

От редколлегии

Публикуемая в данном разделе статья М. И. Захарова «Дифракция плоской монохроматической волны на круглом отверстии и круглом диске» не в полной мере отвечает требованиям, предъявляемым к публикациям в журнале «Вестник НГУ. Серия: Физика». Тем не менее редакционная коллегия журнала приняла решение о ее опубликовании, сопроводив текст статьи комментариями одного из рецензентов. Эти комментарии размещены непосредственно после текста статьи. Мы надеемся, что такое представление материала будет способствовать более глубокому пониманию задач электродинамики студентами и аспирантами.

УДК 537.874.6; 535.42; 535-45; 535.422

М. И. Захаров

*Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия*

ZMI@phys.nsu.ru

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ И КРУГЛОМ ДИСКЕ*

В рамках скалярной теории дифракции нормально падающей плоской монохроматической волны найдено распределение интенсивности дифракционного поля вдоль оси кольцеобразного отверстия. В качестве частных случаев рассмотрена дифракция на круглом непрозрачном диске радиусом $R \gg \lambda$ (λ – длина волны) и на круглом отверстии в непрозрачном экране. Учет векторного характера поля электромагнитных волн позволил получить более правильные результаты, в том числе при больших углах дифракции (т. е. на достаточно малых расстояниях от экрана – меньше и порядка R), где скалярная теория, как известно, неприменима.

Ключевые слова: дифракция, векторный характер электромагнитного поля, поляризация сферических волн.

Введение

Известно, что электромагнитные волны (в том числе свет), обходя края материальных тел, отклоняются от прямолинейного направления распространения, т. е. испытывают дифракцию. А. Зоммерфельд [1] удачно определил дифракцию, как «любое отклонение света от прямолинейного хода

лучей, если только оно не может быть истолковано как отражение или как преломление». Другими словами, дифракционные явления не подчиняются законам геометрической оптики, но их можно объяснить с точки зрения волновой теории.

Решение дифракционных задач сводится к тому, чтобы при известных параметрах источников света и препятствий, а также

* Выражаю благодарность доценту Станиславу Леонидовичу Синицкому за ценные замечания при обсуждении данной работы.

при заданном их расположении вычислить электромагнитное поле в определенной области пространства.

Наиболее общий и строгий подход к решению таких задач заключается в решении уравнений Максвелла с граничными условиями, в которых учтены оптические свойства поверхности тел, вызывающих дифракцию. Однако поскольку при таком подходе решение представляет значительные математические трудности [2; 3], то на практике широко используются приближенные методы вычислений.

Первый шаг в развитии так называемой скалярной теории дифракции был сделан в 1678 г. Гюйгенсом. Согласно принципу Гюйгенса каждую точку волнового фронта в некоторый момент времени следует рассматривать как вторичный источник расходящейся волны. А в последующий момент волновой фронт можно определить, построив огибающую элементарных вторичных волн. По Гюйгенсу распространение волн происходит по законам близкодействия и обусловлено действием вторичных источников. Интуитивная идея Гюйгенса объясняет распространение волн, не выходя за рамки геометрической оптики, но не может объяснить явлений дифракции. В 1815 г. Френель дополнил принцип Гюйгенса физически ясным положением об интерференции когерентных вторичных волн.

На принципе Гюйгенса – Френеля основан ряд приближенных методов решения задач дифракции. Суть их в том, что если амплитуда, фаза, направление распространения волны заданы на некоторой поверхности, то распределение волнового поля может быть вычислено и в других областях пространства. Классическим примером является метод зон Френеля, в котором сочетаются как представления геометрической оптики, так и волновой подход.

Кирхгоф в 1882–1883 гг., подвел под идеи Гюйгенса и Френеля более серьезный математический фундамент. Формулу, которую он вывел на основе двух скалярных уравнений, можно рассматривать как уточненную формулировку указанного принципа. Одно из уравнений описывает распространение волны в свободном пространстве. Другое уравнение (для функции Грина) дает решение в виде простейшей (скалярной) сферической волны от точечного источника.

Однако вследствие поперечного характера электромагнитного поля существование таких сферических волн¹ (с поляризационно-однородным распределением поля) невозможно [5].

Кроме того, теория Кирхгофа содержит внутренние противоречия, одно из которых связано с одновременным наложением нулевых граничных условий как на напряженность поля, так и на ее производную по нормали. Из этих граничных условий Кирхгофа, взятых вместе, следует, что повсюду за отверстием в экране поле должно быть тождественно равно нулю. Другое затруднение теории состоит в невозможности получения принятых граничных условий из формулы дифракции Френеля – Кирхгофа при стремлении точки наблюдения к краю экрана или отверстия [8].

Указанные противоречия теории Кирхгофа были устранены Зоммерфельдом, который показал, что функцию Грина в теории Кирхгофа можно видоизменить так, что либо сама функция, либо только ее производная обращается в нуль на всей поверхности (на экране и на отверстии). Зоммерфельд показал, что функции Грина с требуемыми свойствами действительно существуют. В результате появилась теория Рэлея – Зоммерфельда [8].

Дифракция на отверстии в форме кольца (скалярный подход)

Пусть на отверстие в непрозрачном экране падает плоская монохроматическая волна $E_0 \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)]$. Отверстие имеет форму кольца (радиусы R_1 и $R_2 > R_1$). Ограничимся нахождением распределения интенсивности дифракционного поля на оси z , которую направим вдоль оси симметрии отверстия. Плоскость $z = 0$ совместим с плоскостью отверстия и воспользуемся сначала скалярной теорией. При нормальном падении $\vec{k}\vec{r} = kz$, где $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны, а поле в плоскости отверстия при $R_2 - R_1 \gg \lambda$ можно считать однородным и равным не-

¹ Дело в том, что «любая волна со сферическим волновым фронтом является поляризационно-неоднородной» [4].

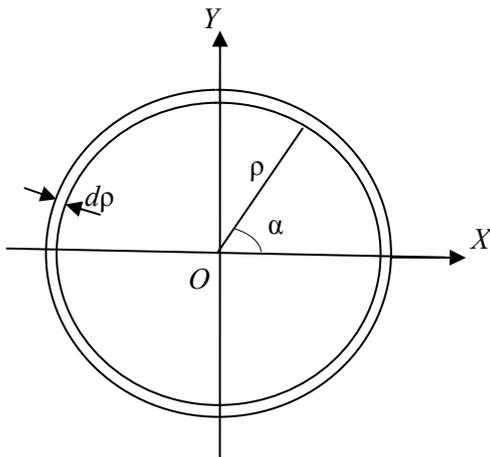


Рис. 1. Элемент площади в форме колечка, в котором расположены источники вторичных волн

возмущенному полю падающей волны E_0 , если не учитывать дополнительное поле, возникающее в плоскости отверстия вследствие дифракции. Это связано с тем, что «дифракционное поле имеет характер волн, расходящихся от края, и потому на расстояниях от края, намного превышающих длину волны, оно значительно слабее поля набегающей волны, и им можно пренебречь. Поэтому площадь той части поверхности S , где дифракционное поле существенно, по порядку величины равна произведению периметра отверстия на длину волны и, следовательно, мала по сравнению с площадью отверстия» [6].

По принципу Гюйгенса – Френеля каждый элемент площади dS в плоскости отверстия испускает вторичную сферическую волну, которая является скалярной и при $kr \gg 1$ (в «приближении поля излучения» [7]) описывается выражением [3]

$$dE = CE_0 \frac{\exp(ikr)}{r} \cos \psi dS, \quad (1)$$

где C – неизвестная пока константа; $\cos \psi dS = dS_n$ – эффективная площадь элемента dS , зависящая от угла ψ между вектором нормали к плоскости отверстия и направлением на точку наблюдения $P(0,0,z)$,

а множитель $\cos \psi = \frac{z}{r}$ определяет вид диаграммы направленности [7] излучения вто-

ричного источника, т. е. зависимость амплитуды скалярной сферической волны от направления ее распространения. (Множитель $\exp(-i\omega t)$ здесь и далее опускаем.)

Поле в точке наблюдения $P(0,0,z)$ представляет собой суперпозицию таких волн [3; 7] в виде интеграла по площади отверстия. В качестве элемента площади dS в (1) удобно взять колечко радиусом ρ и шириной $d\rho$, так как диаграмма направленности обладает круговой симметрией, т. е. не зависит от полярного угла α (рис. 1).

Если учесть, что $r^2 = \rho^2 + z^2$, то $dS = 2\pi\rho d\rho = 2\pi r dr$, и, следовательно, интеграл для определения поля на оси отверстия в форме кольца (с радиусами R_1 и R_2) можно представить в следующем виде:

$$E(0,0,z) = 2\pi z CE_0 \int_{\sqrt{R_1^2+z^2}}^{\sqrt{R_2^2+z^2}} \frac{\exp(ikr)}{r} dr.$$

Вычисление этого интеграла по частям при $kr \gg 1$ (т. е. при $r \gg \lambda/2\pi$) дает в первом приближении следующий результат:

$$E(0,0,z) = -i\lambda z CE_0 \times \left(\frac{\exp(ik\sqrt{R_2^2+z^2})}{\sqrt{R_2^2+z^2}} - \frac{\exp(ik\sqrt{R_1^2+z^2})}{\sqrt{R_1^2+z^2}} \right).$$

Для определения константы C положим в этой формуле $R_1 = 0$, $R_2 = \infty$. Так как это частный случай распространения волны в свободном от препятствий пространстве, то

$$E(0,0,z) = -i\lambda z CE_0 \left(-\frac{\exp(ikz)}{z} \right) = E_0 \exp(ikz).$$

Из последнего равенства получаем известный результат: $C = 1/i\lambda$. Таким образом,

$$E_k(0,0,z) = zE_0 \times \left(\frac{\exp(ik\sqrt{R_1^2+z^2})}{\sqrt{R_1^2+z^2}} - \frac{\exp(ik\sqrt{R_2^2+z^2})}{\sqrt{R_2^2+z^2}} \right). \quad (2)$$

Распределение интенсивности вдоль оси кольцеобразного отверстия имеет вид

$$I_k(0,0,z) = z^2 I_0 \left(\frac{1}{R_1^2+z^2} + \frac{1}{R_2^2+z^2} - \right.$$

$$-\frac{2 \cos \left[k \left(\sqrt{R_1^2 + z^2} - \sqrt{R_2^2 + z^2} \right) \right]}{\sqrt{R_1^2 + z^2} \sqrt{R_2^2 + z^2}} \right], \quad (2a)$$

т. е. описывает колебания, «размах» которых ограничен огибающими

$$\Gamma_{\pm}(z, R_1, R_2) = z^2 I_0 \left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + z^2}} \pm \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + z^2}} \right)^2. \quad (2б)$$

Здесь I_0 – интенсивность падающей волны. Как известно, если в отверстие «укладывается» четное число зон Френеля, то функция $I_k(0, 0, z)$ принимает минимальное значение, а если нечетное число зон, то максимальное значение.

Из (2a) видно, что интенсивность в точке наблюдения зависит от разности фаз двух волн, источниками которых являются края отверстия².

Если $R_2 \rightarrow \infty$, то остается одна краевая волна, и, полагая в (2) $R_1 = R$ для определения поля на оси непрозрачного диска радиусом R , получаем выражение

$$E_{\text{д}}(0, 0, z) = E_0 \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \exp\left(ik\sqrt{R^2 + z^2}\right). \quad (3)$$

Соответствующее распределение интенсивности

$$I_{\text{д}}(0, 0, z) = I_0 \frac{z^2}{R^2 + z^2}. \quad (3a)$$

Перейдем теперь к дифракции на круглом отверстии в непрозрачном экране. В этом случае выражение (2) при $R_2 = R \gg \lambda$ ($R_1 = 0$) приводится к виду

$$E_{\text{отв}}(0, 0, z) =$$

$$= E_0 \left[\exp(ikz) - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \exp\left(ik\sqrt{R^2 + z^2}\right) \right] = E_0 \exp(ikz) - E_{\text{д}}(0, 0, z), \quad (4)$$

т. е. поле в точке наблюдения в соответствии с принципом суперпозиции представляет собой разность полей падающей волны и волны, источником которой является край отверстия.

Распределение интенсивности на оси круглого отверстия имеет вид

$$I_{\text{отв}}(0, 0, z) = I_0 \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} - \frac{2z \cos \left[k \left(\sqrt{R^2 + z^2} - z \right) \right]}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right), \quad (4a)$$

т. е. описывает колебания, «размах» которых ограничен огибающими³

$$\Gamma_{\pm}(z, 0, R) = I_0 \left(1 \pm \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)^2. \quad (4б)$$

Появление краевых волн можно объяснить рассеянием света на краях отверстия в экране, точнее на электронах, содержащихся в материале экрана. Именно эти электроны, совершая вынужденные колебания под действием поля первичной волны, посылаемой источником света, становятся источниками реальных вторичных волн [10]. Колеблющиеся электроны представляют собой «точечные» электрические диполи, диаграмма направленности излучения которых хорошо известна⁴ [11].

Иное дело, когда речь идет о внутренней («пустой») области отверстия, в которой нет колеблющихся электронов. Здесь, по-видимому, уместно говорить о так называемых «фиктивных» [10] источниках, введенных «для удобства математического описания» [8].

Скалярная теория не учитывает эффектов, связанных с поляризацией вторичных (дифрагированных) волн. Известно, что поперечный (векторный) характер этих волн не проявляется, если направление их распространения приблизительно совпадает

² Соображения о краевых волнах на качественном уровне были впервые сформулированы Юнгом в 1802 г. [8]. Так как Юнг знал, что край препятствия кажется светящимся, если смотреть на него из области геометрической тени, то он предложил рассматривать дифракцию как взаимодействие падающей волны и краевой (граничной) дифрагированной волны. Качественные рассуждения Юнга были подтверждены Зоммерфельдом, который дал строгое решение задачи о дифракции на идеально проводящей полуплоскости. Это решение показывает, что поле в области геометрической тени «имеет форму цилиндрической волны, источником которой служит край экрана, тогда как в освещенной области за экраном поле представляет суперпозицию этой цилиндрической волны и прошедшей без искажения падающей волны» [8].

³ Формулы (4), (4a) и (4б) аналогичны результатам, полученным в работе [9] с помощью формулы Рэлея – Зоммерфельда [8].

⁴ По-видимому, для описания поля именно таких волн в [1] предложено использовать вектор Герца.

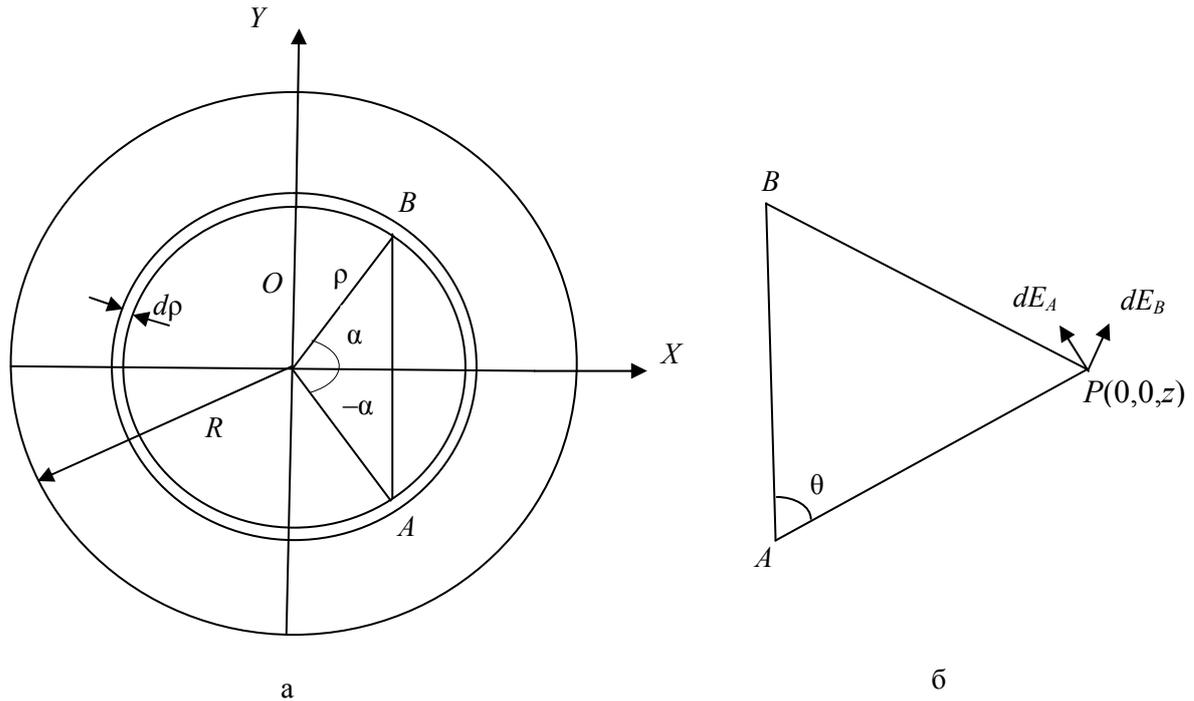


Рис. 2. Распространение вторичных векторных волн

с направлением падающей волны. В этих случаях скалярная теория дифракции оказывается достаточной [3; 5; 12]. В противном случае для получения более точных результатов необходимо учитывать векторный характер поля электромагнитных волн [1; 5; 8; 12].

Дифракция на круглом отверстии и круглом диске (с учетом векторного характера поля)

Пусть на отверстие радиусом $R \gg \lambda$ (рис. 2, а) в непрозрачном экране падает нормально плоская линейно поляризованная монохроматическая волна, электрический вектор \vec{E} которой направлен вдоль оси Y , т. е. $\vec{E} = \vec{e}_y E_0 \exp[i(kz - \omega t)]$. Проблема состоит в том, чтобы при решении дифракционной задачи учесть векторный характер поля вторичных сферических волн⁵. Векторная сферическая волна, в отличие от скалярной, «не столь проста» [1]. Только фаза этой волны «обладает центральной симметрией». Что касается амплитуды, то ее

зависимость от направления является более сложной, чем в (1). Это связано с тем, что вследствие поперечного характера электромагнитного поля в волновой зоне, электрический вектор каждой вторичной волны перпендикулярен направлению ее распространения (рис. 2, б).

Рассмотрим вторичные векторные волны, источники которых расположены в колечке радиусом ρ и шириной $d\rho$ (см. рис. 2, а). Их амплитуды в точке $P(0,0,z)$ отличаются от выражения (1) дополнительным множителем $\sin \theta$. Здесь θ – угол между вектором \vec{E} первичной волны (в плоскости отверстия) и направлением распространения волны вторичной (ср. рис. 2, а и 2, б). Можно показать, что этот множитель зависит от взаимного положения вторичного источника A и точки наблюдения P следующим образом:

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \sqrt{1 - \left(\frac{\rho^2}{\rho^2 + z^2} \right) \sin^2 \alpha} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{\rho^2}{r^2} \right) \sin^2 \alpha}. \end{aligned} \quad (5)$$

Из формулы (5) видно, что зависимость амплитуд вторичных волн от полярного угла α проявляется наиболее сильно при $z \lesssim \rho$.

⁵ Необходимо отметить, что здесь по-прежнему поле в плоскости отверстия считается однородным, как, впрочем, и в работе [9].

Следовательно, диаграмма направленности излучения векторных сферических волн (в отличие от скалярных) не обладает круговой симметрией. (Напомним, что в плоскости отверстия имеется выделенное направление, которое задает вектор \vec{E} падающей волны).

На рис. 2, б показаны вклады $d\vec{E}_A$ и $d\vec{E}_B$ в электрическое поле в точке $P(0,0,z)$ от двух вторичных волн. Так как их источники расположены в плоскости $z=0$ симметрично относительно оси X (см. рис. 2, а), то векторы $d\vec{E}_A$ и $d\vec{E}_B$ равны по величине, лежат в плоскости, параллельной оси Y , а их сумма с учетом (5) равна

$$\begin{aligned} d\vec{E}_A + d\vec{E}_B &= \\ &= 2(\sin \theta dE) \cos(90^\circ - \theta) \vec{e}_y = \\ &= 2dE \left[1 - \left(\frac{\rho^2}{r^2} \right) \sin^2 \alpha \right] \vec{e}_y. \end{aligned} \quad (6)$$

Следовательно, суммарное поле на оси круглого отверстия в точке $P(0,0,z)$ от всех пар вторичных волн, источники которых расположены в колечке радиусом ρ и шириной $d\rho$ (см. рис. 1), направлено вдоль оси Y и пропорционально величине

$$\begin{aligned} K(\rho, z) &= 2 \int_0^\pi \left[1 - \left(\frac{\rho^2}{r^2} \right) \sin^2 \alpha \right] d\alpha = \\ &= \pi \left(1 + \frac{z^2}{\rho^2 + z^2} \right) \end{aligned}$$

или

$$K(r, z) = \pi \left(1 + \frac{z^2}{r^2} \right). \quad (7)$$

С учетом выражений (6) и (7) заменим скалярную формулу (3) на более точное выражение для поля на оси круглого диска:

$$\begin{aligned} \vec{E}_d(0,0,z) &= \vec{e}_y E_0 \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right) \times \\ &\times \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \exp\left(ik\sqrt{R^2 + z^2} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

а вместо (3а) получим уточненное распределение интенсивности

$$I_d(0,0,z) = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right)^2 \frac{z^2}{R^2 + z^2} I_0. \quad (8a)$$

В соответствии с принципом суперпозиции находим вместо скалярной формулы (4) более точное выражение для поля на оси круглого отверстия:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{отв}}(0,0,z) &= \vec{e}_y E_0 \exp(ikz) - E_d(0,0,z) = \\ &= \vec{e}_y E_0 \left[\exp(ikz) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \exp\left(ik\sqrt{R^2 + z^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Уточненное распределение интенсивности на оси круглого отверстия имеет вид

$$\begin{aligned} I_{\text{отв}}(0,0,z) &= I_0 \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right)^2 \frac{z^2}{R^2 + z^2} - \right. \\ &\quad \left. - \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right) \frac{z \cos \left[k \left(\sqrt{R^2 + z^2} - z \right) \right]}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right\}, \end{aligned} \quad (9a)$$

т. е. описывает колебания, «размах» которых ограничен огибающими

$$M_{\pm}(z,0,R) = I_0 \left(1 \pm \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right) \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)^2. \quad (9b)$$

Заключение

Перейдем к анализу результатов, полученных с помощью двух разных подходов. Начнем с дифракции на круглом непрозрачном диске. Для этого сравним выражения (3) и (8) для скалярной и векторной краевых волн соответственно.

Разность амплитуд этих волн равна

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_0 \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} - \\ &- E_0 \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right) \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} = \\ &= \frac{1}{2} E_0 \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \frac{R^2}{R^2 + z^2}. \end{aligned}$$

Величина ΔE стремится к нулю как при $z \rightarrow 0$, так и при $z \rightarrow \infty$, а в точке $z = \frac{R}{\sqrt{2}}$

она достигает максимального значения

$$E_0 \frac{1}{3\sqrt{3}}.$$

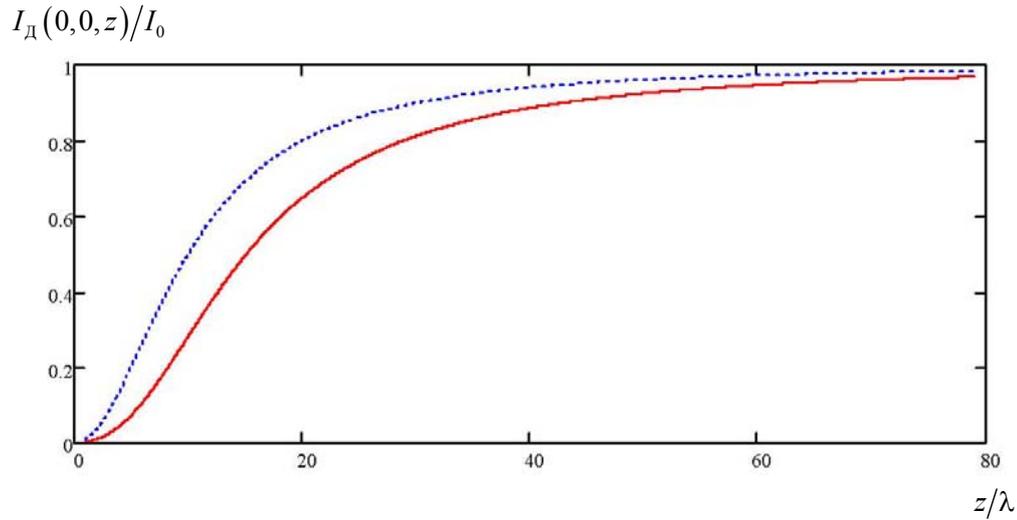


Рис. 3. Распределение интенсивности вдоль оси непрозрачного диска ($R = 10\lambda$): штриховая линия – результат расчета по формуле (3а), сплошная линия – результат расчета по уточненной формуле (8а)

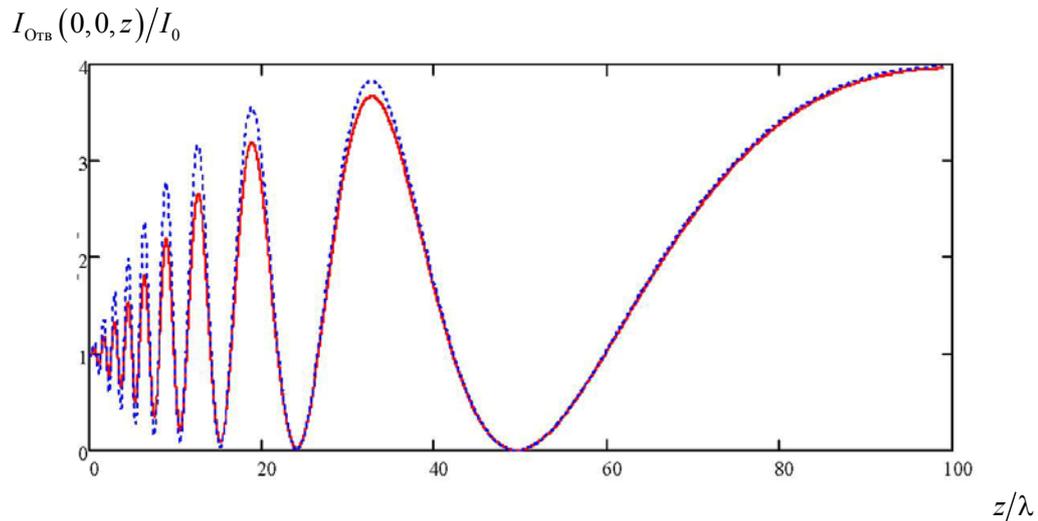


Рис. 4. Распределение интенсивности вдоль оси круглого отверстия ($R = 10\lambda$): штриховая линия – результат расчета по формуле (4а), сплошная линия – результат расчета по уточненной формуле (9а)

Отношение амплитуд скалярной и векторной краевых волн равно $2\left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2}\right)^{-1}$, т. е. амплитуды этих волн при $0 < z \ll R$ отличаются в 2 раза, а интенсивности – в 4 раза (рис. 3). При $z = \frac{R}{\sqrt{2}}$ отношение интенсивностей равно 2,25. И лишь при $z \gg R$ это различие становится несущественным.

Что касается определения зависимости величины экстремумов от z , то ее удобно

исследовать с помощью выражений (4б) и (9б). При $z \ll R$

$$\Gamma_{\pm}(z, 0, R) \cong I_0 \left(1 \pm \frac{2z}{R}\right)$$

и

$$M_{\pm}(z, 0, R) \cong I_0 \left(1 \pm \frac{z}{R}\right).$$

Сравнение выражений (4а) и (9а), описывающих дифракцию на круглом отверстии, показывает, что при определении положений экстремумов (на оси z), зависящих

только от разности фаз интерферирующих волн, скалярная и векторная теории дают одинаковый результат:

$$k(\sqrt{R^2 + z^2} - z) = \pi n,$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, n_{\max}$, причем $n_{\max} \cong \frac{2R}{\lambda}$.

Отсюда получаем

$$z_n = \frac{R^2}{\lambda n} - \frac{\lambda n}{4}.$$

Отсюда следует, что крутизна роста верхних ветвей огибающих Γ_+ и M_+ , на которых лежат максимумы интенсивности, и крутизна спада нижних ветвей огибающих Γ_- и M_- , на которых лежат минимумы, отличаются в 2 раза (рис. 4). «Размах» колебаний интенсивности определим как

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma &= \Gamma_+(z, 0, R) - \Gamma_-(z, 0, R) = \\ &= I_0 \frac{4z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \end{aligned}$$

и соответственно

$$\begin{aligned} \Delta M &= M_+(z, 0, R) - M_-(z, 0, R) = \\ &= I_0 \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right) \frac{2z}{\sqrt{R^2 + z^2}}. \end{aligned}$$

Отношение

$$\frac{\Delta M}{\Delta\Gamma} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{R^2 + z^2} \right)$$

приблизительно равно $1/2$ при $0 < z \ll R$ ⁶, увеличивается до $2/3$ при $z = \frac{R}{\sqrt{2}}$ и приближается к 1 при $z \gg R$.

Таким образом, сравнение двух подходов показало, как и следовало ожидать (см. [1; 3; 5; 8]), что скалярная теория правильно описывает распределение интенсивности на оси круглого отверстия и непрозрачного диска лишь при малых углах дифракции⁷, т. е. в параксиальном приближении. Очевидно, что в общем случае необходимо учитывать векторный характер поля электромагнитных волн [1; 5; 8].

Однако следует иметь в виду, что учет векторного характера поля, являясь необходимым, по-видимому, не всегда является

достаточным. Дело в том, что поле в плоскости отверстия вследствие влияния его краев отличается от невозмущенного поля падающей волны. В связи с этим возникает проблема правильного описания краевой волны.

Одним из подходов к решению этой проблемы является метод краевых волн, изложенный в работах П. Я. Уфимцева [13–15], разработавшего так называемую физическую теорию дифракции на идеально проводящих телах.

Основополагающая идея этой теории состоит в представлении тока, порождаемого на поверхности тел⁸, «в виде равномерной и неравномерной компонент» [13]. Равномерная и неравномерная части тока «дают свои вклады в поле излучения, формируют его» [16]. Неравномерная часть тока сосредоточена, в основном, вблизи края проводящего тела (диска, отверстия в экране и т. п.), а излучаемое именно этим током поле «имеет характер краевых волн» [13–15].

Если для определенности говорить о диске, диаметр которого достаточно велик по сравнению с длиной волны, т. е. $kR \gg 1$, то «можно приближенно считать, что неравномерная часть тока вблизи края диска будет такой же, как на соответствующей полуплоскости» [13]. И хотя формулы, полученные методом краевых волн [13], являются приближенными, они, на наш взгляд, предпочтительнее, чем «формально строгое решение» для дифракции на диске [16], так как его «практически невозможно использовать из-за плохой сходимости рядов, в виде которых оно выражается» [5].

Список литературы

1. Зоммерфельд А. Оптика. М.: ИЛ, 1953. 504 с.
2. Батыгин В. В., Топтыгин И. Н. Сборник задач по электродинамике и специальной теории относительности. СПб.: Лань, 2010. 480 с.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Физматлит, 2006. 536 с.

⁶ Точка $z = 0$ исключена из рассмотрения, так как в этой точке $\Delta\Gamma = \Delta M = 0$.

⁷ Поэтому нет оснований утверждать, как это сделано в [9], что скалярная теория дает правильный результат на всей оси z , включая $0 < z \lesssim R$.

⁸ Поверхностные токи, возбуждаемые электромагнитной волной [11], «являются теми вторичными источниками, о которых говорится в принципе Гюйгенса» [12].

4. Соколов А. Л. Поляризация сферических волн // Оптика и спектроскопия. 2002. Т. 92, № 6. С. 1000–1006.
5. Низьев В. Г. Дипольно-волновая теория дифракции электромагнитного излучения // Успехи физических наук. 2002. Т. 172, № 5. С. 601–607.
6. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966. 431 с.
7. Литвиненко О. Н. Основы радиооптики. Киев: Техника, 1974. 208 с.
8. Гудмен Дж. Введение в Фурьеоптику. М.: Мир, 1970. 364 с.
9. Dubra A., Ferrari J. A. Diffracted field by an arbitrary aperture // American J. of Physics. 1999. Vol. 67. No. 1. P. 87–92.
10. Горелик Г. С. Колебания и волны. М.: Физматлит, 2008. 656 с.
11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
12. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
13. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Сов. радио, 1962. 240 с.
14. Уфимцев П. Я. Теория дифракционных краевых волн в электродинамике. Введение в физическую теорию дифракции: Пер. с англ. 2-е изд., испр. и доп. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. 372 с.
15. Уфимцев П. Я. Основы физической теории дифракции: Пер. с англ. 2-е изд. (эл.). М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 351 с.
16. Белкина М. Г. Дифракция электромагнитной волны на диске // Дифракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения. М.: Сов. радио, 1957. С. 64–69.
17. Нефедов Е. И., Фиалковский А. Т. Асимптотическая теория дифракции электромагнитных волн на конечных структурах. М.: Наука, 1972. 204 с.

Материал поступил в редколлегию 05.11.2015

M. I. Zakharov

*Novosibirsk State University
2 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

ZMI@phys.nsu.ru

DIFFRACTION OF A PLANE MONOCHROMATIC WAVE AT THE CIRCULAR APERTURE AND CIRCULAR DISK

In the framework of the scalar theory of diffraction of normally incident plane monochromatic wave, the intensity distribution of the diffraction field along the axis of an annular hole was found. As particular cases, the diffraction at an opaque circular disk of radius $R \gg \lambda$ (λ is the wavelength) and at a circular aperture in an opaque screen was considered. Accounting for the vector nature of the field of electromagnetic waves led to more correct results, including at large angles of diffraction, i.e. at sufficiently small distances from the screen (smaller and of order R), where the scalar theory, as it is known, not applicable.

Keywords: diffraction, the vector character of the electromagnetic field, polarization of spherical waves.