

## СОПРЯЖЕННЫЙ КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОБМЕН В ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ \*

Исследовано влияние конечной теплопроводности границ на структуру течения в вертикальном слое со стенками, нагретыми до разных температур, и на локальные характеристики свободноконвективных пограничных слоев в диапазоне чисел Грасгофа от  $100 \leq Gr \leq 10^4$ . Методом конечных элементов в декартовых координатах решены уравнения термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска в переменных температура, вихрь и функция тока. Численно исследованы ламинарные режимы течения в вертикальных слоях при граничных условиях первого рода и в сопряженной постановке задачи. В последнем случае рассчитаны поля температуры как в жидкости, так и в твердых вертикальных стенках.

*Ключевые слова:* свободная (термогравитационная) конвекция, сопряженный теплообмен, вертикальный слой, численное моделирование, метод конечных элементов.

### Введение

Каноническим объектом в исследовании устойчивости течений и ламинарно-турбулентного перехода при термогравитационной конвекции является течение в вертикальном слое жидкости, заключенном между параллельными плоскостями, нагретыми до разных температур. Обладая более богатым, по сравнению с изотермическими течениями, спектром возмущений, термогравитационные течения обнаруживают разнообразие механизмов неустойчивости [1; 2]. Наличие различных по своей физической природе механизмов развития возмущения делает эти течения чувствительными к воздействию всякого рода внешних и внутренних факторов.

В цикле работ, выполненных в ИТ СО РАН в 1966–1983 гг., исследовалась структура течения в ламинарных режимах и их устойчивость (и достаточно независимо) в

развитых турбулентных режимах течения. Важнейшие результаты этих исследований обобщены в обзоре [2]. Дальнейшие экспериментальные исследования были направлены на изучение процессов ламинарно-турбулентного перехода в свободноконвективных пограничных слоях. Эксперименты были выполнены на трех рабочих участках с вертикальными стенками с высокой теплопроводностью и со стеклянными прозрачными вертикальными стенками, позволяющими наблюдать развитие пограничного слоя и целенаправленно проводить измерения полей скорости и температуры в качественно различных областях пограничного слоя: в ламинарном, в зоне ламинарно-турбулентного перехода и в области развитого турбулентного пограничного слоя [3–5]. Проведено одновременное исследование локальных характеристик свободноконвективного пограничного слоя и качественной перестройки пространственной формы те-

---

\* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-08-01245а).

чения на стенке вертикального слоя в условиях, когда пограничные слои на горячей и холодной стенках развиваются в значительной мере автономно, в отличие от известной задачи Г. З. Гершуни [1]. Изучение механизмов неустойчивости и характеристик вторичных течений интересно для научно-технических приложений, так как смена режимов течения сопровождается сменой закономерностей тепло- и массообмена [2–5]. Знание границ перехода и основных закономерностей интегральных и локальных процессов тепло- и массообмена в прослойках жидкости и газа необходимо, например, в строительной теплофизике – это оптимизация конструкций окон, стеклопакетов и нагревательных элементов. Приложение в технологической гидромеханике – это, например, сопряженный конвективный теплообмен на образующих монокристаллов и тепло- и массообмен расплавов у стенок тиглей. Работа энергетического оборудования, в частности аварийного естественно-конвективного охлаждения активной зоны реакторов на атомных электростанциях, происходит в условиях интенсивной термогравитационной конвекции. Для анализа сложного сопряженного теплообмена внутри конструкций авиационной и ракетной техники (в топливных баках, в воздушных прослойках фюзеляжа) также необходимы знания закономерностей развития конвективных течений с ростом перепадов температуры и связанных с режимами течений процессов тепло- и массообмена [2–4]. Знание общих закономерностей конвективного теплообмена необходимо и для достоверного прогноза термодинамического состояния авиационного и ракетного топлива при решении проблем надежности работы топливных систем и двигателей [6].

Экспериментальные исследования с прозрачными вертикальными стенками конечной теплопроводности приводят к необходимости учитывать сопряженный теплообмен между низкотеплопроводными вертикальными стенками и слоем жидкости, заключенным между ними. Экспериментально определить поле температуры внутри прозрачных стенок и исследовать влияние локального сопряженного теплообмена на локальную структуру течения невозможно. Поэтому проведены численные исследования в сопряженной постановке задачи при геометрии расчетной области, совпадающей

с геометрией рабочего участка экспериментального стенда [3; 5].

### Постановка задачи

При геометрии расчетной области, подобной рабочему участку экспериментального стенда, численно исследованы ламинарные режимы течения жидкости с числом Прандтля  $Pr = 16$  в вертикальных слоях при граничных условиях первого рода и в сопряженной постановке. В последнем случае рассчитаны поля температуры как в жидкости, так и в вертикальных стенках. Задача решалась в двумерной постановке в декартовых координатах. Геометрия расчетной области представлена на рис. 1.

Расчетная область состоит из слоя жидкости (подобласть  $\Omega_1$ ), заключенной между двумя вертикальными стеклянными стенками, нагретыми до разных температур на внешних поверхностях  $\Gamma_5$  и  $\Gamma_6$  (подобласти  $\Omega_2$ ). Вертикальные стенки имеют теплопроводность равную теплопроводности зеркального стекла при 293 К. Теплопроводность жидкости, заполняющей подобласть  $\Omega_1$ , постоянна и равна теплопроводности 96 % этилового спирта при 293 К. Границы  $\Gamma_5$  и  $\Gamma_6$  в эксперименте изотермические за счет прокачки термостатированной воды [5]. На рабочих границах  $\Gamma_1$  (поверхность

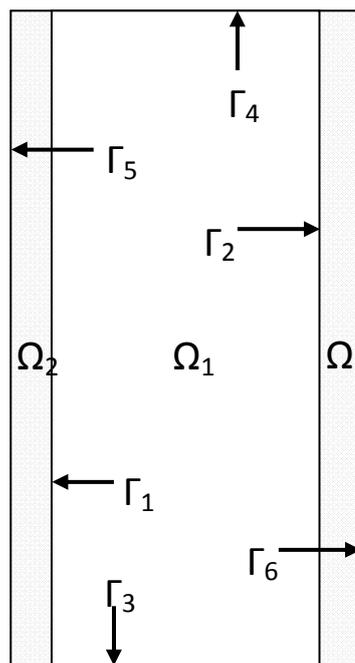


Рис. 1. Схема расчетной области

горячей стенки) и  $\Gamma_2$  (поверхность холодной стенки) заданы условия идеального теплового контакта, т. е. неразрывность поля температуры и равенство тепловых потоков. Горизонтальные границы вертикального слоя жидкости  $\Gamma_3$  и  $\Gamma_4$  считаются адиабатическими. На границах  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  и  $\Gamma_4$  все три компоненты скорости равны нулю.

Задача решалась в безразмерном виде, в качестве масштабов геометрических размеров выбрана толщина слоя  $L$ . Для скорости использован масштаб  $v/L$ , где  $v$  – кинематическая вязкость жидкости. Масштаб температуры  $\Delta T = T_{\max} - T_{\min}$ , где  $T_{\max}$  и  $T_{\min}$  – температуры на внешних сторонах горячей и холодной стенок соответственно.

Кондуктивный теплообмен в вертикальных стенках (подобласти  $\Omega_2$ ) описывается уравнением теплопроводности:

$$\lambda_s \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = 0,$$

где  $\lambda_s$  – это теплопроводность вертикальных пластин,  $x$  и  $z$  – горизонтальная и вертикальная пространственные координаты.

Конвективный теплообмен в жидкости (подобласть  $\Omega_1$ ) описывается безразмерной системой уравнений Навье – Стокса, неразрывности и энергии в приближении Буссинеска, записанной в терминах температуры, вихря и функции тока:

$$\begin{aligned} V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} &= \frac{1}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right), \\ V_x \frac{\partial \omega}{\partial x} + V_z \frac{\partial \omega}{\partial z} &= \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) + \text{Gr} \frac{\partial T}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= -\omega, \quad V_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad V_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \end{aligned}$$

Здесь  $\text{Gr} = \frac{g \cdot \beta \cdot L^3 (T_{\max} - T_{\min})}{\nu^2}$  – число Грасгофа, где  $g$  – ускорение свободного падения, а  $\beta$  – коэффициент объемного расширения жидкости,  $\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$  – число Прандтля,

$\alpha$  – коэффициент температуропроводности,  $T$  – безразмерная температура,  $\omega$  – безразмерный вихрь,  $\psi$  – безразмерная функция тока,  $V_z$  и  $V_x$  вертикальные и горизонтальные компоненты вектора скорости. Вектор скорости связан с функцией тока соотношением

$$V = (V_x, V_z) = \left( \frac{\partial \psi}{\partial z}, -\frac{\partial \psi}{\partial x} \right).$$

На границах расчетной области поставлены граничные условия, которые являются следствием равенства нулю обеих компонент скорости на твердых стенках:

$$\begin{aligned} \psi|_{\Gamma_{1,2,3,4}} &= 0; \\ \omega|_{\Gamma_{1,2,3,4}} &= \frac{\partial V_x}{\partial z} \Big|_{\Gamma_{1,2,3,4}} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \Big|_{\Gamma_{1,2,3,4}}. \end{aligned}$$

Значения вихря на границах вычисляются на каждой итерации после подстановки значений скорости, рассчитанных в слое, в граничные условия для вихря. Использована формула Вудса. Для температуры поставлены условия идеального теплового контакта:

$$\begin{aligned} T|_{\Gamma_{1-,2-}} &= T|_{\Gamma_{1+,2+}}, \\ -\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{1-,2-}} &= -\lambda_F \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{1+,2+}}, \end{aligned}$$

где  $\lambda_s$ ,  $\lambda_F$  – коэффициенты теплопроводности материала стенки и жидкости. На горизонтальных границах слоя жидкости поставлены условия теплоизолированности

$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{3,4}} = 0$ . Внешняя сторона горячей

(левой) стенки изотермическая, и на ней поддерживается максимальная для системы температура:  $T|_{\Gamma_s} = 1$ . Внешняя сторона холодной (правой) стенки изотермическая, и на ней поддерживается минимальная для системы температура:  $T|_{\Gamma_6} = 0$ .

Для оценок и расчетов чисел Грасгофа, Прандтля и других параметров были использованы фиксированные значения теплофизических свойств 96 % этилового спирта при 293 К:

- коэффициент динамической вязкости  $\mu = 1,198 \cdot 10^{-3}$  кг/м · с;
- коэффициент объемного расширения  $\beta = 1,05 \cdot 10^{-3}$  1/К;
- кинематическая вязкость  $\nu = 1,483 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;
- теплопроводность спирта  $\lambda_F = 0,179$  Вт/м·К;
- температуропроводность  $\alpha = 9,218 \cdot 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/с [6].

Теплопроводность стекла при 293 К  $\lambda_s = 0,823$  Вт/м·К [7]. Для оценок чисел Грасгофа и относительных размеров ис-

пользован масштаб – толщина слоя жидкости (как в эксперименте)  $L = 0,06$  м.

Методом конечных элементов [9] решалась задача на установление. При решении использовалась равномерная прямоугольная конечноэлементная сетка с квадратичными базисными функциями. Значение вихря на твердых стенках вычислялось из значений компонент скорости с прошлой итерации. При вычислении значений вихря и скорости использовался метод согласованных результатов [9], позволяющий с высокой точностью получать значения частных производных произвольного конечноэлементного решения. В программе реализован итерационный процесс, в который при необходимости подставляются нужные значения переменных с предыдущих шагов. При этом сначала находится температура, затем вихрь, функция тока. Размерность сетки составляла  $97 \times 1\,009$  узлов.

### Результаты исследований

Работа направлена на выяснение степени влияния теплового взаимодействия стенки и потока жидкости на локальные характеристики пограничного слоя. Для этого расчеты проведены при сопряженной постановке задачи, и полученные результаты сравниваются со случаем граничных условий первого рода. На рис. 2 представлена эволюция полей изотерм и изолиний функции тока с ростом числа Грасгофа для сопряженной постановки задачи. При малых перепадах температуры между вертикальными стенка-

ми, ограничивающими слой жидкости, пространственная форма течения состоит из подъемного потока на горячей стенке, опускного на холодной и поворотных течений в нижней и верхней торцевых зонах. В нижней торцевой зоне поток охлажденной жидкости разворачивается и натекает на нижнюю часть горячей стенки, в результате чего в стеклянной стенке поле температуры становится локально неоднородным. Это видно на рис. 2, а–в и 3, где показаны поля изотерм внутри горячей стенки при различных числах Грасгофа (масштабы по толщине пластины и в продольном направлении разные). Видно, что натекающий на нижнюю часть горячей стенки холодный поток жидкости (рис. 4, а) эффективно ее выхолаживает. Это приводит ко все большей неоднородности температуры в стенке с ростом числа Gr. Наблюдается рост поперечных и продольных градиентов температуры внутри твердой стенки. Аналогично меняется поле температуры в холодной стенке из-за натекания горячего потока в ее верхней части. В результате теплоперенос вдоль по слою осуществляется не только за счет конвективного механизма теплообмена, но и за счет продольных кондуктивных потоков тепла в стенках. С ростом чисел Грасгофа нижняя часть горячей стенки охлаждается все более эффективно, из-за чего неоднородность поля внутри стенки становится более ярко выраженной.

На рис. 4, б показана эволюция профилей вертикальной компоненты скорости в центральных по высоте сечениях слоя с ростом

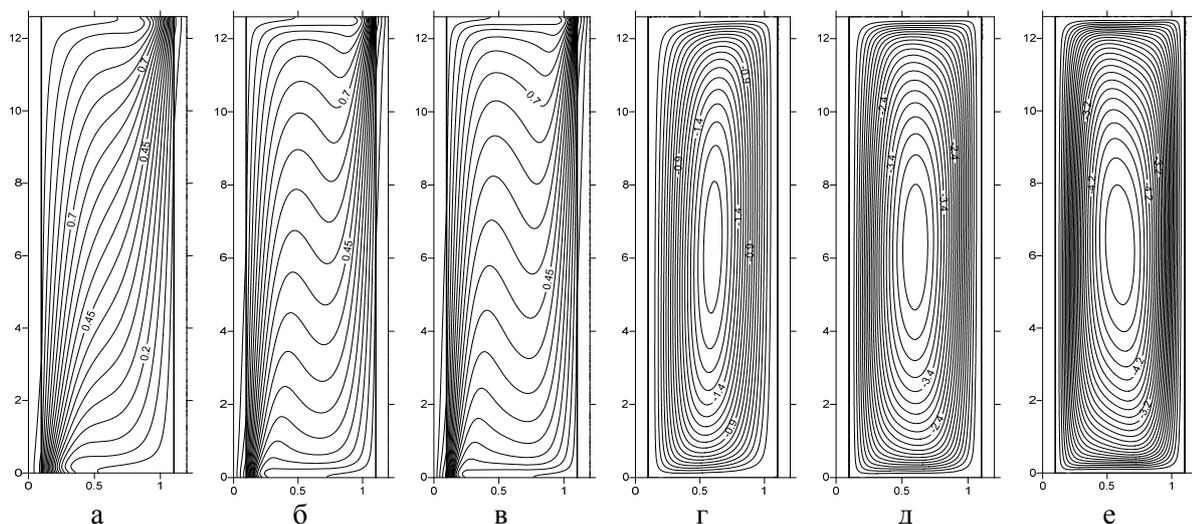


Рис. 2. Поля изотерм (а–в) и изолиний функции тока (г–е): а, г – при Gr = 1 000; б, д – 6 000; в, е – 11 000

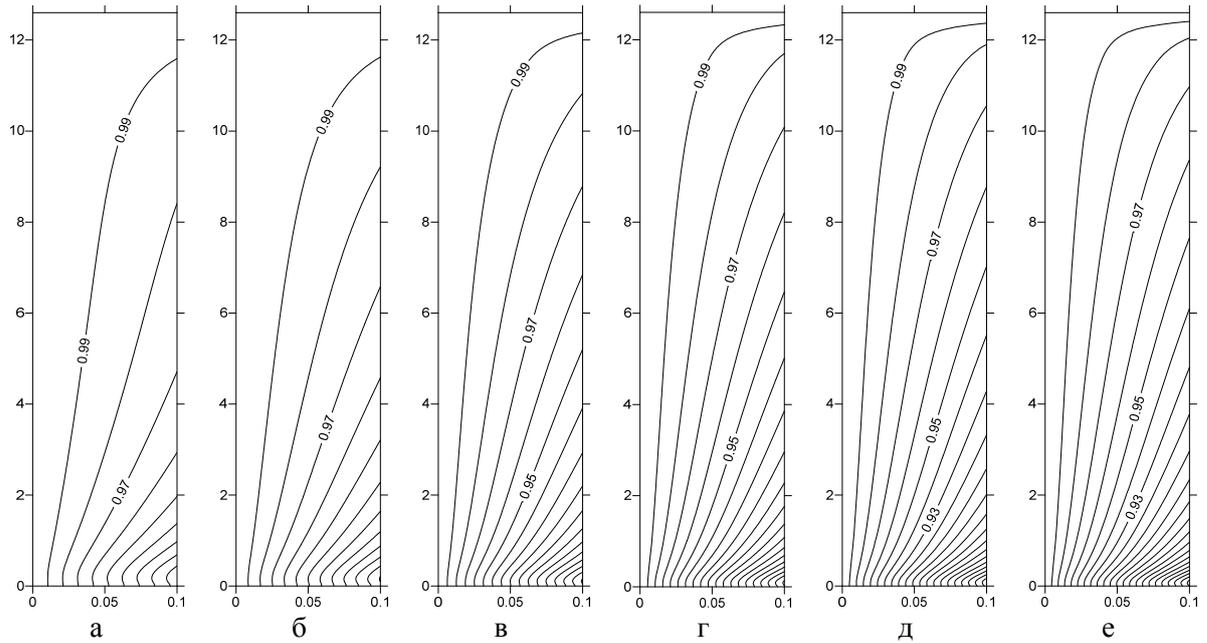


Рис. 3. Поля изотерм внутри горячей стенки: а –  $Gr = 500$ ; б –  $Gr = 1000$ ; в –  $Gr = 3000$ ; г –  $Gr = 6000$ ; д –  $Gr = 8000$ ; е –  $Gr = 11000$

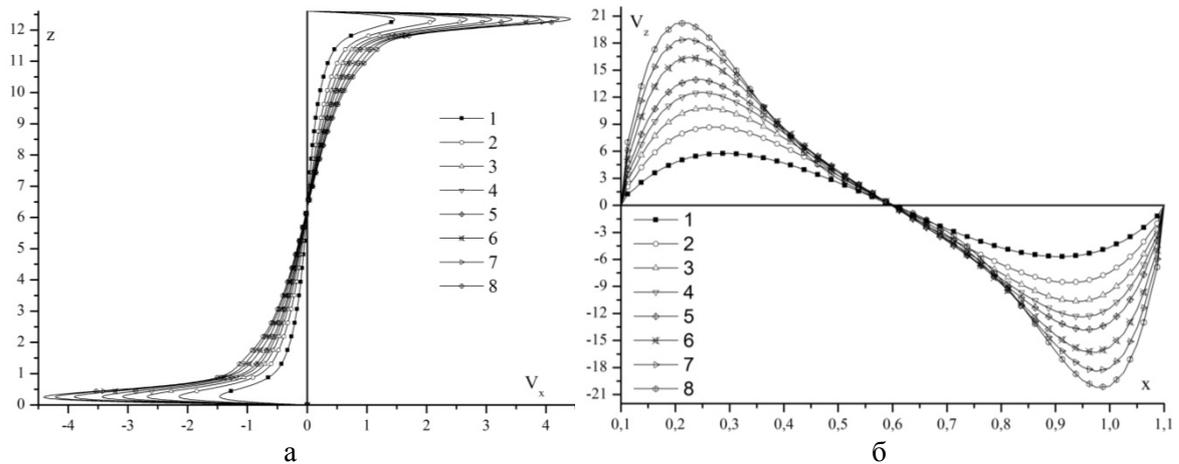


Рис. 4. Распределения горизонтальной компоненты скорости (а) в сечении  $x = L/2$  и вертикальной компоненты скорости (б) в сечении  $z = 6$ : 1 –  $Gr = 1000$ ; 2 –  $Gr = 2000$ ; 3 –  $Gr = 3000$ ; 4 –  $Gr = 4000$ ; 5 –  $Gr = 5000$ ; 6 –  $Gr = 7000$ ; 7 –  $Gr = 9000$ ; 8 –  $Gr = 11000$

числа Грасгофа. С ростом числа Грасгофа растет интенсивность конвективных течений, существенно меняется форма профилей продольной скорости, постепенно уходя от вида кубической параболы, полученной теоретически Г. З. Гершуни для случая бесконечно длинного слоя при граничных условиях первого рода [2] и малых числах Грасгофа. Отличие от вертикального слоя в эксперименте от теоретического – наличие поворотных зон и нормальной компоненты

скорости в нижней и верхней частях слоя. С ростом числа Грасгофа в зоне поворотных течений существенно возрастает амплитуда горизонтальной компоненты скорости (см. рис. 4, а), что приводит к более эффективному охлаждению нижней части горячей стенки и нагреву верхней части холодной стенки, а также к росту продольных градиентов температуры на стенках.

На рис. 5 представлены распределения горизонтальных градиентов температуры

внутри горячей стенки в двух сечениях по высоте. В ее нижней части сечение  $z = 0,35$  соответствует области максимальных значений градиентов температуры по нормали к рабочей поверхности горячей стенки (см. рис. 3, *а-в*). С ростом числа Грасгофа существенно возрастают продольные градиенты температуры вдоль рабочей поверхности стенки и внутри нее. Градиенты внутри горячей стенки имеют наибольшее значение вблизи ее нижнего торца. С ростом числа Грасгофа область с большими градиентами температуры распространяется практически на весь объем стенки. В результате теплового взаимодействия со стенкой восходящий поток жидкости подогревается вниз по течению. В этом тепловое взаимодействие жидкости с обтекаемой стенкой принципно

отличается от случая граничного условия первого рода, при котором вниз по потоку температура жидкости приближается к температуре стенки, и соответственно падает локальный тепловой поток. Таким образом, сравнительный анализ двух рассматриваемых случаев сводится к выяснению относительной роли продольного и поперечного градиентов температуры в стенке ограниченной теплопроводности и их влияния на энергетику восходящего потока жидкости и на локальную структуру свободноконвективного пограничного слоя.

На рис. 6, *а* показаны распределения температуры по высоте на рабочей стороне поверхности горячей стенки для различных чисел Грасгофа, а на рис. 6, *б* – зависимость средней температуры на рабочей стороне

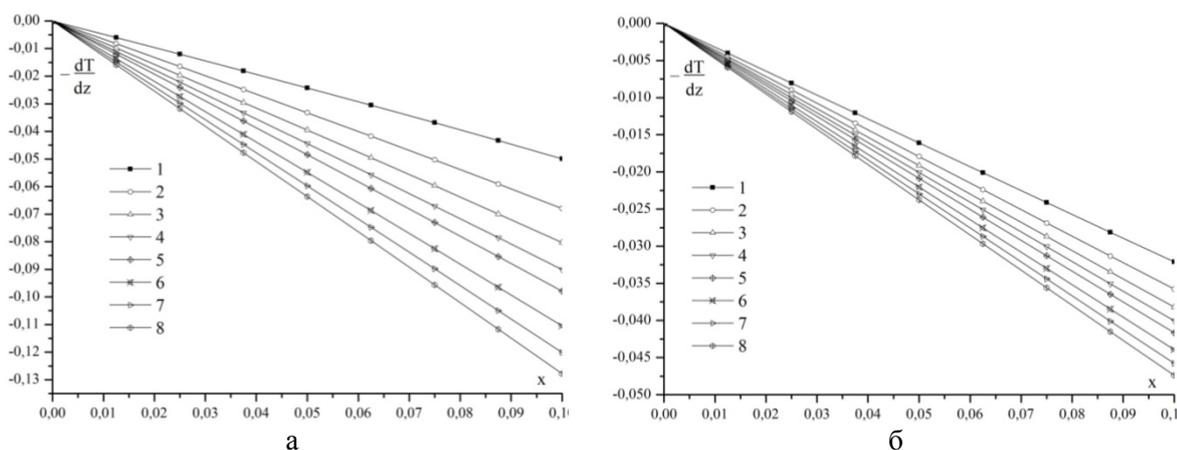


Рис. 5. Распределения градиентов температуры в горячей стенке: *а* – в сечении  $z = 0,35$ ; *б* –  $z = 1$ . Кривые соответствуют следующим числам Грасгофа: 1 – 1 000; 2 – 2 000; 3 – 3 000; 4 – 4 000; 5 – 5 000; 6 – 7 000; 7 – 9 000; 8 – 11 000

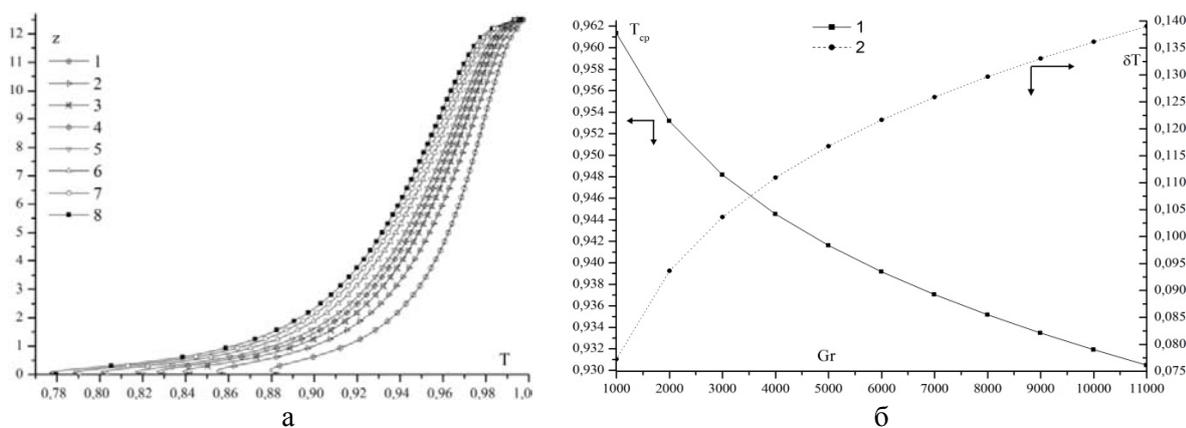


Рис. 6. Зависимости продольных распределений температуры на рабочей поверхности горячей стенки ( $x = 0,1$ ) от числа Грасгофа (*а*): 1 – 1 000; 2 – 2 000; 3 – 3 000; 4 – 4 000; 5 – 5 000; 6 – 7 000; 7 – 9 000; 8 – 11 000; и зависимость средней температуры на рабочей поверхности горячей стенки от числа Грасгофа (*б*)

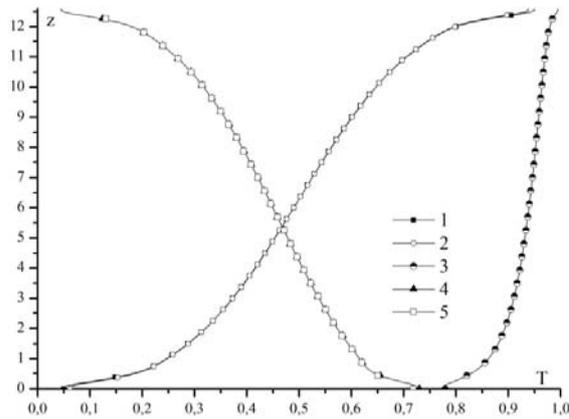


Рис. 7. Распределения температуры по высоте слоя в центральном сечении при граничных условиях первого рода (1) и в сопряженной задаче (2); распределение температуры на стенке (3); распределения температуры между стенкой и ядром при граничных условиях первого рода (4) и в сопряженной задаче (5):  $Gr = 11\,000$

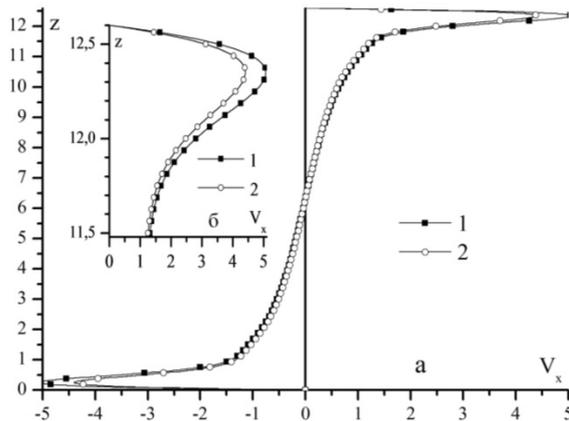


Рис. 8. Профили горизонтальной компоненты скорости в сечении  $x = L/2$  при граничных условиях первого рода (1) и в сопряженной задаче (2)

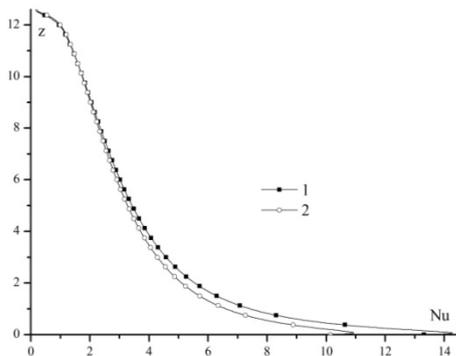


Рис. 9. Распределения локального числа Нуссельта на горячей стенке при граничных условиях первого рода (1) и в сопряженной задаче (2)

поверхности горячей стенки от числа Грасгофа. Видно, что распределение температуры на поверхности горячей стенки приобретает нелинейный характер уже при относительно малых значениях чисел Грасгофа. В зоне натекания холодного потока на горячую стенку она выхолаживается наиболее эффективно, что и приводит к росту поперечных и продольных градиентов температуры. С ростом числа Грасгофа растет перепад средней температуры между внешней и рабочей поверхностями стенки (см. рис. 6, б), и снижается эффективно действующая средняя температура на поверхности горячей стенки. Это приводит к тому, что перепад температуры, вычисленный по значениям средней температуры на внутренних границах, будет ниже перепада температуры, вычисленного по значениям средней температуры на внешних границах стенок. Таким образом, с ростом перепада температуры между внешними поверхностями твердых стенок влияние их конечной теплопроводности возрастает.

На рис. 7, 8 приведены распределения температуры и горизонтальной компоненты скорости в ядре слоя в среднем сечении  $x = L/2$ , полученные при граничных условиях первого рода и при сопряженной постановке задачи. Учет конечной теплопроводности твердых стенок практически не повлиял на распределение температуры в ядре слоя и на интенсивность конвективных течений (см. рис. 8).

На рис. 9 приведено сравнение продольных распределений локального безразмерного коэффициента теплоотдачи — числа Нуссельта на изотермической горячей стенке (1) и для сопряженной постановки задачи (2). Локальное число Нуссельта вычислялось как

$$Nu = \frac{q_c}{q_\lambda},$$

где  $q_c$  — локальный тепловой поток в режиме конвективного теплообмена, а  $q_\lambda$  — локальный тепловой поток, рассчитанный в режиме теплопроводности (при том же перепаде температур). Учет конечной теплопроводности твердых стенок приводит к снижению локальных чисел Нуссельта в нижней части горячей стенки (и локальных чисел Рэлея в верхней части горячей стенки), что обусловлено снижением локальных градиентов температуры в жидкости в пристеночной области.

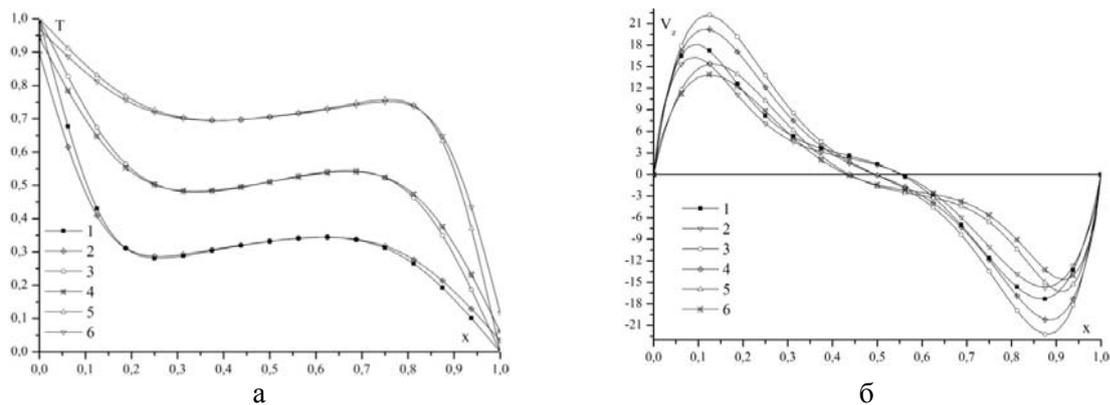


Рис. 10. Профили температуры (а) и продольной компоненты скорости (б) при граничных условиях первого рода (в сечениях 1 –  $z = 2,2$ ; 3 –  $z = 4,4$ ; 5 –  $z = 11$ ) и в сопряженной задаче (в сечениях 2 –  $z = 2,2$ ; 4 –  $z = 4,4$ ; 6 –  $z = 11$ )

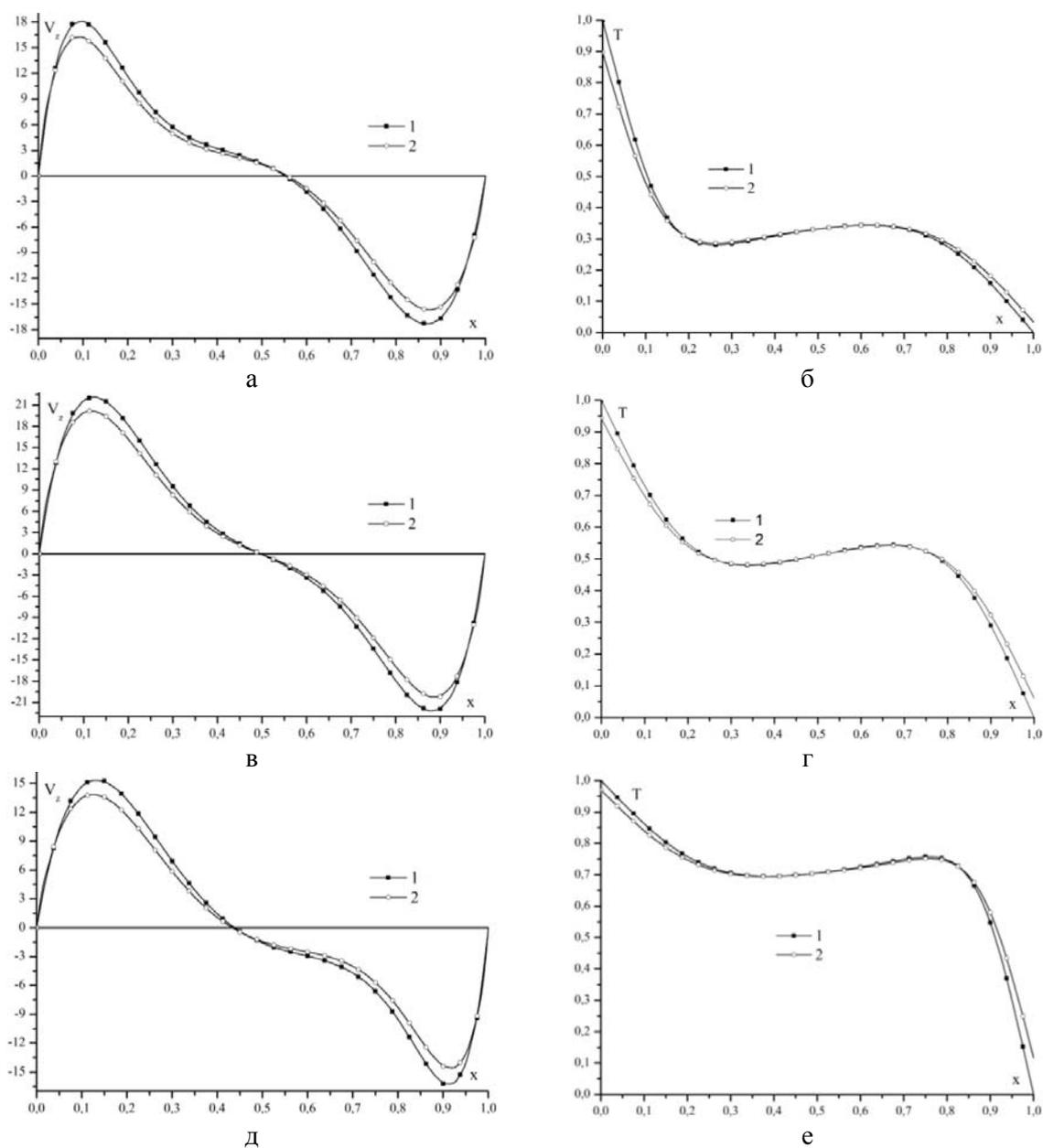


Рис. 11. Профили продольной компоненты скорости (а, в, д) и температуры (б, г, е): а, б – в сечении  $z = 2,2$ ; в, г –  $z = 6,6$ ; д, е –  $z = 11$  при граничных условиях первого рода (1) и при сопряженной постановке задачи (2)

На рис. 10 представлены профили вертикальной компоненты скорости и температуры в различных сечениях для сопряженной и несопряженной постановки задачи. Учет сопряженности теплообмена приводит к неравномерному распределению температуры на горячей и холодной стенках (рис. 10, *a*) и к небольшому снижению интенсивности конвективных течений (рис. 10, *b*).

На рис. 11 сравниваются профили продольной компоненты скорости и температуры в трех сечениях по высоте слоя для сопряженной и несопряженной постановки задачи. Видно, что в нижней части слоя учет сопряженности теплообмена приводит к снижению температуры на горячей стенке и повышению температуры на холодной, но практически не приводит к изменению распределения температуры в ядре слоя. Причем падение температуры на горячей стенке больше, чем ее рост на холодной стенке. Это объясняется тем, что нижняя часть горячей стенки более эффективно охлаждается набегающим холодным потоком жидкости. Изменение локального перепада температуры между стенкой и ядром слоя приводит к снижению интенсивности конвективных течений. С продвижением вниз по потоку (вверх по высоте слоя, рис. 11, *в*, *г*) увеличилась толщина пограничного слоя, возросла амплитуда продольной компоненты скорости и возросла температура внутри ядра слоя жидкости. Учет конечной теплопроводности твердых стенок привел к снижению интенсивности конвективных течений (при одном и том же рабочем перепаде температуры, но меньшем эффективно действующем перепаде температуры между рабочими поверхностями). В верхней части слоя из-за влияния зоны поворотного течения существенно падают значения продольной компоненты скорости у горячей стенки, растет толщина пограничного слоя и температура в ядре слоя (рис. 11, *д*, *е*). Учет сопряженности теплообмена приводит к снижению интенсивности конвективных течений за счет изменения температуры на поверхностях горячей и холодной стенок, но не изменяет распределение температуры в ядре слоя.

### Заключение

Проведены численные исследования ламинарных режимов течения жидкости с

числом Прандтля 16 в вертикальных слоях при граничных условиях первого рода и в сопряженной постановке задачи в диапазоне чисел Грасгофа  $100 \leq Gr \leq 10^4$ . В последнем случае рассчитаны поля температуры как в жидкости, так и в твердых вертикальных стенках. Показано, что внутри твердых стенок конечной теплопроводности формируется неоднородное поле температуры, и распределение температуры на рабочих поверхностях стенок становится выражено нелинейным. С ростом перепада температуры влияние конечной теплопроводности твердых стенок возрастает. Учет конечной теплопроводности твердых стенок приводит к незначительному снижению интенсивности конвективных течений и практически не приводит к их изменению на качественном уровне, что позволяет сделать вывод о слабом искажении локальных характеристик пограничного слоя в экспериментах с прозрачными стенками.

### Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Kutateladze S. S., Berdnikov V. S. Structure of Thermogravitational Convection in Flat Variously Oriented Layers of Liquid and on a Vertical Wall // Int. J. Heat Mass Transfer. 1984. Vol. 27. No. 9. P. 1595–1611.
3. Бердников В. С., Гришков В. А. Структура течения и теплообмен в вертикальных слоях жидкости в режимах термогравитационной и тепловой гравитационно-капиллярной конвекции // Сб. тр. Всерос. конференции по аэродинамике летательных аппаратов и прочности авиационных конструкций. СибНИА, 17–19 июня 2008. Новосибирск, 2009. С. 124–131.
4. Бердников В. С. Ламинарно-турбулентный переход в классических задачах свободной конвекции и в моделях технологических процессов роста кристаллов // Устойчивость и турбулентность течений гомогенных и гетерогенных жидкостей. Новосибирск, 2008. С. 5–10.
5. Бердников В. С., Гришков В. А. Ламинарно-турбулентный переход в свободно-конвективном пограничном слое и теплоотдача вертикальных стенок. // Тр. IV Рос. нац. конф. по теплообмену РНКТ-4, Москва

23–27 октября 2006 г. М: Изд. Дом МЭИ, 2006. Т. 3. С. 67–70.

6. Зарубин В. С. Температурные поля в конструкции летательных аппаратов. Методы расчета. М.: Машиностроение, 1966. 216 с.

7. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. 2-е изд. М.: Наука, 1972. 720 с.

8. Тепловые свойства веществ: Справочная таблица / Сост. Г. Н. Иванов. М.: ЦНИИатоминформ, 1979. 173 с.

9. Соловейчик Ю. Г., Рояк М. Э., Персова М. Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 896 с.

*Материал поступил в редколлегию 18.10.2011*

**V. S. Berdnikov, K. A. Mitin**

### **THE CONVECTIVE CONJUGATE HEAT TRANSFER IN A VERTICAL LIQUID LAYER**

Agency of finite boundaries heat conductivity on current structure and on local characteristics natural convection boundary layers in a vertical layer of fluid with walls, heated to different temperatures, over the range of Grashof numbers  $100 \leq Gr \leq 10^4$  is investigated. The equations of buoyancy induced convection in Boussinesq approach are solved by a method of finite elements in variables temperature, a vorticity and current function. The laminar flows in vertical layer are numerically investigated at boundary conditions of the first sort and in the conjugate statement of problem. In the latter case temperature fields, both in a liquid, and in firm vertical walls are counted.

*Keywords:* the free (buoyancy induced) convection, conjugate heat exchange, vertical layer, numerical simulation, method of finite elements.