

РАСЧЕТ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ МЕТАЛЛОВ ЗА ФРОНТОМ СИЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН*

В работе в рамках единой системы малопараметрического уравнения состояния реализован подход для вычисления механических характеристик веществ за фронтом сильных ударных волн. Для рассмотренных материалов проведено исчерпывающее сравнение результатов теоретических расчетов с имеющимися при высоких плотностях энергии экспериментальными данными и получено хорошее соответствие результатов.

Ключевые слова: уравнение состояния, ударные волны, модуль сдвига.

Введение

При решении упругопластической задачи используются уравнения сохранения массы, импульса и энергии. В правой части уравнений движения стоят градиенты компонент тензора напряжений, а на главной диагонали – давление. Если изменение давления легко рассчитывается с помощью малопараметрического уравнения состояния [1], то изменение девiatorной части тензора напряжений в процессе деформации необходимо определить. Девiatorная часть тензора напряжений зависит от механических характеристик, которые являются функциями давления и температуры. При этом необходимо хорошо представлять, что распространения ударных волн имеет исключительную сложность в деформирующихся телах, особенно если последние имеют ограниченные размеры. Эта сложность обусловлена тем, что при распространении волн напряжений в объектах ограниченных размеров они испытывают многократные отражения от граничных поверхностей тела и, взаимодействуя, образуют весьма сложную волновую картину внутри объекта. Ко всему, в процессе нагружения за фронтом ударной волны возрастает температура, а, следовательно, вторая и последующие ударные волны (в результате интерференции или

отражения) распространяются по уже нагретому телу.

Задачей этой работы было изучение существующих моделей и способов описания температурных зависимостей механических констант вещества, таких как модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона, на основании которых требовалось предложить методику расчета зависимости механических параметров от температуры и давления, что позволит существенно приблизить описание напряженно-деформируемого состояния материала к более реалистичному.

Малопараметрическое уравнение состояния

Свободная энергия твердой фазы [1]

$$F(V, T) = E_x(V) + c_{v,l} T \ln \left(\frac{\theta(V)}{T} \right) - \frac{1}{2} c_{v,e0} T^2 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{2/3},$$

где V – удельный объем; $E_x(V)$ – «холодная» энергия; T – температура; $c_{v,l} = 3R/A$ – теплоемкость решетки при постоянном объеме (закон Дюлонга – Пти), A – средний атомный вес; R – газовая постоянная; $\theta(V)$ – температуры Дебая; $c_{v,e0}$ – эксперименталь-

* Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках проекта CRDF Y4-P-08-05.

Автор выражает благодарность и искреннюю признательность за критические замечания и обсуждения академику В. М. Фомину и кандидату физико-математических наук И. И. Шабалину.

ное значение электронной теплоемкости при нормальных условиях.

Упругая составляющая энергии $E_x(V)$ связана исключительно с силами взаимодействия, действующими между атомами тела, и равна, включая энергию нулевых колебаний, удельной внутренней энергии при абсолютном нуле температуры, почему ее иногда называют «холодной» энергией. Тепловые составляющие давления и энергии связаны с нагреванием тела, т. е. с температурой.

Термодинамическая модель [1] основана на зависимости коэффициента Грюнайзена γ от объема [2]:

$$\gamma(V) = \frac{2}{3} - \frac{2}{(1 - aV_0/V)}, \quad (1)$$

$$a = 1 + \frac{2}{(\gamma_s - 2/3)} + \frac{2P_{t,0}}{K_s}, \quad (2)$$

где $\gamma_s = \beta K_s V_0 / c_v$, K_s – адиабатический модуль объемного сжатия; c_v – теплоемкость при постоянном объеме; $P_{t,0}$ – значение теплового давления в начальном состоянии.

Необходимо заметить, что процедура вывода формулы коэффициента Грюнайзена в [2] «привязана» к начальному состоянию (V_0, T_0) . В этом термодинамическом состоянии вычисляются все теплофизические характеристики $\beta(V_0, T_0)$, $K_s(V_0, T_0)$, $c_v(V_0, T_0)$, $P_{t,0}(V_0, T_0)$ материала, которые и определяют параметр a в (2). Из квантово-механических предпосылок может быть получено иное выражение на объемную зависимость коэффициента Грюнайзена

$$\gamma(V) = -\left(\frac{2-t}{3}\right) - \frac{V}{2} \left[\frac{d^2}{dV^2} \left(\frac{P_x V^{\frac{2t}{3}}}{P_x V^{\frac{2t}{3}}} \right) \right]. \quad (3)$$

В уравнении (3) значение при $t = 0$ отвечает теории Ландау – Слэтера [3; 4], $t = 1$ – Дуглейла – Макдональда [5], $t = 2$ соответствует теории свободного объема [6]. Следует отметить, что величина и знак параметра t определяются характером зависимости коэффициента Пуассона. Нулевое значение параметра t соответствует постоянству коэффициента Пуассона, т. е. фор-

муле Слэтера, положительное значение t соответствует увеличению коэффициента Пуассона с давлением, т. е. формулам Дуглейла – Макдональда и Зубарева – Ващенко, и, наконец, отрицательное значение t соответствует отрицательной производной коэффициента Пуассона.

Для определения нулевой изотермы в [1] соотношение для коэффициента Грюнайзена (1), (2) при нулевой температуре ($T = 0$ К) приравнялось к выражению для обобщенного коэффициента Грюнайзена из (3)

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{1 - a_x V_0 / V} = -\left(\frac{2-t}{3}\right) - \frac{V}{2} \left[\frac{d^2}{dV^2} \left(\frac{P_x V^{\frac{2t}{3}}}{P_x V^{\frac{2t}{3}}} \right) \right], \quad (4)$$

где a_x – значение параметра $a|_{T=0}$ при нулевой температуре в (1), в качестве первого приближения которого можно использовать $a_x = a(0) = 1 + 2 / (\gamma_s - 2/3)$.

Решение дифференциального уравнения (4) определяет аналитические выражения для «холодных» давления и энергии, вид которых и определение констант представлено в [1].

Таким образом, в работе [1] была предложена и успешно применена простая калорическая модель уравнения состояния без учета эффекта плавления для решения высокоскоростных динамических задач, обеспечивающая точность, сопоставимую с точностью широкодиапазонных уравнений состояния [7; 8] в исследуемой области сжатий, при этом количество констант, необходимых для решения, сведено к минимуму.

В малопараметрическом уравнении состояния упругие свойства вещества характеризуются одной единственной величиной – сжимаемостью, определяющей скорость распространения акустических волн (скорость звука) сжатия и разрежения, которая в общем случае находится как

$$C^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s.$$

При изучении ударного сжатия твердых тел и применении малопараметрического уравнения состояния полагаем, что давление в сжатом веществе изотропно, имеет

гидростатический характер. Увеличение плотности рассматривается при этом как результат всестороннего сжатия вещества. Соответственно упругие свойства вещества характеризуются одной единственной величиной – сжимаемостью. Однако так можно поступать только в том случае, когда давление достаточно велико, и эффекты, связанные с прочностью твердых тел и существованием сдвиговых деформаций и напряжений, не играют роли. Если нагрузки малы, необходимо принимать во внимание упругие свойства твердого тела. Это существенным образом влияет на характер динамических процессов и, в частности, на распространение упругих волн сжатия и разрежения.

В [9–12] экспериментально показано, что прочностные свойства материала в значительной мере определяют характер и параметры волны разряжения, распространяющейся по сжатому ударной волной материалу, и параметры затухания ударных волн. Одним из характеристических свойств твердого тела, отличающим его от жидкости, является устойчивость формы, сопротивляемость сдвигу. В жидкости отсутствует сопротивление по отношению к сдвигу, жидкость с легкостью принимает любую форму, лишь бы не менялся при этом объем, т. е. жидкость характеризуется нулевым модулем сдвига. Тензор напряжений при этом в любой системе координат диагонален, причем все три нормальные компоненты его одинаковы и равны давлению, которое изотропно. Упругие свойства жидкости характеризуются только ее сжимаемостью или модулем всестороннего сжатия. Известно, что при достаточно больших нагрузках твердое тело меняет свои упругие свойства и становится пластичным, текучим, в некотором отношении подобным жидкости.

С ростом давления и температуры в импульсе нагрузки изменяются упругие и прочностные характеристики материала. Значения изоэнтروпических модулей упругости ударно сжатого вещества определяются из соотношения между измеренными в экспериментах величинами:

$$C_B = \sqrt{\frac{K_S}{\rho}}, \quad (5)$$

$$C_L = \sqrt{\frac{K_S + \frac{4}{3}G}{\rho}}, \quad (6)$$

где C_B и C_L – соответственно объемная и продольная скорость звука; K_S – изоэнтропический модуль объемного сжатия; G – модуль сдвига.

Из-за различия продольных сжимаемостей в упругой и пластической областях деформирования волны сжатия расщепляются с выделением упругих предвестников, распространяющихся со скоростью продольных звуковых волн C_L , в то время как скорость распространения пластических возмущений определяется уже объемной скоростью звука C_B . Скорость распространения сильных волн сжатия (ударных волн) зависит от амплитуды волны. Она всегда больше чем C_B или близка к этой величине. Скорость распространения слабых возмущений всегда равна C_L независимо от амплитуды, поскольку возмущения распространяются с такой скоростью только в том случае, когда они малы [14]. Для иллюстрации явления расщепления волн сжатия проведено численное моделирование одноосного упругопластического нагружения по методу М. Уилкинса [13].

На рис. 1 представлен результат моделирования одноосного упругопластического течения, возникающего при ударе алюминиевой пластины, налетающей со скоростью 500 м/с на покоящуюся алюминиевую преграду. Хорошо видно формирование ступеньки – упругого предвестника. Для оценки влияния упругих свойств материала, на рис. 1 нанесен результат расчета для гидродинамического течения. Поскольку объемная скорость звука ниже, чем продольная $C_B > C_L$, пластическая волна не может догнать упругую, и комбинация этих волн остается устойчивой. С увеличением давления ударного сжатия скорость пластических ударных волн возрастает, в то время как скорость опережающих упругих волн, несущих критическое давление предела текучести, остается неизменной, и расщепление ударной волны не происходит.

Для вычисления объемной скорости звука воспользуемся определением (5), в котором изоэнтропический модуль объемного сжатия вычислялся с помощью малопараметрического УРС из термодинамического тождества:

$$K_S = V \left[\frac{T}{c_v} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V^2 - \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \right].$$

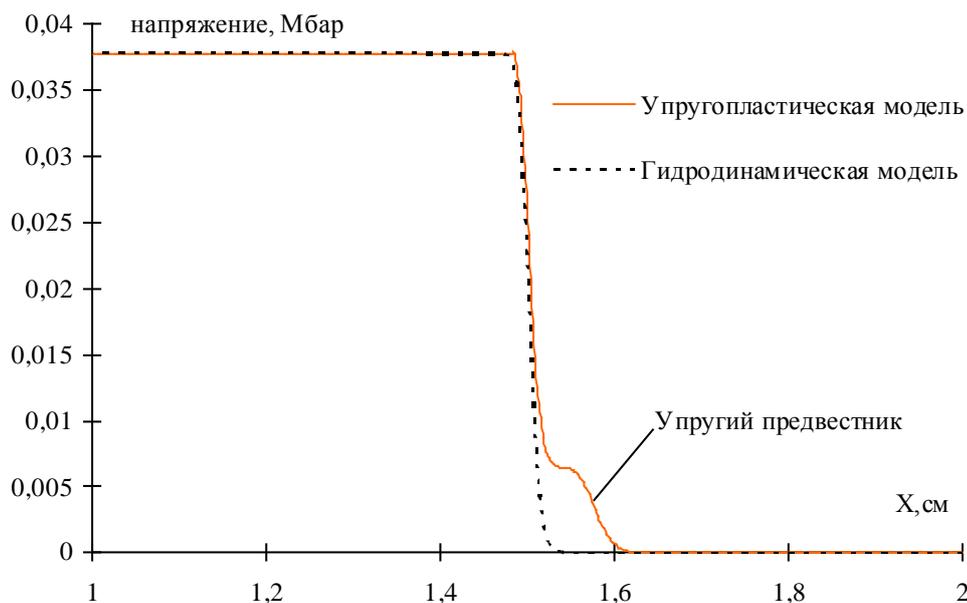


Рис. 1. Распространение ударной волны в упругопластической среде в результате одноосного нагружения

Результаты расчета объемной скорости звука по различным квантово-механическим теориям описания коэффициента Грюнайзена [3–6] и экспериментальные данные из [9; 12; 15–18] представлены на рис. 2 для меди и алюминия. Из сравнения результатов для меди (рис. 2, б) наиболее точной из рассмотренных теорий оказалась теория свободного объема [6]. При этом наибольшую погрешность 7 % дает теория Ландау – Слэтера. Из-за разброса экспериментальных данных для алюминия ни одна из теорий не показала решающего преимущества. Все три теории описания коэффициента Грюнайзена показали сопоставимый результат, отличие в предсказании величины объемной скорости звука с помощью малопараметрического УРС не превысило 5 % в рассмотренном диапазоне параметров.

Для вычисления продольной скорости звука воспользуемся предпосылками наиболее простой квантово-механической теории Ландау – Слэтера [3; 4], согласно которой коэффициент Пуассона остается величиной постоянной при изменении давления. Тогда, согласно [9; 10], продольную скорость звука можно вычислить как

$$\frac{C_B}{C_L} = \sqrt{\frac{1+\mu}{3(1-\mu)}},$$

при этом коэффициент Пуассона считается постоянным во всем диапазоне изменения

давления и равен своему начальному значению $\mu = \mu_0$.

Приняв за основу постоянство коэффициента Пуассона при изменении давления, мы ограничили себя одной квантово-механической моделью, т. е. все дальнейшие расчеты проводились только по модели Ландау – Слэтера [3; 4]. Вычисленная продольная скорость звука алюминия и экспериментальные данные – чистый алюминий [15], алюминиевый сплав Al-2024 [17; 19–22] и алюминиевый сплав LY12 [23; 24] представлены на рис. 3. Видно, что расчет показывает высокую точность при вычислении значений продольной скорости звука, погрешность вычисления не превышает 5–7 % в области давлений менее 120 ГПа. Проблемной остается область давления более 130 ГПа, которая, по многочисленным косвенным подтверждениям, соответствует области расплавленного алюминия. В жидкости отсутствует сопротивление по отношению к сдвигу, поэтому скорость распространения возмущений становится равной объемной скорости звука, а не продольной, что и фиксируют эксперименты [17; 23].

На рис. 4 представлен результат расчета продольной скорости звука для меди и экспериментальные данные из [11; 12; 25; 26]. Наблюдается высокая точность расчета продольной скорости звука по малопараметрическому УРС.

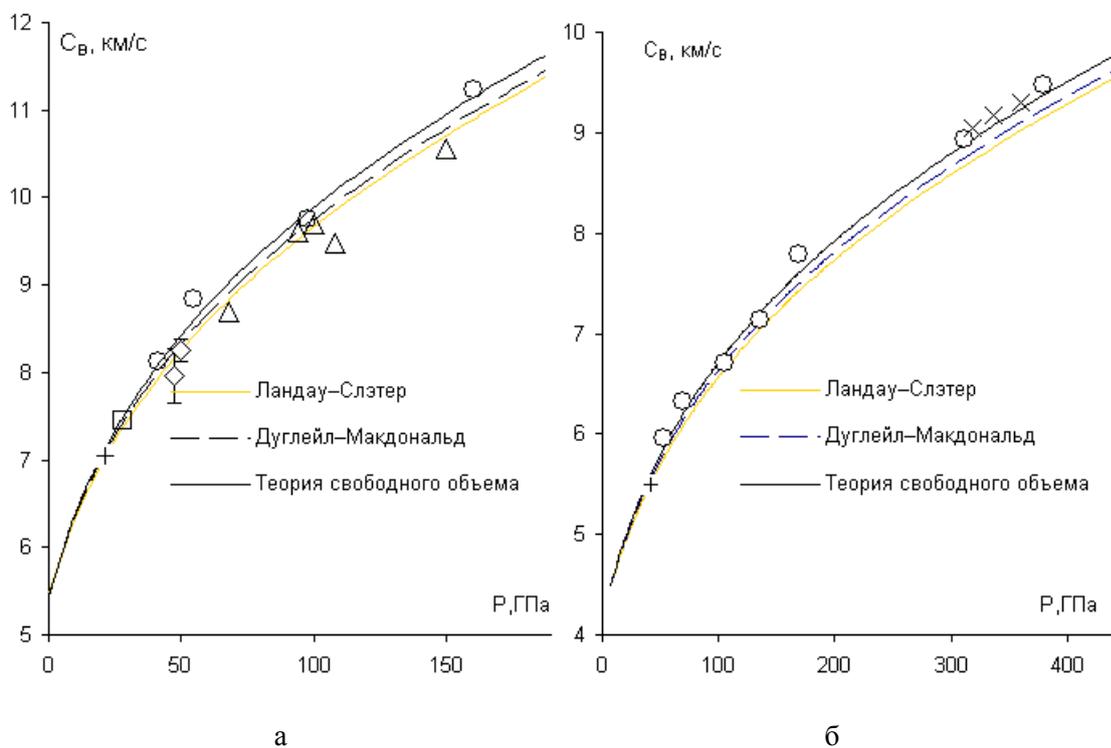


Рис. 2. Зависимость объемной скорости звука от давления вдоль ударной адиабаты алюминия (а); меди (б); экспериментальные данные: \circ – [9], $+$ – [12], \diamond – [15], \square – [16], \triangle – [17] \times – [18]

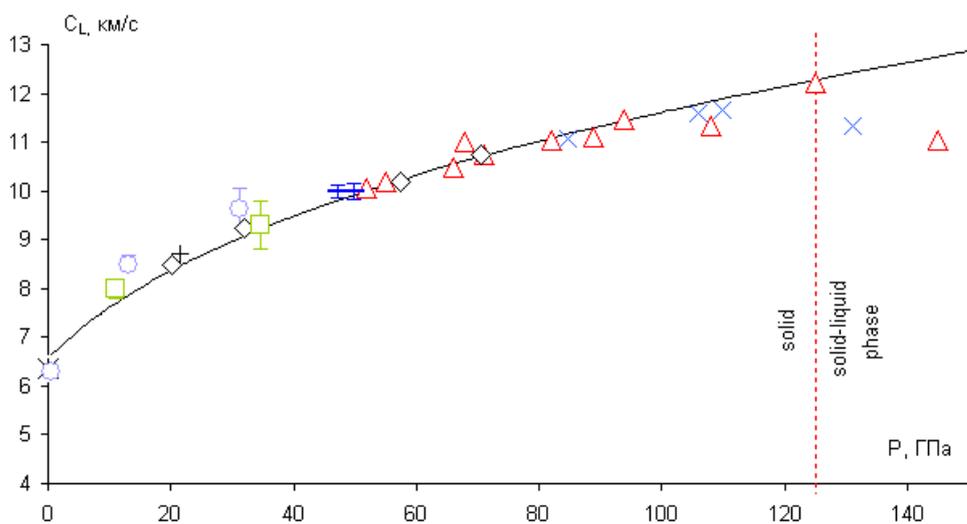


Рис. 3. Продольная скорость звука вдоль адиабаты алюминия; эксперимент: $*$ – [19], $+$ – [12], $-$ – [15], \triangle – [17], \circ – [20; 21], \square – [22], \times – [23], \diamond – [24]

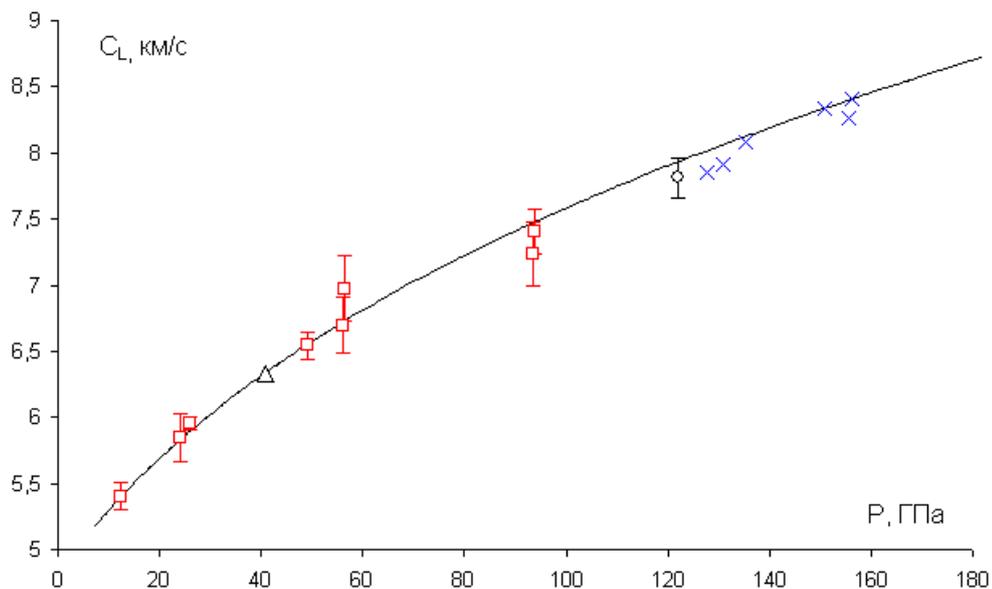


Рис. 4. Продольная скорость звука вдоль адиабаты меди; эксперимент: \circ – [11], \triangle – [12], \square – [25], \times – [26]

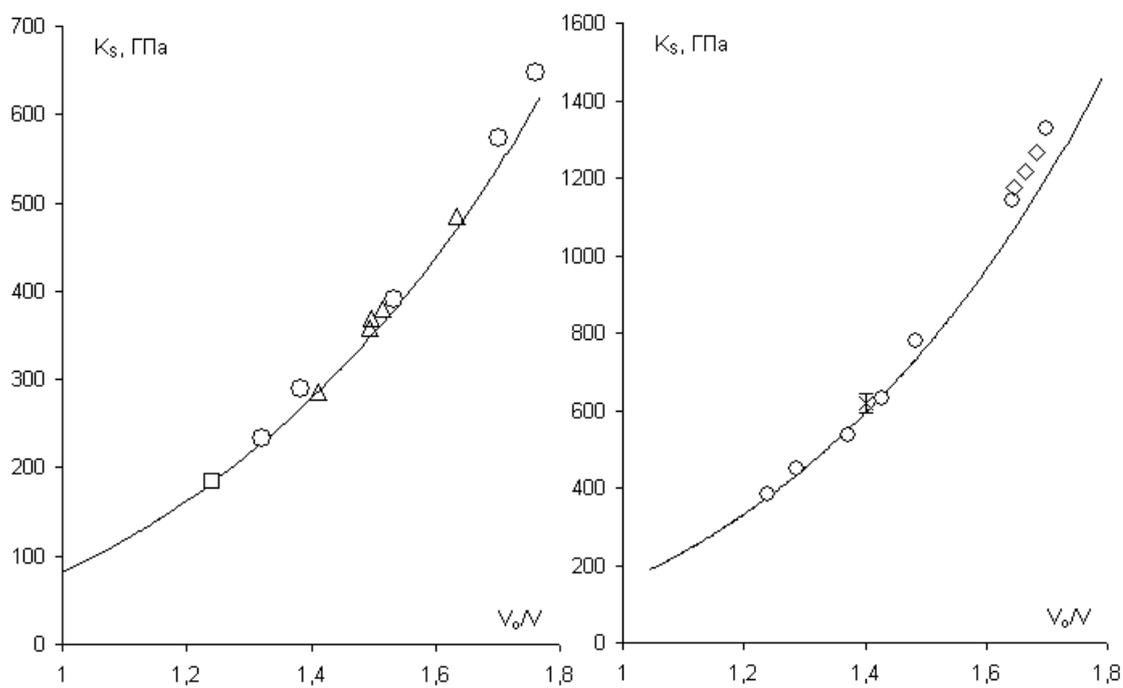


Рис. 5. Изотропический модуль объемного сжатия на ударной адиабате алюминия (а); меди (б); экспериментальные данные: \circ – [9], \times – [12], \square – [16], \triangle – [17], \diamond – [18]

Полученная точность вычисления продольной и объемной скоростей звука дает основание утверждать, что вычисленные через скорости звука модуль сдвига, по соотношению (6), и изоэнтропический модуль объемного сжатия, по (5), будут рассчитываться с погрешностью, не превышающей 10 %.

В качестве подтверждения этих слов, на рис. 5 представлены результаты расчета изоэнтропического модуля объемного сжатия по авторской методике для алюминия и меди, а также экспериментальные данные [9; 12; 16; 17; 18]. Погрешность вычисления K_S не выходит за пределы заявленной погрешности.

Зависимость механических характеристик металлов при изменении температуры и давления

Теория упругости [27] утверждает: в случае однородного изотропного тела модули упругости одинаковы по всем направлениям. Четыре упругие характеристики E – модуль Юнга, G – модуль сдвига, K_S – изоэнтропический модуль объемного сжатия и μ – коэффициент Пуассона взаимосвязаны между собой. Ни одна из них непосредственно в ударно-волновых экспериментах не измеряется. Каждая из этих характеристик выражается через упругую продольную и объемную скорость звука [28]:

$$E = \rho C_L^2 \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{(1-\mu)};$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)};$$

$$K_S = \rho C_B^2;$$

$$\mu = \frac{3 - \left(\frac{C_L}{C_B}\right)^2}{3 + \left(\frac{C_L}{C_B}\right)^2}.$$

Все упругие свойства гомогенных изотропных линейно-упругих материалов уникально определяются любыми двумя модулями упругости, остальные можно вычислить по формулам теории упругости [27].

Как показано выше, один из модулей упругости (изоэнтропический модуль объемного сжатия) определяется с высокой

степенью точности, в качестве второй упругой характеристики рассмотрим модуль сдвига. На сегодняшний день известно множество моделей описания модуля сдвига от давления и температуры, рассмотрим некоторые из них.

• MTS модель модуля сдвига

Модель Chen – Gray изначально была создана в рамках модели пластичности MTS (mechanical threshold stress) [29; 30], поэтому ее часто называют – моделью модуля сдвига MTS, согласно которой модуль сдвига определяется [29; 31] как

$$G(T) = G_0 - \frac{D}{e^{T_0/T} - 1}, \quad (7)$$

где G_0 и T_0 – начальные значения модуля сдвига и температуры, D – константа материала.

Широкого распространения эта модель не получила из-за отсутствия связи модуля сдвига с давлением. При этом экспериментально было показано [11; 32], что модуль сдвига увеличивается с увеличением давления и уменьшается с увеличением температуры. В ударной волне одновременно увеличиваются как давление, так и температура, а следовательно, из модели не ясно, как эти конкурирующие процессы влияют на модуль сдвига. Поэтому единственным преимуществом этой модели является простота реализации.

• SSG модель модуля сдвига

Наиболее известной моделью описания модуля сдвига является модель Стейнберга [33; 34]. Эта модель применяется многими исследователями для моделирования упругопластических течений в твердых телах. Модуль сдвига является функцией давления и температуры:

$$G(P, T) = G_0 \left(1 + A \frac{P}{\delta^{1/3}} - B(T - T_0) \right), \quad (8)$$

где G_0 – значение модуля сдвига при нормальных условиях $P = 0$; $T = T_0 = 300$ К;

$\delta = \frac{V_0}{V}$ – сжатие; $A = \frac{1}{G_0} \frac{\partial G}{\partial P}$ и $B = \frac{1}{G_0} \frac{\partial G}{\partial T}$ –

константы вещества, которые подобраны авторами для большого количества материалов в [34; 35]. Базой для этого послужили результаты анализа экспериментальных данных [36].

К сожалению, модель обладает одним существенным недостатком: предполагается, что, как только температура поднимается выше температуры плавления, модуль сдвига мгновенно обращается в нуль, т. е. модуль сдвига представлен разрывной функцией вблизи фазовой границы.

- *NP модель* модуля сдвига

Модель Nadal – LePoas [37] является модернизацией модели Стейнберга. В ней авторы попытались устранить один из главных недостатков модели SSG – мгновенное изменение модуля сдвига при достижении температуры плавления. Опираясь на теорию твердого тела Дебая и критерий плавления Линдермана, модель NP позволила сгладить поведение модуля сдвига вблизи температуры плавления

$$G(P, T) = \frac{1}{\mathfrak{Z}(\hat{T})} \times \left[\left(G_0 + \frac{\partial G}{\partial P} \frac{P}{\delta^{1/3}} \right) (1 - \hat{T}) + \frac{kT}{mCV} \right];$$

$$C = \frac{(6\pi^2)^{2/3}}{3} f^2; \quad (9)$$

$$\mathfrak{Z}(\hat{T}) = 1 + \exp \left(- \frac{1 + 1/\xi}{1 + \xi / (1 - \hat{T})} \right)$$

для $\hat{T} = \frac{T}{T_m} \in [0, 1 + \xi]$,

где k – постоянная Больцмана; m – атомная масса; f – постоянная Линдермана.

Не смотря на физически обоснованный подход, модель (9) не получила широкого распространения на практике из-за сложности реализации.

- *BGP модель* модуля сдвига

В работах [38; 39] Бураковским предложена новая модель зависимости модуля сдвига от объема и температуры. Модель создана на основе дислокационной теории фазовых переходов [40; 41] и теории твердого тела Дебая (в которой модуль сдвига пропорционален квадрату температуры Дебая) с применением критерия Линдермана для определения начала плавления

$$G(\rho, T) = G(\rho, 0) \left(1 - \beta_b \frac{T}{T_m} \right), \quad (10)$$

$$G(\rho, 0) = G(\rho_0, 0) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{4}{3}} \times \exp \left\{ 6\gamma_1 \left(\frac{1}{\rho_0^{1/3}} - \frac{1}{\rho^{1/3}} \right) + \frac{2\gamma_2}{q} \left(\frac{1}{\rho_0^q} - \frac{1}{\rho^q} \right) \right\}$$

где β_b – константа материала; γ_1, γ_2, q – константы для уравнения коэффициента Грюнайзена в виде $\gamma = \frac{1}{2} + \frac{\gamma_1}{\rho^{1/3}} + \frac{\gamma_2}{\rho^q}$.

Все описанные модели успешно опробованы на практике и показывают приемлемую точность при вычислении модуля сдвига. Однако эти модели обладают одним существенным недостатком – они требуют знания дополнительных специфических констант, большинство из которых определяются эмпирическим способом. Все описанные модели не пригодны для практического использования в расчетах, если значения этих специфических констант (в зависимости от модели) заранее не определены.

Подобный подход полностью противоречит философии малопараметрического уравнения состояния, поэтому ставим задачу: определить модуль сдвига материала с применением уже существующих шести констант малопараметрического УРС [1] и термодинамических тождеств. Опираясь на тот факт, что точность вычисления объемной и продольной скоростей звука достаточно высокая, вычислим модуль сдвига из соотношения

$$G = \frac{3(C_L^2 - C_B^2)}{4V}. \quad (11)$$

На рис. 6 представлены результаты расчетов модуля сдвига алюминия от давления на ударной адиабате по методике (11) и по моделям SSG (8), BSP (10). Константы для модели Стейнберга брались из [33] ($G_0 = 27,6$ ГПа, $A = 65$ ТПа⁻¹; $B = -0,62$ кК⁻¹), а для модели Бураковского использовалась зависимость модуля сдвига алюминия от давления [42]:

$$G(P, T = 0) = 29,3 \left(1 + \frac{P}{12,9} \right)^{0,79}.$$

Для оценки также нанесены экспериментальные точки [22; 23; 24; 43] и результаты из работы [44], посвященной обработке раз-

личных экспериментальных данных по скоростям звука. Авторское решение немного отличается от модели BSP (7) и SSG (8). Из-за существенного разброса экспериментальных данных нельзя однозначно определить, какая из моделей лучше. При этом необходимо учесть, что константы по модели SSG (8) подобраны в [33] по описанию экспериментальных данных в низкой области напряжений, что дает лишь приближен-

ное значение этих величин при переходе к высоким напряжениям (давлениям).

Из-за большого разброса экспериментальные данные не могут выступать критерием определения истинности при вычислении модуля сдвига по той или иной модели. Взяв на вооружение тот факт, что экспериментально невозможно измерить модуль сдвига (в экспериментах измеряют продольные и объемные скорости звука [9–11],

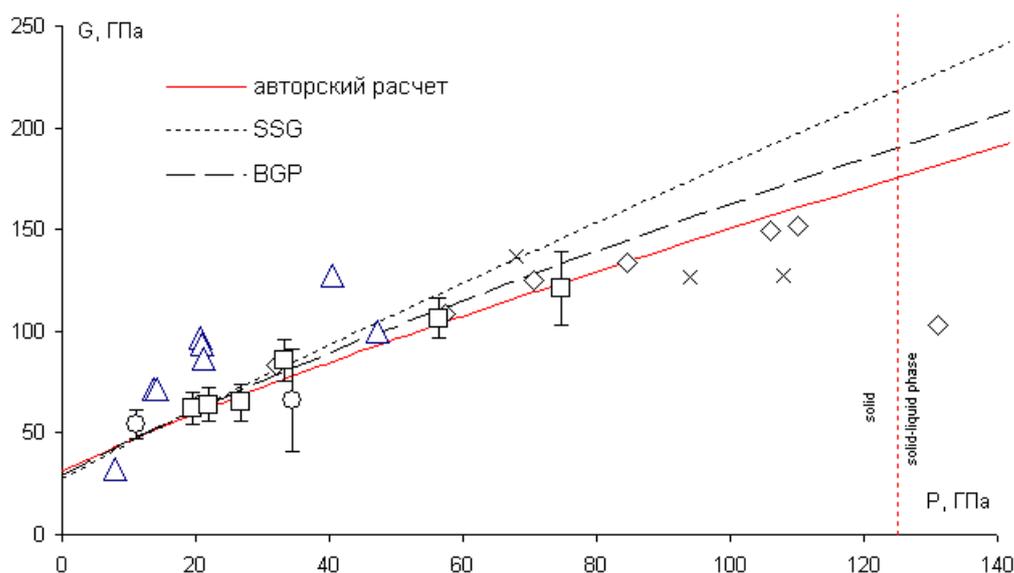


Рис. 6. Модуль сдвига на ударной адиабате алюминия; экспериментальные данные: \times – [17], \circ – [22], \diamond – [23; 24], \square – [43], \triangle – [44]

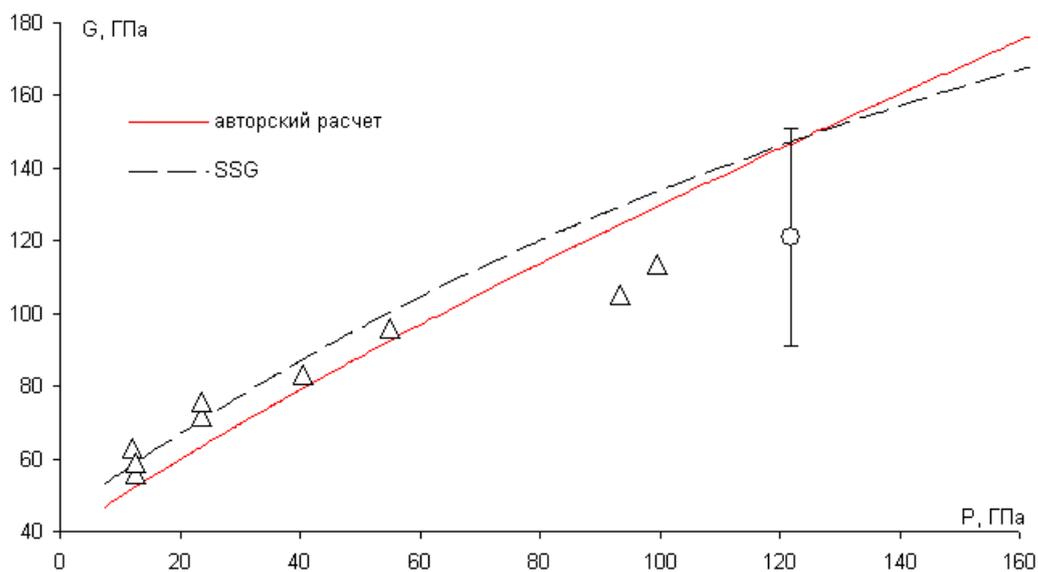


Рис. 7. Модуль сдвига вдоль ударной адиабаты меди; эксперимент: \circ – [11], \triangle – [44]

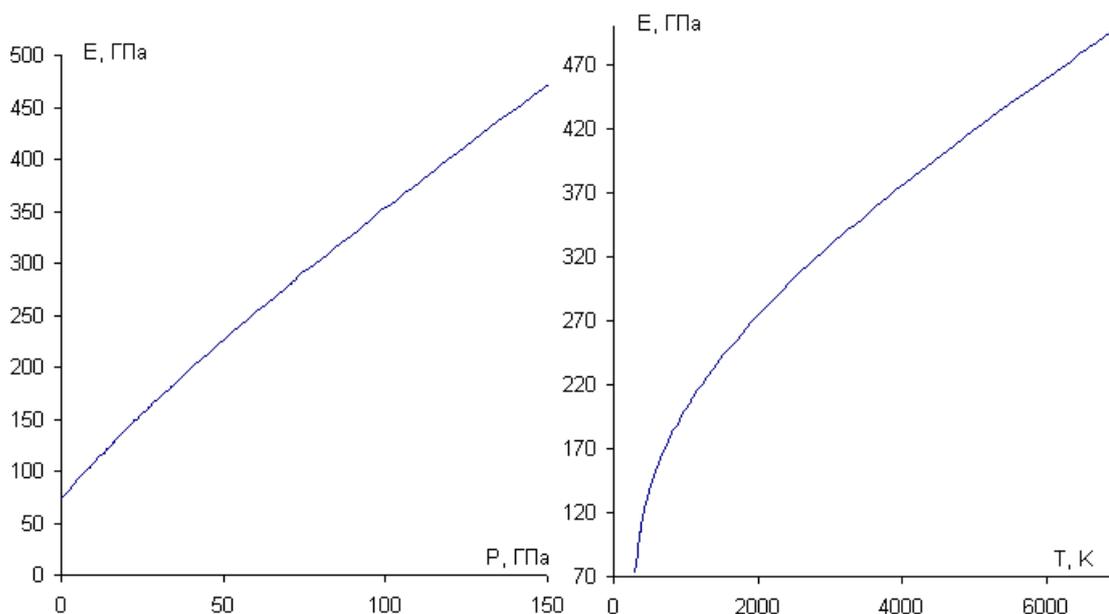


Рис. 8. Модуль Юнга алюминия как функция давления и температуры на ударной адиабате

а уже по ним (11) вычисляют модуль сдвига), можно утверждать, что определяющим показателем точности расчета модуля сдвига является точность измерения обеих скоростей звука одновременно. А как показано выше, скорость вычисления скоростей звука по малопараметрическому УРС достаточно высокая.

На рис. 7 представлен результат расчета модуля сдвига меди вдоль ударной адиабаты. Для оценки на рисунок нанесен результат расчета модуля сдвига по модели SSG (8). Константы модели Стейнберга принимались из [33] ($G_0 = 47,7$ ГПа, $A = 28$ ТПа $^{-1}$; $B = -0,38$ кК $^{-1}$). Выполненный авторский расчет хоть и попадает в отведенный экспериментальный интервал, показывает тенденцию к завышению модуля сдвига при давлениях более 100 ГПа. По-видимому, это связано с постоянством коэффициента Пуассона, принятым в расчете. Однако, согласно экспериментальным данным [28], коэффициент Пуассона монотонно увеличивается с увеличением давления от начального значения до значения несжимаемой жидкости – $\mu = 0,5$, а это в наших расчетах не учитывается.

Из теории упругости [27] определим оставшуюся упругую константу – модуль Юнга:

$$E = \frac{9K_S G}{3K_S + G}.$$

На рис. 8 представлен результат расчета зависимости модуля Юнга от давления и температуры вдоль адиабаты нагружения. Видно, что модуль изменяется нелинейно, при этом изменение от первоначального значения отличается практически на порядок, что непременно скажется при расчете упругопластичного течения. Следовательно, принятие постоянства модуля Юнга в большинстве упругопластических задач заведомо будет приводить к ошибочному результату.

Выводы

В работе проведен анализ существующих моделей и способов описания температурных зависимостей упругих констант веществ и предложена относительно простая методика расчета механических параметров в рамках единого подхода малопараметрического уравнения состояния. Погрешность вычисления модуля объемного сжатия не превышает 5 %, механических величин – 10–15 % от экспериментальных данных.

Список литературы

1. Краус Е. И. Малопараметрическое уравнение состояния твердого вещества при высоких плотностях энергии // Вестн.

- Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2007. Т. 2, вып. 2. С. 65–73.
2. Молодец А. М. Обобщенная функция Грюнайзена для конденсированных сред // ФГВ. 1995. Т. 31, № 5. С. 132–133.
 3. Slater I. C. Introduction in the Chemical Physics. N. Y.; L.: McGraw Book company, Inc., 1935. 239 p.
 4. Ландау Л. Д., Станюкович К. П. Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ // ДАН СССР. 1945. Т. 46. С. 399–406.
 5. Dugdale J. S., McDonald D. The Thermal Expansion of solids // Phys. Rev. 1953. Vol. 89. P. 832–851.
 6. Зубарев В. Н., Ващенко В. Я. О коэффициенте Грюнайзена // ФТТ. 1963. Т. 5. С. 886–891.
 7. Альтшулер Л. В., Бушман А. В., Жерноклетов М. В., Зубарев В. Н., Леонтьев А. А., Фортвов В. Е. Изэнтропы разгрузки и уравнения состояния металлов при высоких плотностях энергии // ЖЭТФ. 1980. Т. 78, № 2. С. 741–760.
 8. Ударные волны и экстремальные состояния вещества / Под ред. В. Е. Фортова, Л. В. Альтшулера, Р. Ф. Трунина, А. И. Фунтикова. М.: Наука, 2000. 425 с.
 9. Альтшулер Л. В., Кормер С. Б., Бражник М. И., Владимиров Л. А. Изэнтропическая сжимаемость алюминия, меди, свинца и железа при высоких давлениях // ЖЭТФ. 1960. Т. 38, № 4. С. 1061–1073.
 10. Воробьев А. А., Дремин А. Н., Канель Г. И. Зависимость коэффициентов упругости алюминия от степени сжатия в ударной волне // ПМТФ. 1974. № 5. С. 94–100.
 11. Альтшулер Л. В., Бражник М. И., Телегин Г. С. Прочность и упругость железа и меди при высоких давлениях ударного сжатия // ПМТФ. 1971. № 6. С. 159–166.
 12. Альтшулер Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений // УФН. 1965. Т. 85. С. 197–258.
 13. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике / Под ред. Б. Олдера, С. Фернбаха, М. Ротенберга. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
 14. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 688 с.
 15. Asay J. R., Chhabildas L. C., Kerley G. I., Trucano T. G. High Pressure Strength of Shocked Aluminum // Shock Waves in Condensed Matter / Ed. by Y. M. Gupta. N. Y.: American Institute of Physics, 1985. P. 145–149.
 16. Neal T. Mach Waves and Reflected Rarefactions in Aluminum // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 46. P. 2521–2527.
 17. McQueen R. G., Fritz J. N., Morris C. E. The Velocity of Sound behind Strong Shock Waves in 2024 Al // Shock Waves in Condensed Matter / Eds. J. R. Asay, R. A. Graham, G. K. Straub. Amsterdam: North Holland, 1984. P. 95–98.
 18. Hayes D, Hixson R. S., McQueen R. G. High Pressure Elastic Properties, Solid-Liquid Phase Boundary and Liquid Equation of State from Release Wave Measurements in Shock-Loaded Copper // Shock Compression of Condensed Matter / Eds. M. D. Furnish, L. C. Chabildas, R. S. Hixson. N. Y.: American Institute of Physics, 2000. P. 483–488.
 19. LASL Shock Hugoniot Data / Ed. by S. P. Marsh. Berkeley: Univ. California Press, 1980. 658 p.
 20. Kusubov A. S., Thiel M. van. Measurement of Elastic and Plastic Unloading Wave Profiles in 2024-T4 Aluminum Alloy // J. Appl. Phys. 1969. Vol. 40. P. 3776–3779.
 21. Kusubov A. S., Thiel M. van. Dynamic Yield Strength of 2024-T4 Aluminum at 313 kbar // J. Appl. Phys. 1969. Vol. 40. P. 893–898.
 22. Erkman J. O., Christensen A. B. Attenuation of Shock Waves in Aluminum // J. Appl. Phys. 1967. Vol. 38. P. 5395–5403.
 23. Yu Yu-Ying et al. Shear Modulus of Shock-Compressed LY12 Aluminum up to Melting Point // Chinese Phys. B. 2008. Vol. 17. P. 264–269.
 24. Yu Yu-Ying et al. Sound Velocity and Release Behavior of Shock-Compressed LY12-Al // Chinese Phys. Lett. 2005. Vol. 22. P. 1742–1745.
 25. Chhabildas L. C.; Asay J. R. Time-Resolved Wave Profile Measurements in Copper to Megabar Pressures // High Pressure in Research and Industry, 8th AIRAPT Conf / Eds. C. M. Backman, T. Johannisson, L. Tegner. Uppsala, 1981. P. 183–189.
 26. Hu J. B., Jing F. Q., Cheng J. X. Sound Velocities at High Pressures and Shock-Melting of Copper // Chinese Journal of High Pressure Physics. 1989. Vol. 3. P. 187–197.
 27. Новожилов В. В. Теория упругости. Л.: Судпрогиз, 1958. 370 с.

28. Глушак Б. Л., Куропатенко В. Ф., Новиков С. А. Исследование прочности материалов при динамических нагрузках. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. 295 с.
29. Chen S. R., Gray G. T. Constitutive Behavior of Tantalum and Tantalum-Tungsten Alloys // Metall. Mater. Trans. 1996. A. Vol. 27. P. 2994–3006.
30. Goto D. M., Bingert J. F., Reed W. R., Garrett R. K. Anisotropy Corrected MTS Constitutive Strength Modeling in HY-100 Steel // Scripta Mater. 2000. Vol. 42. P. 1125–1131.
31. Varshni Y. P. Temperature Dependence of the Elastic Constants // Phys. Rev. B. 1970. Vol. 10. P. 3952–3958.
32. Abey A. E. Effect of Hydrostatic Pressure on the Stress-Strain Curves of OFHC Copper // J. Appl. Phys. 1971. Vol. 42. P. 4085–4088.
33. Steinberg D. J., Cochran S. G., Guinan M. W. A Constitutive Model for Metals Applicable at High-Strain Rate // J. Appl. Phys. 1980. Vol. 51. P. 1498–1504.
34. Steinberg D. J., Lund C. M. A Constitutive Model for Strain Rate from 10^{-4} to 10^{-6} s^{-1} // J. Appl. Phys. 1989. Vol. 65. P. 1528–1533.
35. Steinberg D. J. Equation of State and Strength Properties of Selected Materials // LLNL report No. UCRL-MA-106439. 1996.
36. Guinan M. W., Steinberg D. J. Pressure and Temperature Derivatives of the Isotropic Polycrystalline Shear Modulus for 65 Elements // J. Phys. Chem. Solids. 1974. Vol. 35. P. 1501–1512.
37. Nadal M. H., Le Poac P. Continuous Model for the Shear Modulus as a Function of Pressure and Temperature up to the Melting Point: Analysis and Ultrasonic Validation // J. Appl. Phys. 2003. Vol. 93. P. 2472–2480.
38. Burakovsky L., Greeff C. W., Preston D. L. Analytic Model of the Shear Modulus at all Temperatures and Densities // Phys. Rev. B. 2003. Vol. 67. id.094107.
39. Burakovsky L., Preston D. L. Shear Modulus at all Pressures: Generalized Guinan – Steinberg Formula // J. Phys. Chem. Solids. 2006. Vol. 67. P. 1930–1936.
40. Burakovsky L., Preston D. L. Analysis of Dislocation Mechanism for Melting of Elements // Solid State Communications. 2000. Vol. 115. P. 341–345.
41. Burakovsky L., Preston D. L., Silbar R. R. Melting as a Dislocation-Mediated Phase Transition // Phys. Rev. B. 2000. Vol. 61. P. 15011–15018.
42. Burakovsky L., Preston D. L. Generalized Guinan-Steinberg Formula for the Shear Modulus at all Pressures // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 71. P. 184118.
43. Hu Jian-Bo et al. Effect of Anneal on the Release Behaviour of LY12-Al Alloy // Chinese Phys. Lett. 2006. Vol. 23. P. 1265–1268.
44. Jianxiang Peng, Fuqian Jing, Dahong Li. Pressure and Temperature Dependence of Shear Modulus and Yield Strength for Aluminum, Copper, and Tungsten under Shock Compression // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 98. P. 013508.

Материал поступил в редколлегию 15.05.2009

E. I. Kraus

THE CALCULATION OF ELASTIC MODULUS BEHIND STRONG SHOCK WAVES

In the paper the approach for calculation of mechanical characteristics of materials behind strong shock waves is realized in the frame of uniform system of the few-parametric equation of state [1]. For the considered materials a comprehensive comparison of theoretical computational results with available at high energy density experimental data is carried out and good agreement of the results is obtained.

Keywords: equation of state, shock wave, shear modulus.