. Переход от одного способа задания прямой или плоскости к другому.**
- 12. Взаимное расположение прямых и плоскостей.** Выяснение расположения с применением скалярного, векторного и смешанного произведений в трёх случаях: пара прямых; прямая и плоскость; пара плоскостей.
- 13. Расстояние от точки до прямой и до плоскости.** Проекция и перпендикуляры. Нахождение расстояний с применением скалярного, векторного и смешанного произведений.
- 14. Расстояние между прямыми и плоскостями.** Расстояние между скрещивающимися прямыми. **Уравнение общего перпендикуляра к скрещивающимся прямым.**
- 15. Введение в системы линейных уравнений и их решения.** Матричный язык. Совместные и несовместные, определённые и неопределённые системы. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования строк.

геометрия, глава 4

---

- 16. Эллипсы, параболы и гиперболы.** Полярные и канонические уравнения. Форма линий. **Фокальные и оптические свойства.**

## геометрия, глава 3

17. **Преобразования декартовых координат на плоскости.** Сдвиги, растяжения, повороты, отражения. Матричная запись преобразований. Композиция преобразований и умножение матриц.
18. **Комплексные числа.** Алгебраическая форма и арифметические операции. Геометрическое представление на комплексной плоскости. Тригонометрическая форма. **Экспонента. Умножение и деление в экспоненциальной форме.**
19. **Запись движений плоскости при помощи комплексных чисел.**
20. **Степени и корни.** Возведение комплексного числа в степень. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа. Корни из единицы.
21. **Многочлены от одной буквы.** Делители и корни, теорема Безу. Кратность корня. Основная теорема алгебры многочленов (без доказательства). Неприводимые многочлены. Разложение на неприводимые множители: комплексная версия; вещественная версия.

## анализ, глава 0

22. **Вещественные числа.** Десятичные дроби. Числовые множества и системы. Промежутки.
23. **Функции.** Эволюция понятия функции. Формулы и графики. Операции с функциями. Элементарные функции.
24. **Непрерывность и точки разрыва.** Наивная непрерывность. Происхождение разрывов. Типы точек разрыва.
25. **Предпосылки возникновения анализа.** Три важнейшие задачи. Задача о касательной. Задача о площади. Приближённые вычисления.

## анализ, глава 1 и глава 4

26. **Правила отыскания производных.** Арифметические правила. Производные основных функций. Производная обратной функции. Производная композиции. **Особые случаи.**
27. **Теоремы о среднем.** Локальные экстремумы. Теоремы Ролля и Лагранжа. **Теорема Коши.**
28. **Монотонность и экстремумы.** Участки монотонности. Условия локального экстремума.
29. **Выпуклость и перегибы.** Участки выпуклости. Точки перегиба. **Неравенство Йенсена.**

## анализ, глава 3 и глава 4

30. **Бином Ньютона.** Бином до Ньютона. Геометрическая прогрессия. **Бином Ньютона.**
31. **Приближение функций полиномами.** Формула Тейлора. Простейшие разложения. **Разложение первообразных.**
32. **Асимптотические сравнения.** Ограниченность и относительная ограниченность. Асимптотическая эквивалентность. Бесконечно малые. Сравнение новых понятий. Преобразования. **Большие.**
33. **Методы разложения функций.** Суммы и разности. Произведения. **Композиции. Частные. Обратные и неявные функции.**
34. **Раскрытие неопределённостей.** Применение формулы Тейлора. Правила Бернулли — Лопиталя. Прочие неопределённости.

## анализ, глава 1 и глава 7

35. **Поиск первообразных.** Начальная таблица первообразных. Общие правила. Замена переменной интегрирования. Интегрирование по частям. **Примеры формул понижения.**
36. **Определённый интеграл.** Интегральные суммы. Основные свойства. Фундаментальная теорема анализа. Ещё раз о первообразной степенной функции. Простейшие преобразования.
37. **Интегралы в геометрии и физике.** Площадь в полярных координатах. Длина линии. Фигуры вращения. Масса и моменты.
38. **Несобственные интегралы.** Одна особенность с краем. Разделение особенностей. Общие свойства и формулы. Сравнение и эквивалентность. Степенные особенности.

## анализ, глава 1 и глава 2

39. **Простейшие дифференциальные уравнения.** Разделение переменных. Общее решение, начальные условия. Радиоактивный распад. Закон теплообмена. **Логистическое уравнение.**
40. **Уравнение свободных колебаний.** Линейные уравнения второго порядка. Опыт угадывания решений. Характеристическое уравнение и решения.